SAGGIO
DELLA
FILOSOFIA
DEL SIGNOR CAV.
ISACCO NEWTON
ESPOSTO CON CHIAREZZA
DAL SIGNOR
ENRICO PEMBERTON

Con una Diſſertazione dello ſteſſo ſu la miſura della Forza de' Corpi in moto cavata dagli Atti Filoſofici d'Inghilterra.

OPERA TRADOTTA DALL' INGLESE.

Aggiuntovi l'Eſtratto di altra diſſertazione contraria ſu lo ſteſſo Argomento.

EDIZIONE SECONDA.

IN VENEZIA, MDCCXLV.

Preſſo Franceſco Storti in Merceria.

CON LICENZA DE' SUPERIORI, E PRIVILEGIO.

PREFAZIONE AL SAGGIO
SOPRA LA FILOSOFIA
DEL SIGNOR
CAV. IS. NEWTON
TRADOTTO DALL' INGLESE
DAL SIGNOR
ENR. PEMBERTON.

Nni ſono io ſcriſſi li ſeguenti fogli a iſtanza di alcuni amici, li quali dopo la cura, che io preſi dell' ultima edizione dei Principj del Sig. Cav. Iſ. Nevvton, mi perſuaſero a pubblicarli. Io colſi l' opportunità di rivedere quel, che innanzi aveva ſcritto, avendo da freſco penſato a queſto ſoggetto. Ed ora lo mando fuori, non ſenza qualche ſperanza di corriſpondere a queſti due fini. E' ſtata la mia prima intenzione di dare a coloro, che non ſono avezzati a' ragionamenti matematici, qualche idea della Filoſofia di una perſona, che ſi ha acquiſtata una riputazione univerſale, e ha reſa famoſa la noſtra nazione per queſte ſpecolazioni nel Mondo erudito. A queſto fine ho sfuggito, quanto era poſſibile, l' uſo dei termini d' arte, ed ho preſa la cura definir quelli, di cui era obbligato a ſervirmi, ſebbene queſta cautela era men neceſſaria a' dì noſtri; poichè alcune di queſte tali parole ſono divenute famigliari nella noſtra lingua, per il gran numero di libri ſcritti in eſſa ſopra materie Filoſofiche, e per la pratica degli ſperimenti, che ci ſono ſtati comunicati in queſti ultimi anni da più ingegnoſi ſoggetti. L' altro fine, che io ebbi, fu d' incorraggire que' giovani gentiluomini, che hanno fatta una ſcorſa delle Scienze Mattematiche, a proſeguir queſti Studj con maggior diligenza, per intender nello ſteſſo noſtro Autore le dimoſtrazioni delle coſe, che io quì eſpongo. E per facilitare il loro progreſſo in queſt' opera, ho intenzione di avvanzar ſempre più nella ſpiegazione della Filoſofia del Sig. Cav. Iſ. Nevvton. Imperciocchè come io ho ricevuto un eſtremo

a 2 pia-

piacere dal leggere li suoi scritti; io mi lusingo, che ella non sia una illodevole ambizione, procurar di renderli più facilmente intelligibili, acciò un maggior numero di persone possa goder della medesima soddisfazione.

Si aspetterà forse da me, che io dica qualche cosa particolare d'una Persona, a cui debbo per sempre riconoscermi, e dichiararmi cotanto obbligato. Ciò, che ho a dire su quest'articolo, sarà breve; imperciocchè solo in quest'ultimi anni della vita del Sig. Cav. If. Nevvton, io ho avuto l'onore della sua conoscenza. Questa mi fu aperta dalla seguente occasione. Il Sig. Poleni, Professore nell'Università di Padova, per un nuovo suo sperimento, pensò che la comun opinione circa la forza dei corpi in moto fosse rovesciata, e la verità del sentimento del Sig. Leibnitz in questa materia pienamente stabilita. Il contrario di quel, che il Sig. Poleni asseriva, io presi a dimostrare in un scritto, cui il Dr. Mead, che non trascura alcuna opportunità di obbligar li suoi amici, si compiacque di far vedere al Sig. Cav. If. Nevvton. Questo fu così approvato da esso, che mi fece l'onore di accoppiar al mio un suo scritto, aggiungendo a quello io aveva esposto una sua propria dimostrazione, cavata da un'altra considerazione. Quando io diedi alla luce il mio discorso nelle Transazioni Filosofiche, io posi quello, che il Sig. Cav If. scrisse, in un scolio da se stesso, perche sembrar non potesse, che io usurpassi quello, che a me non apparteneva. Ma io occultai il suo nome, non avendo allora alcuna conoscenza con lui, per conoscere, s'ei non era alieno dal permettermi, che io potessi farne uso. Di là a poco tempo egli m'impegnò a prender cura della nuova edizione, che stava per fare de' suoi Principj. Questo mi obbligò a trovarmi seco frequentemente, e come egli viveva in qualche distanza da me, un buon numero di lettere passarono fra di noi su questo proposito. Quando aveva l'onor della sua conversazione, io proccurai di apprendere il suo sentimento sopra soggetti Mattematici, e alcuni storici, concernenti le sue invenzioni, di cui non ne aveva per l'innanzi avuta informazione. Io trovai, ch'egli aveva letti più pochi Mattematici moderni, di quello si avrebbe pensato; ma la sua prodigiosa invenzione facilmente suppliva in esso quanto poteva essere un'occasione di proseguir qualunque soggetto avesse intrapreso. Io l'ho sovente udito a condannare que' che maneggiano soggetti geometrici con li calcoli algebraici, chiamò egli il suo libro d'Algebra col nome di Aritmetica Universale, per opposizione al titolo poco giudizioso di Geometria, che Des-Cartes diede al trattato, in cui mostra, come il Geometra può ajutar la sua invenzione con una tal sorte di calcolo. Egli lodava frequentemente Slusio. Barrovv, e Huygens, come coloro, che non erano predominati dal falso gusto, che allora cominciava a regnare. Era solito commendare il lodevole sforzo di Ugone de Omerique di rinovar l'antica analisi, e stimava infinitamente il libro di Appollonio de sectione rationis, *come quello, che ci dà la più chiara nozione di quest'Analisi. Il Dottor Barrovv può essere stimato per uno, che ha mostrata una forza d'invenzione eguale, se non superiore a qualsisia de' moderni, eccettuato solamente il nostro Autore; ma il Sig. Cav. If. Nevvton mi ha varie volte particolarmente rac-*

coman-

comandato lo stile, e la maniera di Huygens. Egli lo giudica il più elegante di tutti gli Scrittori mattematici de' tempi moderni, e il più giusto imitatòr degli antichi. Del loro gusto, e delle lor forme di dimostrazione il Sig. Cav. Isacco si professò sempre un grande ammiratore; io l'ho udito ancora a condannar se stesso, per non seguirli ben più rigorosamente di quel, che faceva; e parlar con rincrescimento del suo inganno al principio de' suoi studj mattematici, nell' applicarsi alle opere di Des-Cartes, ed altri Scrittori Algebraici, prima di aver considerati gli elementi di Euclide con quell' attenzione, che merita un così eccellente scrittore. Quanto alla storia delle sue invenzioni, quel che riguarda le sue discoperte dei metodi delle serie, e flussioni, e della sua teorìa della luce, e dei colori, il Mondo n'è stato di già sufficientemente informato. Li primi pensieri, che diedero origine ai suoi Principj, *gli ebbe, quando si ritirò da Cambridge nel 1666. per cagion della peste. Come egli si trovava solo in un giardino, gli cadde in mente una specolazione sopra la Potenza della Gravità; che come questa potenza non si trova sensibilmente diminuire a distanze rimotissime dal centro della terra, sin dove potiamo innalzarsi, ne su li tetti de' più alti Palagj, nè su le cime delle più elevate Montagne; pareva ad esso ragionevole l'inferire, che quella potenza si estendesse molto al di là, di quello che ordinariamente si pensa, e perchè no sì lungi, che la Luna, diceva egli a sè stesso? e se così è, dovrà quella influire su 'l di lei moto; e con ciò verrà forse questa trattenuta nella sua orbita. Comunque però, sebbene la potenza della gravità non è sensibilmente diminuita nella piccola mutazion di distanza, alla quale noi potiamo scostarci dal centro della terra; ciò non ostante può ben farsi, che all'altezza della Luna, questa potenza sia molto differente nella sua forza da quello, ch'ella si è quì. Per estimare qual può esser' il grado di questa diminuzione, egli considerò in se stesso, che se la Luna sia ritenuta nella sua orbita dalla forza della gravità, senza dubbio li Pianeti Primarj sono portati intorno al Sole da una simile forza. E comparando li periodi di diversi Pianeti con le distanze loro dal Sole, trovò, che se qualche potenza come la gravità, li trattiene nei loro corsi, la sua forza dee diminuire in proporzion duplicata all' aumentarsi della distanza. Ciò egli conchiudeva supponendo, che si muovano in circoli perfetti, concentrici al Sole, da' quali non sono molto differenti le Orbite della più gran parte di loro. Supponendo dunque, che la potenza della gravità, quando si stenda sin' alla Luna, diminuisca nella medesima maniera, ei calcolò, se questa forza era sufficiente a conservar nella sua Orbita la Luna. In questo computo, essendo lontano da' libri, egli si appigliò al comun calcolo, ch' era in uso tra li Geografi, e li nostri uomini di marina, innanzi che Norvvood misurasse la terra; cioè che 60. miglia Inglesi si contengano in un grado di latitudine nella superfizie della terra. Ma come questa si è una supposizione molto fallace, contenendo ciascun grado incirca 69 ½ miglia delle nostre, il suo computo non corrispose all' espettazione: onde conchiuse, che qualche altra causa doveva per lo meno congiungersi coll' azione della potenza di gravità sopra la Luna. Su que-*

sta con-

sta considerazione egli pose da parte per allora ogni ulteriore ricerca sopra questa materia. Ma dopo alcuni anni, una lettera, ch'egli ricevette dal Dott. HooK, lo portò a ricercare qual fosse la real figura, in cui scende un corpo lasciato cadere da qualche luogo in alto, prendendo in considerazione il moto della terra intorno al suo asse. Avendo un tal corpo lo stesso moto, che il luogo, onde scende, per la rivoluzion della terra, si dee considerarlo come un corpo lanciato innanzi, e che nello stesso tempo discende verso il centro della terra. Questa fù l'occasione di fargli riassumere li suoi primi pensieri, concernenti la Luna; e avendo il Picart in Francia ultimamente misurata la terra, usando le sue misure, parea, che la Luna fosse ritenuta nella sua Orbita puramente dalla potenza di gravità, e che in conseguenza cotesta potenza diminuisca secondo l'allontanamento dal centro della terra, nella maniera, che il nostro Autore aveva primieramente conghietturato. Su questo principio trovo, che la linea descritta da un corpo cadente sia un'ellipsi, che ha per foco il centro della terra. E movendosi in tali orbite li Pianeti Primarj attorno al Sole, egli ebbe la soddisfazion di vedere, che questa ricerca, la quale egli aveva intrapresa unicamente per curiosità, fosse applicata a' più importanti dissegni. In appresso egli compose presso a una dozzina di proposizioni, relative al moto de' Pianeti Primarj intorno al Sole. Parecchj anni dopo di tutto questo, certi discorsi, ch'egli ebbe col Dot. Halley, che a Cambridge gli fece una visita, impegnarono il Sig. Cav. If. Nevvton a ripigliar di nuovo la considerazione di questo soggetto; e ciò diede occasione a comporre il Trattato, ch'ei pubblicò sotto il titolo di Principj Mattematici di Filosofia Naturale. Questo Trattato, pieno di una sì gran varietà di profonde invenzioni, fu da lui composto appena con alcuni altri materiali, che le poche proposizioni quì sopra mentovate, nello spazio di un'anno, e mezzo.

Sebbene la sua memoria era molto decaduta, io trovai, ch'egli intendeva perfettamente li suoi scritti, contro ciò, che aveva udito sovente nel discorso da più persone. Cotesta lor' opinione potrebbe esser nata per avventura dal non esser' egli stato sempre pronto a parlar di questi soggetti, anche quando si poteva aspettar, che lo dovesse fare. Ma quanto a ciò, si può rimarcare, che li genj grandi sono frequentemente soggetti ad esser disapplicati, non solo per rapporto alla vita comune, ma riguardo ancora a qualche parte della scienza, di cui sono ottimamente informati. Gl' Inventori sembrano tesoreggiare nel loro spirito, quello, che hanno essi ritrovato, diversamente da quel che fanno gli altri, che non hanno cotesta facoltà inventiva. Li primi, quando hanno occasione di produrre li loro pensieri, sono a qualche misura obbligati immediatamente a rintracciar parte di quello, che loro manca. Perciò essi non sono egualmente disposti in ogni tempo; cosicchè è sovente avvenuto, che que' tali, che ritengono le cose principalmente per uno sforzo di memoria, sono sembrati di gran lunga più abili, che li medesimi discopritori.

Quanto ai morali ornamenti del suo spirito, essi erano tanto ammirabili, quanto li suoi altri talenti. Ma questa è una messe copiosa, che io lascio da coglier' agli altri. Io tocco sol quello, che ho sperimentato io medesimo nel corso de'

pochi

pochi anni, che ho goduto della sua amicizia. Io discoprj questo immediatamente in lui, che tutto ad un tempo mi sorprendeva, e mi allettava; nè la sua estrema avanzata età, nè la sua universal riputazione l'hanno reso giammai o nella sua opinione ostinato, o elato in alcun grado. Io ho avuta occasione di averne cotidiane sperienze. Le rimarche, che io continuamente gli spediva per lettere, sopra li suoi Principj, erano ricevute con l'ultima bontà. Questo fu sempre così lontano dal dispiacergli in parte alcuna, che per lo contrario gli dava occasione di parlar quantità di cose di me a' miei amici, é di onorarmi con una pubblica testimonianza della sua buona opinione. Egli pure approvò del seguente trattato una gran parte di quello, che noi leggemmo insieme. Siccome molte alterazioni si fecero nella nuova edizione de' suoi Principj, così se ne avrebbero fatte ancora più, se vi fosse stato un tempo sufficiente. Ma qualunque cosa di questo genere possa giudicarsi mancante, proccurrerò di supplirla nel mio comentario sopra questo libro. Io aveva motivo da pensare, ch' egli aspettasse una tal cosa da me, e intesi averlo pubblicato durante sua vita, dopo che fec' imprimere il seguente discorso, ed un trattato mattematico, che il Sig. Cav. Is. Nevvton scrisse già da molto tempo, concernente li primi principj delle flussioni, che io ottenni da lui per pubblicarlo. Io ho esaminati tutti li calcoli, e preparata una parte delle figure; ma come l' ultima parte del trattato non è mai stato finita, era per lasciarmi alcune carte in ordine a supplir quello, che vi mancava. Ma la sua morte impedì questo disegno. Quanto al mio comento sopra li Principj, io intendo di dimostrarvi qualunque cosa il Sig. Cav. Is. Nevvton ha posto senza un' espressa prova, e di spiegar quelle espressioni nel suo libro, che io giudicherò necessario. Questo comento sarà messo ben tosto sotto al torchio, unito a una traduzione Inglese de' suoi Principj. Un ragguaglio più particolare del mio intero disegno è stato di già pubblicato nelle nuove memorie di Letteratura per il mese di Marzo 1727.

AVVERTIMENTO.

NOn si suppone in quest'Opera il moto della Terra, che come un Principio di più facile spiegazione dei Fenomeni Naturali, e di maggior coerenza con le parti di essa Opera, di quello sia il Principio, o la Ippotesi contraria. Onde li Lettori discreti potranno giudicare solo relativamente, e non assolutamente di quello troveranno quì concernente una tal quistione.

INTRODUZIONE.

1. LA maniera, nella quale ha pubblicate le sue discoperte Filosofiche il Sig. Kav. Is. Nevvton, le fa esser' occulte, e sconosciute a coloro, che non hanno fatto delle mattematiche il loro Studio particolare. Aveva egl' invero intenzione una volta di esporre in un modo più famigliare quella parte de suoi ritrovamenti, che concerne il sistema del Mondo; ma dopo una ulterior riflessione si mutò di parere. Imperciocchè come la natura di queste discoperte le rende incapaci ad essere provate con altri principj, che con li geometrici; così egli apprendeva, che quelli, che non avessero pienamente intesa la forza de' suoi argomenti, a gran pena vi si sarebbero arresi per cangiar li primi sentimenti con nuove opinioni, così differenti da quanto erasi già comunemente ricevuto. (a) Pertanto egli amò piuttosto di spiegarsi a' soli Lettori mattematici: ed abbandonò l'attentato d'istruire de' suoi Principj que' tali, che per non comprendere il suo Metodo di ragionare, alla prima vista delle sue discoperte, non sarebbero restati persuasi della loro verità. Ma di presente, poichè le dottrine del Sig. Kav. Is Nevvton sono intieramente confermate dalla unanime approvazione di tutti quelli, che sono qualificati di cognizione per intenderle, egli è fuori di dubbio esser' affatto desiderabile, che l'intero dei suoi miglioramenti in Filosofia universalmente possa conoscersi. A questo fine per tanto ho ordinato il seguente scritto, per dar' una nozion Generale delle invenzioni del nostro grande Filosofo a que' tali, che non sono preparati a legger la sua opera stessa, e nondimeno desidererebbero d'esser informati del progresso, ch'egli ha fatto nella cognizion naturale; non dubitando, che oltre quelli, il cui genio gli ha posti nella carriera degli Studj mattematici, molti non ve ne siano, che prenderebbero un gran piacere in gustar di questa deliziosa sorgente di cognizione.

a Phil. Natur. Princ. Math. Lib. III. Introd.

2. Ella è una giusta rimarca, fatta su lo spirito umano, che non gli è cosa più convenevole della contemplazione del vero; e che tutti gli uomini sono portati da un forte desiderio di sapere; stimando onorevole il riuscirvi; e per lo contrario tenendo per cosa misera, e turpe lo sbagliare, creder' il falso, e l'esser' in qualunque modo ingannato. E questo sentimento da nissuna cosa vien più confermato, che dalla inclinazione degli uomini ad informarsi delle operazioni della natura: la qual dis-

A posi-

posizione a ricercar le cagioni delle cose è così generale, che tutti gli uomini di lettere, credo io, ne son dominati. Nè di ciò è difficile l'assegnar la ragione, se consideriamo solamente, che il nostro desiderio di sapere è un'effetto di quel gusto per il sublime, ed il bello nelle cose, che principalmente fa la differenza tra la vita umana, e quella de' bruti. Questi animali inferiori partecipano con noi de' piaceri, che immediatamente sono da' sensi, e dagli appetiti corporei originati; ma il nostro spirito è fornito di un senso superiore, per cui è capace di ricevere varj gradi di diletto, ove le creature, che sono al di sotto di noi, non concepiscono alcuna differenza. Quindi viene quel seguito di grazie, e di eleganze, che si ravisa ne' nostri pensieri, ed azioni, e in tutte le cose, che ci appartengono, e che fanno l'impiego principale dello spirito attivo dell'uomo. Li pensieri della mente umana hanno troppo d'estensione per esser confinati solamente al provvedimento, ed al godimento di ciò, ch'è necessario per il sostegno della nostra vita. Questo gusto è quello, che ha fatto nascer la Poetica, l'Oratoria, e tutte le spezie di letteratura, e di cognizione. Quindi noi proviamo un gran piacere nel concepire con forza, e nell'apprender chiaramente, anche dove le passioni non c'interessano. Li raziocinj chiari non solo appariscono belli; ma quando sono posti nella sua forza, e dignità, partecipano del sublime, e non solo piacciono, ma toccano, e muovono. Questa è la sorgente del forte desiderio, che abbiamo della cognizione; e lo stesso gusto per il sublime, e per il bello ci porta particolarmente a sceglier le produzioni della natura per suggetto della nostra contemplazione; avendo il nostro Creatore talmente adattati li nostri spiriti alla condizione, in cui ci ha posti, che tutte le sue Opre visibili, prima, che ne ricercassimo la natura, imprimessero in noi le più vive idee di bellezza, e di magnificenza.

3. Ma se vi è una sì forte passione negli spiriti contemplativi per la natural Filosofia; certamente debbono questi tali ricevere un particolar piacere nell'esser informati delle discoperte del Sig. Kav. Is. Nevvton, che solo è stato abile a fare ogni gran progresso nel vero cammino, che conduce alla Cognizion naturale; laddove questo importante suggetto era stato trattato per lo addietro con tal negligenza, che non vi si potrebbe riflettere senza esser sorpreso. D'alcuni pochi infuori, che seguendo un metodo più ragionevole, acquistarono qualche poco di vera cognizione in alcune parti della natura; gli Scrittori di questa Scienza ne avevano generalmente trattato in un tal modo, come se stimassero, che nissun grado di certezza vi si potesse sperare giammai. Il costume era di far delle conghietture;

ture; e ſe dopo averle comparate con le coſe, vi compariva qualche ſorte di convenienza, ſebbene imperfetta, ciò ſi teneva per ſufficiente. E nello ſteſſo tempo nulla men ſi curava, che un'intero ſiſtema, e che penetraſſe tutto d'un colpo le grandi profondità della natura; come ſe le occulte cagioni degli effetti naturali, ordinate, e prodotte da una infinita Sapienza foſſero da eſaminarſi con una ſprezzante intrapreſa de' noſtri deboli intendimenti. Laddove il ſolo metodo, che poſſa darci qualche ſperanza di ſucceſſo in queſta difficile impreſa, è di fare le noſtre ricerche con l'ultime precauzioni, ed a lenti paſſi. E dopo tutte le noſtre più diligenti fatiche, una maſſima parte della natura, non v'ha dubbio, reſterà ſempre fuori della noſtra portata.

4. Queſta negligenza de' mezzi proprj per dilatar la noſtra cognizione, unita alla preſunzione dell'attentato di ſapere quello, ch'è totalmente ſopra le noſtre limitate facoltà, il Sig. Bacon giudizioſamente oſſerva eſſere ſtato un grande impedimento al poſſeſſo della ſcienza. (a) Per verità quell'eccellente Perſonaggio è ſtato il primo, ch'eſpreſſamente ſcriveſſe contro queſta maniera di filoſofare; e ne ha ſcoperta eſteſamente l'aſſurdità nel ſuo ammirabil Trattato, intitolato: *Novum organum Scientiarum*; e vi ha ancora deſcritto il vero metodo, che ſi dovrebbe ſeguire.

a *Nov. Org. Scient. Lib. 2. Aphoriſ. 9.*

5. Non vi ſono, dic'egli, che due metodi, che poſſano tenerſi nel cammino alla natural cognizione. Uno è di fare un celere paſſaggio dalle noſtre prime, e ſuperfiziali oſſervazioni ſu le coſe agli Aſſiomi generali, ed indi procedere ſopra queſti aſſiomi, come ſopra Principj certi, ed incontraſtabili, ſenza ulteriori diſamine. L'altro metodo, (cui egli oſſerva eſſer il ſolo vero, ma che non eraſi tentato a' ſuoi tempj) è di procedere cautamente, di avanzar paſſo a paſſo, riſervando li Principj più generali all'ultimo riſultato delle noſtre ricerche. (b) In ordine al primo di queſti metodi, dove le objezioni, che hanno apparenza di eſſer contrarie a qualcuno di quegli aſſiomi troppo preſto ſtabiliti, ſi sfuggiſcono con certe frivole diſtinzioni, quando l'aſſioma ſteſſo dovrebbe eſſer piuttoſto corretto; (c) egli afferma, che gli sforzi congiunti di tutte l'età non poſſono dargli alcun ſucceſſo, a cauſa, che quell'errore originario nella prima digeſtion dello ſpirito, com'egli ſi eſprime, non può eſſer più in tutto il ſeguito rimediato: (d) con che ha egli voluto darci ad intendere, che ſe noi ſiamo una volta nel cammin falſo, niuna diligenza, o Arte, che uſar potiamo, finchè noi ſeguitiamo il noſtro corſo erroneo, ci porterà giammai al termine diviſato. E ſenza dubbio non può accader'

b *Nov. Org. L. 1. aphoriſ. 19.*

c *Ibid. aph. 25.*

d *aphoriſ. 30. Errores radicales, & in prima di-*

der' altrimenti; imperciocchè in que' vasti campi della natura, se una volta noi sbagliamo nel porre il passo, noi dovremmo smarrirci incontinenti, e andar' errando per sempre nella incertezza.

6. La impossibilità di successo in un così fallace metodo di filosofare procura Sua Signoria di confermarla per la quantità delle false nozioni, de' pregiudizj, a cui è esposto lo spirito dell'uomo (a). E poichè questo giudizioso Scrittore apprende, che gli uomini sono cotanto soggetti a cadere in queste false maniere di pensare, che corrono un gran pericolo d'esserne sviati, anche quando entrano nel vero cammino della natura; (b) io spero, che sarò scusato, se insistendo un poco particolarmente sopra quest' argomento, procurerò di rimovere qualunque pregiudizio di questa sorte, che potesse imbarazzare lo spirito di alcuno de' miei Lettori.

7. Sua Signoria ha ridotti questi pregiudizj, e questi falsi modi di concepire sotto quattro Capi distinti. (c)

8. Il Primo Capo abbraccia quelli, a cui siamo soggetti per la condizione stessa della umanità, per la debolezza de' nostri sensi, e delle facoltà dello spirito; (d) poichè la sottigliezza della natura, come quest' Autore rimarca, di gran lunga eccede la maggior sottigliezza de' nostri sensi, o li più acuti ragionamenti. (e) Uno de' falsi modi di concepire, di cui fa egli menzione sotto a questo Capo, è il formare a noi stessi una fantastica semplicità, e regolarità nelle cose naturali. Ciò egli dichiara con gli esempi seguenti: concepire, che li Pianeti muovano in circoli perfetti; aggiunger' una sfera del fuoco agli altri tre elementi, e suppor, che ciascuno di essi superi l'altro in rarità, in una certa proporzion decupla. (f) E della stessa natura si è l'asserzion di *Descartes*, senz' alcuna prova, che tutte le cose son fatte solamente di tre sorte di materia; (g) come ancora l'opinione di un'altro Filosofo, che la luce passando per differenti mezzi si rifranga in maniera, che avanzi per quella via, per cui abbia a muovere più speditamente, che per qualunque altra. (h) La seconda erronea disposizione di spirito, che considera Sua Signoria sotto a questo Capo, si è, che tutti gli uomini hanno qualche grado di passione, o d'affetto per alcune nozioni, di cui si sono una volta imbevuti; ond' è, che bene spesso stravolgono le cose per accordarle con quelle nozioni, e trascurano la considerazione di qualunque cosa, che non li porti ad accordarle con esse; come fanno coloro, che sono attaccati all'astrologia giudiziaria, all'osservazioni dei sogni, ed altre simili superstizioni, li quali conservano fedelmente la memoria d'ogni accidente, che serve a confermar li loro pregiudizj, e si lasciano scappar dalla mente tutti gli

gestione mentis ab excellentia functionum & remediorum sequentium non curantur.

a *Aph.* 38.
b *Ibid.*
c *Aph.* 39.
d *Aph.* 41.
e *Aph.* 10. 24.
f *Aph.* 45.
g *Princ. Phil. par.* 3. §. 52.
h *Fermar. in op. pag.* 156. &c.

gli esempj, che lor fanno contro. (a) Vi è pure un'altro impedimento alla vera cognizione, menzionato sotto al medemo Capo da questo nobile Autore, ed è, che laddove per la debolezza, ed imperfezione de' nostri sensi ci sono nascoste più cose, che hanno una grandissima parte nel produr le apparenze naturali, li nostri spiriti sono ordinariamente più toccati da quello, che fa la più forte impressione su li nostri organi de' sensi; con che noi siamo portati a giudicare dell'importanza reale delle cose in natura con una falsa misura. (b) Così, perchè la figura, ed il moto de' corpi feriscono li nostri sensi più immediatamente, che la maggior parte delle altre lor proprietà, *Descartes*, e li suoi seguaci non vogliono riconoscere altra spiegazione delle apparenze naturali, che dalla figura, e dal moto dalle parti della materia. Dal qual' esempio vediamo, quanto giustamente Sua Signoria osserva, che questa sorgente di errore è la più grande di tutte, (c) poiche ha data l'origine ad un principio fondamentale di un sistema di Filosofia, che non ha gran tempo, era in possesso di una riputazion' universale.

a Nov. Org. Aph. 46.

b Aph. 50.

c Ibid.

9. Questi sono li principali di quegli ostacoli alla Cognizione, che questo Autore ha ridotti sotto il suo primo Capo di falsi concetti. Il secondo contiene gli errori, a cui le persone particolari sono in ispezialità più soggette. (d) Uno di questi è la conseguenza di una precedente osservazione, che come noi siamo esposti ad essere schiavi di qualche opinione, che una volta preso abbia possesso del nostro spirito; così in particolare la Cognizion naturale è stata fortemente corrotta da un grande attacco degli uomini a qualche parte di questa Scienza, di cui si riputavano gl'inventori, o intorno a cui avevano speso il più del suo tempo: e quindi si sono persuasi, ch' ella fosse di un più grande uso nello studio della Filosofia naturale, di quello, che infatti ella fosse; come Aristotele, che riduceva la sua Fisica a dispute di Logica; e li Chimici, che pensano, potersi la natura disserrar solamente dalla forza de' loro fuochi. (e) Alcuni ancora sono tutti portati da una eccessiva venerazione per l'antichità; altri da una troppo grande passione per li moderni: pochi avendo li loro spiriti, così ben bilanciati, che nè abbassino il merito degli antichi, nè disprezzino li reali miglioramenti degli ultimi tempi. (f) A questo si aggiunge da S. Signoria una differenza nel genio degli uomini, che alcuni sono più abili ad osservar la somiglianza, ch' è nelle cose, mentre altri sono più qualificati a discerner le particolarità, in cui non convengono; le quali due disposizioni di spirito son' elleno utili invero; ma in pregiudizio della Filosofia

d Aph. 53.

e Aph. 54.

f Aph. 56.

loſia gli uomini ſon troppo atti a dar nell'ecceſſo in ciaſcuna; mentre li genj d'una ſorte ſi fermano troppo ſu 'l groſſo, ed alla ſomma delle coſe, e gli altri ſopra minuzie di niun momento, e ſopra ombratili diſtinzioni. (*a*)

10. Sotto al terzo Capo de' pregiudizj, e delle falſe nozioni conſidera queſto Scrittore quelle, che naſcono dall'uſo incerto, e indefinito de' termini nel diſcorſo ordinario, che cagiona grande ambiguità, e incertezza nelle diſcuſſioni Filoſofiche (come un'altro eminente Filoſofo ha già dimoſtrato più eſteſamente (*b*) di modo che queſto noſtro Autore penſa, che appena ſia egli un' infallibile rimedio contro queſto inconveniente, il definirſi rigoroſamente li termini. (*c*) E per avventura non ha poca ragione in queſta parte; imperciocchè il comun ſenſo diſaccurato delle parole, non oſtante la limitazione loro apportata dal definirle, ſi preſenta così coſtantemente allo ſpirito, che ſi ricerca una gran cautela, e circoſpezione, per non reſtarne ingannato. Noi abbiamo di ciò un' eſempio eminente nelle gran diſpute, che ſi ſono eccitate ſu l'uſo della parola Attrazione in Filoſofia, di cui ſaremo dipoi obbligati a fare una particolar menzione: (*d*) Le parole, contro di cui dobbiamo così porc' in guardia, ſon di due ſorte. Alcune ſono nomi di coſe ſolamente immaginarie; (*e*) tali parole debbonſi rigettare affatto. Ma ve ne ſono delle altre, che alludono a qualche coſa di reale. Sebbene il loro ſignificato è confuſo; (*f*) e queſte ultime ſi dee continuar neceſſariamente ad uſarle; ma il lor ſenſo ſi ha da far chiaro, e liberarlo, quanto è poſſibile, dall'oſcurità.

11. L'ultimo Capo generale di queſti errori comprende que' che naſcono dalle varie ſette di falſe filoſofie; che queſt' autore divide in tre ſpezie, Sofiſtica, Empirica, e Superſtizioſa (*g*) Per la prima di queſte egl' intende una Filoſofia fabbricata ſopra ſpeculazioni ſolamente, ſenza ſperimenti; (*h*) per la ſeconda, dove gli ſperimenti ſi trovano alla cieca accozzati, ſenza ragionarvi ſopra: (*i*) e per la terza falſe opinioni della natura, radicate nelle menti umane, o per falſe religioni, o per iſpiegazioni non inteſe della vera. (*K*)

12. Queſti ſono li quattro canali principali, d'onde penſa il giudizioſo Scrittore, che ſianſi diramati fra gli uomini gli errori Filoſofici. E rettamente oſſerva, che il falſo metodo di proceder in Filoſofia, contro di cui egli ſcrive, (*l*) è così lontano dall'aſſiſterci nel ſuperar queſti pregiudizj, che apprende piuttoſto contribuiſca a confermarli maggiormente nello ſpirito. (*m*) Quanto ha perciò di ragion S. Signoria a chiamar queſto metodo di filoſofare il padre dell'errore, ed il veleno della co-

a *Aph.* 55.
b *Lo Ke Dell'Intendim. Umano, Lib. III.*
c *Nov. Org. Aphor.* 59.
d *Nella Concluſ.*
e *Nov. Org. Aph.* 59. *Lib. I.*
f *Ibid. Aph.* 60.
g *Ibid. Aph* 62.
h *Aph.* 63.
i *Aph.* 64.
K *Aph.* 65.
l *Ved di ſop.* §:4. 5.
m *Nov. Org. L. I. Aph* 69.

la cognizione. (a) E che altro invero, che inganni, può partorire una così ardita, e presuntuosa maniera di trattare con la natura? Abbiamo noi la sapienza necessaria a produrre un mondo, che troviam così facile, ed un'opra così superfiziale il penetrar nelle più secrete sorgenti della natura, e discoprire le cause originali delle cose? quali chimere, quai mostri non ha dati alla luce un metodo così stravolto? Quai pensamenti, e quali Ippotesi de' più sottili ingegni non ha una più esatta ricerca della natura, non solo abbattute, ma palesate ancora per ridicole, ed impertinenti? Ogni nuovo miglioramento, che si fà in questa scienza, ci porta a veder di vantaggio la debolezza delle nostre conghietture. Il Dottor Harvey con la sola discoperta della circolazione del sangue ha dissipate tutte le specolazioni, e sovertiti li ragionamenti di più età di, intorno all'Economia Animale. L'Asellio, allo scoprimento delle vene lattee, dimostrò, quanto poco fondamento avevano tutti li Fisici, e li Filosofi in conghietture, che la parte nutritiva dell'alimento fosse assorbita dalle bocche di quelle vene, che sono sparse su le budella; ed il Pecquet ritrovando il canale Toracico, evidentemente provò la vanità dell'opinione, che si aveva tenuta dopo conosciuti li Vasi Lattei, che il sugo dell'alimento fosse inviato al fegato immediatamente, e vi si convertisse in sangue.

a Ibid.

13. Come queste cose mostrano la grande assurdità, del proceder in Filosofia sopra conghietture, con l'informarci di quanto le operazioni della Natura sono al di sopra de' nostri bassi concepimenti; così dall'altra parte tali esempj di successo, con la scorta di un metodo più giudizioso, dimostrano, che il nostro benefico Creatore non ci ha lasciati intieramente sprovvisti di tutti li mezzi per gustar'il piacere della contemplazione della sua infinita Sapienza. Che ricercando la natura per il buon cammino, non si manchi di arrivar'a discoperte, che sembrano le più rimote dai nostri pensieri, lo stesso Lord Bacone lo argomenta dalla sperienza degli uomini. Se, dic'egli, la forza di una palla di Cannone si descrivesse ad un' ignorante, solo da' suoi effetti, egli potrebbe ben ragionevolmente supporre, che questi stromenti di distruzione fossero una composizion più artifiziale, di quante avesse vedute, di ruote, ed altre macchine di mecanica; ma non entrerebbe giammai nel suo pensiero, che la lor forza immensa fosse dovuta ad una sostanza particolare, la qual si accendesse a far'un'esplosione così violenta, che sperimentasi nella polvere da Cannone: poich'egli non avrebbe ove veder'il minor'esempio di tal'operazione, se non forse ne' tremuoti, e ne' tuoni, ch'egli riguarde-

rebbe

rebbe senza dubbio; come sublimi Potenze della Natura, che di gran lunga sorpassano tutta l'arte degli uomini per imitarle. Nella stessa maniera, se ad uno straniero, che ignorasse l' origine della seta, si facesse veder' un' abito fatto di quella, egli sarebbe ben lontano dall' immaginarsi, che una sostanza così forte, fosse un filo prolungato dalle budelle di un picciol verme; ma ei la riputerebbe od una sostanza vegetabile, come lino, o bombagia; o la coperta natural di qualche animale, come la lana di una pecora. Oppure, se prima della invenzione dell' Ago magnetico fra noi altri, ci fosse stato detto, che un' altro popolo era in possesso di un certo stromento, per cui mezzo poteva scoprire la positura del Cielo, molto più facilmente di quel, che noi sapremmo fare; chi non sarebbesi immaginato, che quel Popolo fosse dunque provveduto di stromenti astronomici, migliori dei nostri per quell' effetto? Che una pietra avesse una proprietà così stupenda, che noi ritroviam' ora nella calamita, sarebbe stata la cosa più lontana dai nostri pensieri (a)

a B. A. ph. 109.

14 Ma quali prodigiosi avanzamenti nella cognizione della natura possano farsi, seguendo il vero cammino nelle ricerche Filosofiche, quando queste ricerche siano condotte da un genio eguale alle Divine sue Opre, si comprenderà bene dal considerar le scoperte fatte dal Sig. Kav. Is. Nevvton. Perchè il mio Lettore possa formarne un' idea così giusta, che se gli può comunicare, con un breve ragguaglio, che io intendo di metter quì sotto a' suoi occhj; io fo apparte questa Introduzione per ispiegare nella maniera più piena, che io posso, li Principj, su cui procede il Sig. Kav. Is. Nevvton. Imperciocchè senza averne un chiaro concetto, è impossibile formar alcuna vera idea della singolar eccellenza delle invenzioni di questo grande Filosofo.

15. Li Principj dunque di questa Filosofia sono, che per nissuna considerazione si dee mai condiscender' a conghietture fatte su le Potenze, e le Leggi della Natura, ma si dee metter tutta la nostra attenzione, tutta la diligenza in ricercar le leggi vere, e reali, secondo le quali si regola la costituzion delle cose. La prima cura di un Filosofo ha da essere di distinguer ciò, ch' ei vede esser dentro, da quello, che è fuori della sua portata; non attribuirsi un maggior grado di cognitione di quello, che trova di possedere; ma avanzare a passi lenti, e riguardati; indagar per gradi le Cagioni Naturali, assicurarsi della cognizione delle cause più immediate d' ogni apparenza, prima di estender le sue viste alle più rimote. Questo è il metodo, con cui si dee coltivar la Filosofia, che non pretende a

cose

cose così grandi, come sono le più spiritose specolazioni; ma che ne manderà ben più ad effetto: Sembreremo forse con ciò più inabili a saper tanto; ma la nostra cognizion reale sarà maggiore. E certamente non si può far valere contro il nostro metodo ciò, che alcuni promettono, e che si avvicina di più all'estensione delle nostre brame; poichè questo non c'insegna tutto quello, che noi vorremmo sapere, ci apre però qualche vera veduta in natura; il che non fa l'altro metodo. Nè ha il Filosofo alcuna ragion da pensare la sua fatica perduta, quando si trova arrestato alla prima causa di lui discoperta, o a qualche altra causa più rimota, ma che non sia l'originaria; imperciocchè s'egli non ha provata a sufficienza alcuna causa, egli avrà però tanto penetrato nella costituzion reale delle cose, che avrà dati agli altri dei fondamenti sicuri per fabbricarvi poi sopra, e facilitare le loro intraprese nelle ricerche delle cagioni più lontane; e frattanto potrà egli stesso applicar la cognizione di queste cause intermedie, o subordinate a una quantità di utili disegni. E in verità l'esser abile a far delle pratiche diduzioni dalle Cause Naturali, forma una gran distinzione tra la vera, e falsa Filosofia. Cagioni assunte per una conghiettura, saranno così slegate, ed indefinite, che niuna cosa particolare se ne potrà mai didurre. Ma quelle cause, che sono tirate alla luce da un rigoroso esame delle cose, sono ben qualche cosa di più distinto. Quindi apparisce, non essere stata inutile discoperta quella, che l'ascender dell'acqua nelle trombe deesi alla pressione dell'aria per il suo peso, o per lo suo sforzo di dilatarsi; sebbene le cause, che fanno l'aria esser grave, od elastica, non siano note; imperciocchè sebbene ignoriamo la cagion' originale, da cui queste potenze dell'aria dipendono, potiamo ricever ciò non ostante molti vantaggi dalla nuda conoscenza di tali Potenze. Se noi siam certi del grado di forza, con cui esse agiscono, conosceremo l'estensione di ciò, che si dee da loro aspettare; conosceremo la maggior altezza, a cui è possibile far salir l'acqua per le trombe; e con ciò risparmieremo agli uomini alcuni inutili sforzi, di perfezionare questi stromenti, oltre li limiti prescritti loro dalla natura; laddove senza una tal cognizione noi potremmo probabilmente gettar molto di tempo, e di fatica in attentati di questa sorte. Quanto lungamente si sono affaccendati li Filosofi senza successo a procurar di perfezionare li Telescopj, col lavorar li vetri con qualche nuova figura; finchè il Sig. Kav. Is. Nevvton dimostrò, che gli effetti de' Telescopj erano limitati da una causa differente da quella, che supponevasi; a cui niuna alterazione nella figura

dei vetri avrebbe rimediato? Qual metodo abbia ritrovato l' ſteſſo Sig. Kav. Is. Nevvton per il miglioramento de' Teleſcopj, ſarà ſpiegato a ſuo luogo. (a) Ma io paſſerò di preſente ad illuſtrare con qualche altro eſempio queſto carattere diſtintivo della vera Filoſofia, che ora ſtiamo conſiderando. Non è ſtata una diſcoperta di poco momento, che la contrazione de' muſcoli negli animali ponga le lor membra in moto, ſebbene la cauſa originaria di queſta contrazione rimanga un ſecreto, e per avventura ſia ſempre per rimanerlo; imperciocchè la cognizione di queſto tanto ſolamente ha fatte naſcer quantità di ſpecolazioni ſu la forza, e l'artifizioſa diſpoſizione de' muſcoli, ed ha aperta una viſta conſiderabile nella fabbrica dell' Animale. Ritrovare, che li nervi ſono grandi agenti in queſta funzione; ci porta ancora più d'appreſſo alla cagione originale, e ci ſomminiſtra una veduta più eſteſa del Soggetto. E ciaſcuno di queſti paſſi ci aſſiſte per riſtorar queſto moto animale, quando accade, che venga meno in noi ſteſſi, rimarcando la ſede dei mali, a cui egli è ſottopoſto. Il traſcurar tutto queſto, perchè ſin'ora non ſi è avanzato di più, e chiaramente ridicolo; ſe da tutti ſi confeſſa, che Galilleo perfezionò altamente la Filoſofia, col dimoſtrare, come poſcia lo rapporteremo, che la potenza nei corpi, che chiamaſi gravità, li fa muover abbaſſo dall'alto con una velocità equabilmente accelerata; (b) e che quando ſi getta un corpo innanzi, la ſteſſa potenza gli fa deſcrivere col ſuo moto quella linea, che da' Geometri è detta Parabola; (c) e pure noi ſiamo all'oſcuro di quelle Cauſe, che fanno gravitar li corpi. Ma ſebbene non conoſciamo la ſorgente, onde deriva queſta potenza in natura, nondimeno potiamo calcolarne gli effetti. Quando un corpo cade perpendicolarmente, ſi ſa quanto tempo impiega a diſcender da qualſivoglia altezza; e s'è gettato innanzi ſi conoſce il ſentiero reale, ch'eſſo deſcrive; ſi può determinar con qual direzione, e con qual grado di velocità ſi dee gettare, per fargli ferir lo ſcopo deſiderato; e ſi può ancora accertar la forza, con cui ha a ferirlo. Il Sig. Kav. Is. Nevvton ci ha inſegnato dippiù, che queſta potenza di gravitazione ſi eſtende ſopra la Luna, e fa gravitar queſto Pianeta verſo la Terra, quanto ſarèbbe ogni corpo di quelli, che ci ſon quì famigliari, ſe foſſe poſto alla ſteſſa diſtanza (d) egli ha provato ſimilmente che tutti li Pianeti gravitano verſo il Sole, ed un verſo l'altro; e che li loro moti riſpettivi ſeguitano da queſta gravitazione. Tutto ciò ha egli dimoſtrato ſopra Principj Geometrici incontraſtabili, nè può eſſer tenuto per una cognizion precaria, per non ſaperſi che coſa ſia, che

a Lib. 3. cap. 4.

b lib. 1. cap. 2. §. 14.

c Ibid. §. 85. &c.

d ved. lib. 2. cap 3. §. 3. 4. di queſto trattato.

che ſa gravitar così ſcambievolmente li corpi: nè ſi può dubbitare meno della propenſione di tutti li corpi, che ci ſono intorno, a diſcender verſo la Terra, che metters' in diſputa le propoſizioni ſopraccennate del Gallileo, che ſon fondate ſopra lo ſteſſo Principio. E come il Gallileo ha dimoſtrato più pienamente di quel, che innanzi ſi ſapeſſe, quali effetti abbia a produrre nel moto de' corpi la loro gravitazion verſo la Terra; così il Sig. Kav. Is. Nevvton, con queſta ſua invenzione, ha promoſſa cotanto la noſtra cognizione ne' moti celeſti. Col diſcoprir, che la Luna gravita verſo il Sole così bene, che verſo la Terra, ha ſciolti quegl'imbarazzi nel moto della Luna, che niſſun Aſtronomo con le ſole oſſervazioni avrebbe ſviluppati giammai: (*a*) ed una ſorte di corpi celeſti, che ſon le Comete, ha di preſente il ſuo moto certificato, di cui non ſi aveva per l'addietro alcuna vera conoſcenza (*b*).

a *ibid.*

b *ibid. cap.* 4.

16. Si dovea, non v'ha dubbio, aſpettare, che un tal ſorprendente ſucceſſo aveſſe a impor ſilenzio una volta ad ogni cavillazione; ma ſi è veduto l'oppoſto. Imperciocchè profeſſando queſta Filoſofia modeſtamente di trattenerſi dentro l'eſtenſione delle noſtre facoltà, e confeſſando le ſue imperfezioni più toſto, che fare alcun' utile sforzo per occultare, col cercar di coprire li difetti nella noſtra cognizione con una vana oſtentazione di ardite, e ruinoſe conghietture; ſi ha preſa quindi un' occaſione d'inſinuare, che noi ricorriamo a cagioni miracoloſe, ed all'occulte qualità delle Scuole.

17. Ma la prima di queſte accuſe è bizzara. Se col chiamar queſte cauſe miracoloſe, non s'intende altro, ſe non che ſovente appariſcono a noi mirabili, e ſorprendenti, non è facile veder, qual difficoltà ſi pretende quindi dedurre; imperciocchè le Opere della natura diſcoprono ad ogni paſſo tali prove di una potenza illimitata, e di una conſumata Sapienza del loro Autore, che più ſe n'intende, più ecciteranno eſſe la noſtra ammirazione: ed è troppo manifeſto, per avorvi quì da inſiſtere, che la parola miracoloſo non può quì aver luogo, quando importi ciò, ch'è al di ſopra del corſo ordinario delle coſe. L'altra imputazione, che queſte ſono cagioni occulte, perchè non ſi comprende ciò, che le produce, contiene in sè un grand' equivoco. Che ſiavi qualche coſa di ſimile a quelle naſcoſto in queſta Filòſofia; li ſuoi ſeguaci ſono pronti a confeſſarlo, e vorrebbero certamente, che queſto ſi rimarcaſſe eſattamente, per determinare l'oggetto proprio delle ricerche avvenire. Ma queſto proceder è ben differente da quello degli Scolaſtici nelle cauſe da lor dette occulte. Imperciocchè come s'intendeva, che le loro qualità occulte

opraſſero in una maniera occulta, e non inteſa da noi; così s'erano quelle intruſe per tali originarie, ed eſſenziali qualità ne' corpi, che facevano vana ogni ricerca di cauſe ulteriori; e ſi attribuiva loro una maggior potenza di quello, che foſſe autorizzata dalle apparenze naturali. Per eſempio, l'aſcender dell'acqua nelle trombe attribuivaſi ad un certo abborrimento del vacuo, ch'eſſi penſavano di dover dare alla natura. E in tanto queſt'era una vera oſſervazione, in quanto l'acqua muove in una maniera contraria al ſuo corſo ordinario, nello ſpazio, che ſia vuoto d'ogni ſenſibil materia; e il proccurare un tal vacuo, era l'apparente cagione dell'aſcendervi dell'acqua. Ma non reſtando noi punto informati, come queſta potenza, chiamata un' abborrimento del vacuo, produca de' viſibili effetti; invece di far' alcun' avanzamento nella conoſcenza della natura, noi diamo ſolamente un nome artifiziale ad una delle ſue operazioni, e quando la ſpecolazione ſi foſſe portata così avanti, oltre quello, che ogni apparenza ricercava, che ſi aveſſe conchiuſo, queſto abborrimento del vacuo eſſer' una potenza inerente in tutta la materia, e così illimitata, che ne rendeſſe aſſolutamente impoſſibile l'eſiſtenza; ne naſceva poi una maggiore aſſurdità nel farla il fondamento della più ridicola maniera di ragionare, come inſieme apparve evidentemente quando ſi venne a ſcuoprire, che queſt' alzarſi dell' acqua ſeguiva ſolamente dalla preſſione dell'aria, e non ſi eſtendeva più, che la potenza di queſta cauſa. Lo ſtile ſcolaſtico in diſcorrer delle qualità occulte, come ſe foſſero differenze eſſenziali nelle ſoſtanze, di cui ſon compoſti li corpi, era certamente aſſurdo, imperciocchè tendeva a diſincoraggire d' ogni ulteriore ricerca. Ma niuna tal conſeguenza ſi può temere dal conſiderar qualche cauſa naturale, che non ſi è ſcoperta fino alla ſua prima ſorgente. Come arriveremo noi alla cognizione di varie cauſe originali delle coſe, altrimenti che col munirſi di varie cauſe intermedie, che potiamo ſcoprire? Son'elleno così triviali tutte le proprietà originarie, ed eſſenziali della materia che niuna d'eſſe poſſa sfuggire alla prima viſta? Ciò non è poſſibile. E' molto più veriſimile, che ſe qualche proprietà eſſenziale ſi preſenta alle noſtre prime oſſervazioni, un'eſame più rigoroſo ci porterebbe ad una maggior diſcoperta.

18. Ma per iſviluppar queſto punto concernente le proprietà eſſenziali della materia, conſideriamo con maggior diſtinzione il ſoggetto. Abbiamo a concepire, che la materia, di cui l'univerſo è formato, è dotata di certe qualità, e potenze, che la fanno atta a corriſponder' ai fini, per cui è creata. Ma ogni proprietà, che qualche particola di queſta materia poſſiede, e

che

che non è puramente la conseguenza dell'unione, che questa particola ha con le altre porzioni di materia, noi potiamo chamarla una proprietà essenziale: laddove tutte le altre proprietà, o gli altri attributi spettanti ai corpi, che dipendono dalla lor forma, e composizione particolare, non sono essenziali alla materia di cui que' corpi son fatti; imperciocche la materia di que' corpi sarà spogliata di queste qualità, solamente per la dissoluzione del corpo, senza oprare alcun cangiamento nella original costituzione di ciascuna particola di questa massa di materia. L'estensione noi apprendiamo esser una di queste proprietà essenziali, e la impenetrabilità un'altra. Queste due appartengono universalmente a tutta la materia, e sono gl'ingredienti principali dell'idea, che questa parola materia risveglia ordinariamente nello spirito. Pure come l'idea rimarcata con questo nome nome non è una mera produzione del nostro intendimento, ma si prende per la rappresentazione di una certa sostanza, ch'è fuori di noi, così se noi troveremo, che ogni parte di quella sostanza, in cui discuopriamo queste due proprietà, abbia similmente qualche altra proprietà essenziale universalmente, ella dovrà esser unita con le altre, dal tempo, ch'è arrivata alla nostra notizia, sotto la nostra idea generale di materia. Noi non sappiamo il numero di tutte quelle proprietà di questa natura, che sono attualmente in tutta la materia: quelle, di cui siamo al presente informati, si sono discoperte solamente dalle nostre osservazioni su le cose; quante di più ne potrebbe scoprire una più profonda ricerca, persona non ce 'l può dire: nè siamo certi d'esser provvisti di un metodo sufficiente per arrivar a discernerle tutte. Dunque poichè non abbiamo altra via di far discoperte in natura, che per ricerche successive, e fatte per gradi nelle proprietà dei corpi, il nostro primo passo sarà di ammetter senza distinzione tutte le proprietà, che andremo osservondo; e poi travagliare, quanto è in noi, a distinguere tra le qualità stesse, di cui son rivestite le sostanze, e quelle apparenze, che risultano solamente dalla struttura de' corpi composti: Alcune delle proprietà, che osserviamo nelle cose, sono attributi solamente di corpi particolari; altri universalmente appartengono a tutti quelli, che cadono sotto alla nostra notizia. Se alcune delle qualità, e potenze de' corpi particolari, derivino da differente sorte di materia, ch'entri nella loro composizione, non si può assolutamente decidere, nello stato presente della nostra imperfetta cognizione; sebbene non abbiamo ancora alcuna ragion di conchiudere, che tutti li corpi, in mezzo a cui ci troviamo, non siano formati d'una sorte stessa di materia, e le loro qualità distin-

distinte non siano cagionate solamente dalla loro differente struttura; per la cui varietà le potenze generali della materia sono determinate a produrre differenti effetti. Dall' altra parte non dobbiamo conchiuder frettolosamente, che qualunque cosa si trova spettar a tutta la materia, che cade sotto il nostro esame, debba per questa sola ragione esserne una proprietà essenziale, e non derivar da qualche sconosciuta disposizione nelle forme naturali. Il Sig. Kav. Is. Nevvton ha pensato di conchiuder ragionevolmente, che la gravità è una proprietà universale spettante a tutti li corpi concepibili nell' Universo, e a ciascuna parte di materia, di cui quelli sono composti. Ma ancora ei non afferma in alcun luogo, che questa proprietà sia essenziale alla materia. Ed è stato sì lungi dall' aver alcun disegno di stabilirla per tale, che all' incontro egli ha dati dei sentori degni di lui d' una causa di essa (*a*) ed espressamente ha detto, che ha proposti questi saggi per provare, che non aveva alcuna tal' intenzione. (*b*)

19 Quindi apparisce, che non e' facile determinare, quali proprietà dei corpi sono essenzialmente inerenti alla materia, di cui son' essi composti, e quali dipendono dalla loro forma, e disposizione. Ma certamente qualunque proprietà si trovi appartenere o ad alcun particolare sistema della materia, od universalmente a tutta quanta, deve esser considerata in Filosofia; perchè la Filosofia sarebbe altrimenti imperfetta. Se queste proprietà possano esser dedotte da alcune altre spettanti alla materia, o che di già sono note, o tali, che possano esser da noi discoperte, sarebbe invero da ricercare, per una maggior perfezione delle nostre conoscenze: Ma questa ricerca non può aver luogo propriamente, ove si delibera d' ammettere una proprietà della materia, o dei corpi in Filosofia, per questo proposito e sol da considerare, se l' esistenza d' una tal proprietà sia giustamente provata, o no. Dunque a decider quali cagioni delle cose siano rettamente ricevute nella Filosofia naturale, si ricerca solamente un concetto chiaro, e distinto di qual sorte debba esser' un raziocinio, perchè si riconosca per convincere, quando si argomenta su le Opere della natura.

a All' fine della sua Opr. 21.
b ved. lo stesso tratt. nell' avvert. 2.

23. Le prove in Filosofia naturale non possono esser così assolutamente concludenti, come nelle Mattematiche. Imperciocchè li Soggetti di questa Scienza sono puramente Idee del nostro spirito. Possono esser bensì rappresentati ai nostri sensi da oggetti materiali, ma essi sono sempre arbitrarie produzioni de' nostri pensieri; cosicchè sin dove lo spirito può aver' una piena, e adeguata cognizione delle sue proprie idee, il ragionar' in Geometria può esser perfetto. Ma nella cognizion naturale il soggetto delle nostre considerazioni è fuori di noi, e non si conosce tanto perfetta-

fettamente; dunque il nostro metodo d'argomentare dee mancar' un poco da quella rigorosa, e assoluta perfezione. Quì si ricerca solamente di tenere un cammino di mezzo tra la maniera di proceder conghietturalmente, contro di cui abbiamo parlato, e di esigger prove così rigorose, da ridur tutta la Filosofia ad un puro scepticismo, ed escluder' ogni prospetto di far qualche avanzamento nella cognizione della natura.

21. Le dimande da concedersi, che debbono esser da tutti ammesse in questa Scienza, sono state comprese in pochi semplici precetti dal Sig. Kav. Is. Nevvton.

21. Il primo è, che non si devono ricever più cause in Filosofia di quelle, che bastano per ispiegar le apparenze della natura. Che questa regola sia approvata unanimemente, si fa palese da quell'espressioni, che s'innontrano così sovente appresso tutti li Filosofi, che la natura non fa niente indarno; e che una varietà di mezzi, dove ne bastan più pochi, è superflua. E certamente vi è la più alta ragione di condiscender' a questa regola. Imperciocchè se noi condiscendiamo alla libertà di moltiplicar, senza necessità, le cagioni delle cose, si ridurrebbe tutta la Filosofia ad una mera incertezza; poichè la sola prova, che potiamo avere dell'esistenza di una Causa, è la necessità di essa per produrre un'effetto, che si conosce. Quando dunque basta una Causa, se realmente ve ne fossero due in natura, ch'è nell'ultimo grado improbabile, noi non avremo mezzo possibile, per conoscerla; e in conseguenza non dobbiamo prender la libertà d'immaginarci, che ve ne sia più di una.

23. Il Secondo precetto è una diretta conseguenza del primo, ch'effetti simili debbonsi ascrivere alle stesse cagioni. Per esempio, che la respirazione degli uomini, e ne' bruti si eseguisce incirca ad un modo; che li corpi discendono in terra quì in Europa, ed in America per un medesimo Principio; che la luce del Fuoco di cuccina, o del Sole operano della stessa maniera; che la riflessione della luce si fa in Terra, e ne' Pianeti per la stessa potenza, che la riflette, e simili.

24. Il terzo di questi precetti ha una ragione della stessa evidenza. Egli è, che solamente quelle qualità, che in un corpo stesso non possono esser diminuite, o aumentate, e che appartengono a tutti li corpi, di cui è in nostro potere far qualche prova, si debbono annoverar tra le proprietà universali di tutti li corpi.

25. In questo precetto è fondato il metodo di argomentar per induzione, senza di cui non si saprebbe fare alcun progresso in Filosofia naturale. Imperciocchè come le qualità de' corpi si manifestano solamente per la sperienza, non abbiamo altra via da rinvenire

venire le qualità de' corpi, che sono fuori della portata de' nostri sperimenti, che di cavar conseguenze da quelli, che sono al nostro esame soggetti. La sola cautela, che quì si ricerca, è che le osservazioni, e le sperienze, su cui argomentiamo, siano quanto basta, numerose, e che si abbia il dovuto riguardo a tutte le obbiezioni, che occorrono, come Lord Bacon giudiziosamente ha preoettato. (a) E questa massima è abbastanza osservata, quando in virtù della presente regola noi ascriviamo la impenetrabilità, e la estensione a tutti li corpi, sebbene non abbiamo sperimenti sensibili, che ci somministrino delle prove dirette, che alcuno de' corpi celesti sia impenetrabile, nè che le Stelle fisse siano estese altrettanto. Imperciocche più son perfetti li nostri stromenti, con cui tentiamo di ritrovare la loro visibile grandezza, minori a noi appariscono; talchè ogni grandezza sensibile, che noi osserviamo in esse, sembra esser solo un' inganno Optico per lo dispergimento della luce. Comunque siasi, io non suppono, che s' immaginerà alcuno, esser queste senza alcuna grandezza. Sebbene la immensa distanza non ci lascia discernerla. Della stessa maniera, s'egli si può provare, che tutti li corpi gravitano quì verso la terra, e in proporzione alla quantità della materia solida, ch' è in ciascuno; e che la Luna gravita similmente verso la Terra, in proporzion della quantità della sua materia; e che il Mare gravita verso la Luna, e tutti li Pianeti un verso l'altro; che le Comete hanno la stessa facoltà di gravitare; noi avremo un egual ragione per conchiudere, che tutti li corpi gravitano un verso l'altro. Imperciocchè invero la regola presente terrà più forte in questo caso, che in quello della impenetrabilità de' corpi; mentre si avranno quì più esempj del gravitar de' corpi, che dell' esser loro impenetrabili.

a Nov. Org. lib. 1. Ax. 105.

26. Questo si è il metodo d' Induzione, su cui tutta la Filosofia è fondata; che il Nostro Autore dippiù avvalora con quest' altro precetto, cioè che qualunque cosa si ricavi da questa induzione, dev' esser ricevuta, malgrado ogni ipotesi conghietturale in contrario, finchè quella sia contraddetta, o limitata da ulteriori osservazioni su la natura.

SAG-

SAGGIO DELLA FILOSOFIA DEL KAV. NEVVTON

LIBRO PRIMO

Concernente il moto dei Corpi in Generale.

CAPITOLO I.

Delle Leggi del Moto.

AVendo in questa maniera spiegato il metodo di ragionar in Filosofia, seguito dal Sig. Kav. Is. Nevvton, passerò ora a dar il mio proposto ragguaglio delle sue discoperte. Sono queste comprese in due trattati: In uno de' quali, che ha per titolo: Principj Mattematici di Filosofia naturale, il suo Principal dissegno si è, di mostrare con quali leggi sono regolati li moti celesti; nell'altro, ch'è la sua Optica, egli ragiona della luce, e dei colori, e dell'azione tra la luce, e li corpi. Questo secondo Trattato è intieramente limitato al soggetto della Luce: eccettuate alcune conghietture, proposte al fine, e concernenti altre parti della natura, che sono state fin' ora occulte. Nel primo Trattato il nostro Autore era obbligato di far la strada alla sua Principal'intenzione, con lo spiegare alcune cose d'una natura più Generale: imperciocchè sino alcune delle più semplici proprietà della materia eransi appena stabilite bene a quel tempo. Noi potiamo dunque ridurre a tre Capi generali la Dottrina del Sig. Kav. Is. Nevvton; e conforme a ciò, dividerò la mia esposizione in tre libri. Nel primo parlerò di quello, ch'egli ha pubblicato, concernente il moto de' corpi, senza riguardo ad alcun genere, o sistema particolar di materia; nel secondo tratterò de' moti Celesti; ed il terzo sarà impiegato su la luce.

2. Per quello risguarda la prima parte del mio dissegno, dobbiamo cominciar da una esposizione delle leggi generali del moto.

3. Queste leggi sono certe affezioni, e proprietà universali della materia, cavate dalla sperienza, che servono come di assiomi, e di Principj evidenti per argomentare in materia del moto de' corpi. Imperciocchè come è costume de' Geometri assumer nelle loro dimostrazioni certe proposizioni, senza darne la prova; così in Filosofia tutto il nostro ragionare dev'essere fondato sopra certe proprietà della materia, che dal bel principio si riconoscano per Principj del nostro argomentare. In Geometria questi assiomi si assumono, per esser così evidenti, che rendono inutile ogni prova formale; ma in Filosofia, niuna proprietà della materia può esser ricevuta in questa maniera come evidente per se stessa; poichè si è osservato di sopra, che in proposito della materia non potiamo cosa alcuna conchiudere, per alcun raziocinio sopra la natura, ed essenza, ma che ne dobbiamo tutta la nostra cognizione alla sperienza. Ciò non ostante, quando le nostre osservazioni su la materia, ci hanno informati di qualcheduna delle sue proprietà, potiamo sicuramente ragionar sopra di esse nelle nostre ulteriori ricerche, che risguardano la sua natura. E queste leggi del moto, di cui ho a parlare, si trova, che appartengono così generalmente ai corpi, che non conosciam moto, che non sia da queste regolato. Son elleno ridotte a tre dal Sig. Kav Is. Nevvton. (a)

a Princ. Phil. pag. 13. 14.

4. La prima legge si è, che tutti li corpi hanno una tale indifferenza al riposo, o al moto, che se una volta si trovano in riposo, vi rimangono fin'a tanto, che da qualche Potenza, che operi sopra di loro, vengono disturbati; ma se una volta son posti in moto, vi persistono, continuando a muoversi drittamente, e innanzi, per sempre, dopo che la Potenza, che ha loro dato il moto, è rimossa, ed ancora conservando lo stesso grado di velocità, che loro era stato comunicato, nè arrestando, nè rallentando il lor corso, finchè non venga interrotto, o in qualche modo frastornato da una nuova forza impressa.

5. La seconda legge del moto si è, che l'alterazione dello stato di un corpo, sia che dal riposo passi al moto, o dal moto al riposo, o da un grado di moto ad un'altro, è sempre proporzionale alla forza impressa. Un corpo in riposo, quando opera una qualche Potenza sopra di lui, cede a questa Potenza, muovendosi nella linea stessa, in cui la Potenza è applicata, o diretta; e muove con minore, o maggior grado di velocità, secondo il grado della Potenza; cosicchè doppia Potenza comunicherà doppia velocità, e triplice Potenza rinterzerà la velocità. Se il corpo è in moto, e la potenza impres-

sa agi-

fa agisca su'l corpo nella direzion del suo moto, il corpo riceverà un'aggiunta al suo moto, sì grande, ch'è il moto, in cui la potenza lo avrebbe posto nel farlo passare dallo stato di quiete al moto; ma se la potenza impressa su'l corpo mosso, agisce con una direzione opposta al primiero suo moto, la potenza toglierà allora dal moto del corpo quanto nell'altro caso gli avrebbe aggiunto. Infine, se la potenza sia impressa obbliquamente, ne risulterà un moto obbliquo differente più, o meno dalla prima direzione, secondo che la nuova impressione sarà maggior' o minore. Per esempio, se il corpo A nella Fig. 1. muove nella direzione A B, e quando è al punto A, una potenza venga impressa sopra di lui, nella direzione A C, il corpo non muoverà quindi nè con la primiera direzione A B, nè con la direzione della sopravvegnente forza, ma prenderà un corso fra le due, come A D; e se la potenza ultimamente impressa è uguale a quella, che prima diede al corpo il suo moto, la linea A D passerà nel mezzo tra A B, ed A C, dividendo l'angolo B A C in due parti eguali; ma se la potenza ultimamente impressa è maggior, che la prima, la linea A D inclinerà più ad A C; dove se l'ultima impressione è minor della prima, la linea A D sarà più inclinata ad A B. Per esser più particolare, la situazione della linea A D si determinerà sempre in questa maniera; A E sia lo spazio, per cui un corpo ha da muovere nella linea A B, durante una certa porzion di tempo, purchè questo corpo, quando è in A, non riceva alcun'altro impulso: e supposto ancora, che A F sia una parte della linea A C, per cui il corpo abbia a muovere durante un'egual porzione di tempo, s'era in riposo al punto A, quando riceveva l'impulso nella direzione A C; all'ora se da E si meni una parallela, o sia una linea equidistante in riguardo ad A C, da F un'altra linea parallela riguardo ad A B, queste due linee s'incontreranno nella linea A D.

6. La terza, ed ultima di queste leggi del moto è questa, che quando un corpo agisce sopra dell'altro, l'azione di questo corpo sopra l'altro vien' eguagliata da una riazione contraria di quell' altro corpo sopra del primo.

7. Sono queste leggi abbondantemente confermate da questo, che tutte li diduzioni, che se ne fanno per rapporto al moto de' corpi, quantunque sian'elleno inviluppate, si trovano convenire perfettamente con le osservazioni. Si dimostrerà questo ampiamente nel susseguente Capo. Ma prima di passar' a riprove così diffuse, ho scelto quì ad indicare quelle apparenze de' corpi, da cui le leggi del moto ci sono state primieramente suggerite.

C 2   8. Le

8. Le cotidiane osservazioni ci fanno apparire, che ogni corpo, che noi vediamo una volta in riposo, non si pone giammai da se in un nuovo moto: ma continua sempre nel luogo stesso a dimorare, finchè ne venga rimosso da qualche potenza ad esso applicata.

9. Dippiù, qualunque corpo è una volta in moto, continua in questo moto per qualche tempo, dopo che la Potenza movente lo ha lasciato a se stesso. Ora se il corpo continua a muovere un sol momento, dopo che la Potenza movente lo ha lasciato, non si può assegnar la cagione, per cui abbia giammai ad arrestarsi, senza alcuna forza esterna. Imperciocchè egli è chiaro, che questa continuazione di moto è cagionata solamente, perchè il corpo ha di già ricevuto moto, mentre la sola operazion della Potenza su'l corpo è di porlo in moto; dunque questo moto continuato sarà egualmente la cagione dell' ulteriore suo moto, e così senza fine. Il solo dubbio, che può rimanere, si è, se questo moto comunicato continua intiero, dopo che la Potenza, da cui fu cagionato, cessa d' agire, o s'ei non viene per gradi ad illanguidirsi, e diminuire. Questo sospetto non può togliersi da una passaggiera, e superfizial' osservazione de' corpi, ma sarà pienamente purgato mercè di più esatte riprove di queste leggi del moto, che nel Capo avvenire saranno considerate.

10. Infine, li corpi in moto pajono affettar' un corso retto, senza diviamento alcuno, quando almeno non siano disturbati da qualche Potenza avventizia, che agisca sopra di loro. A lanciar' un corpo perpendicolarmente insù, o all' ingiù, apparisce, che egli continua la stessa linea retta, durante tutto il tempo del suo moto. Lanciandolo in un' altra direzione, trovasi, dichinar dalla linea, in cui cominciò a muoversi, sempre più verso la Terra, a cui' dal suo peso è diretto; ma poichè quando il peso di un corpo non altera la direzion del suo moto, egli muove costante in una stessa linea retta; senza dubbio nell' altro caso in dichinar, che fa il corpo, dal primiero suo corso, non è più di quello, ch' è cagionato dal suo peso. Come questo apparisce a prima vista esser fuori di questione, così ne daremo una prova particolare nel Capo avvenire, ove sarà particolarmente il moto obbliquo dei corpi considerato.

11. Così noi vediamo, come la prima delle leggi del moto si accorda con quello, che ne' corpi in moto apparisce. Ma ci si presenta quì un' altra considerazione, che il moto reale ed assoluto de' corpi non ci è visibile; imperciocchè noi stessi siamo in un moto costante in compagnia della Terra, che abitiamo; talchè noi ci accorgiamo che li corpi si muovono, quanto che

to che il loro moto è differente dal nostro proprio. Se un corpo ne sembra in quiete, in realtà non fa, che continuare il moto, che ha ricevuto, senza manifestar' alcun potere a cangiar questo moto. Se noi lanciamo un corpo nella direzione, in cui moviamo noi stessi, tanto di moto ci sembra di avergli dato, quanto ne gli abbiamo aggiunto infatti a quello, che aveva nel mentre appariva a noi in riposo. Ma se noi lanciamo un corpo verso la parte opposta, sebbene il corpo ci sembra aver ricevuto da un tale impulso tanto di moto, quanto lanciandolo verso dell'altra parte; nondimeno in questo caso noi abbiamo tolto dal corpo tanto di moto reale, quanto a noi sembra di avergli dato. Così il moto, che noi vediamo ne' corpi, non è il loro moto reale, ma solo relativo, o rispetto a noi; e le mentovate osservazioni provano solamente, che questa prima Legge del moto ha luogo in questo moto apparente, o relativo. Comunque sia, sebbene non potiamo fare alcuna osservazione immediata su 'l moto assoluto de' corpi, nondimeno ragionando sopra ciò, che osserviamo nel moto visibile, potiamo discoprire le proprietà, e gli effetti del moto reale.

12. Per riguardo a questa prima Legge di moto, che ora consideriamo, si può con tutta verità raccoglier dalle precedenti osservazioni, che li corpi sono disposti a continuare nel moto assoluto, che hanno ricevuto una volta senza aumentare, o diminuire la sua velocità. Quando un corpo ci apparisce in riposo, egli conserva realmente senza mutazione il moto, ch' egli ha comune con noi; e quando gl' imprimiamo un moto visibile, e vediamo, che continua in questo moto, ciò prova, che il corpo ritiene quel grado del suo moto assoluto, in cui la nostra azione lo ha posto; se questa gli dà un tal moto apparente, che aggiungasi al suo moto reale, egli conserva quest' aggiunta; se quella toglie del suo moto reale, egli continua a muovere con un moto reale, che non è punto maggiore di quello gli abbiamo lasciato.

13. Dippiù, non osserviamo, che vi sia ne' corpi alcuna disposizione, o potenza a cangiare la direzion del lor moto; e se avessero una tal potenza, sarebbe facile a discoprirla. Imperciocchè supposto, che un corpo per la struttura, o disposizion delle sue parti, o per qualche altra circostanza della sua composizione, sia dotato d' una potenza di muover se stesso, questo Principio semovente, che sarà inerente per se stesso nel corpo, e non dipenderà d' alcuna cosa esterna, dovrebbe cangiare la direzione in cui agisse, ogni qual volta la positura del corpo fosse cangiata; cosicchè per esempio, se un corpo mi giacesse

cesse innanzi in una tal positura, che la direzione, in cui questo Principio a muoversi lo portasse, fosse d'andarsene direttamente in là; se allora grado a grado io andassi raggirando questo corpo, la direzione del suo Principio se movente, non sarebbe più la primiera di allontanarsi per linea dritta da me, ma ella sarebbe un giro intorno intorno, e in compagnia del corpo. Ora se qualche corpo, che a noi pare in riposo, fosse dotato di un tale Principio, se movente; dall'apparire il corpo senz' alcun moto, noi dovremmo conchiudere, che questo principio è diretto appunto verso dove il corpo è portato dalla Terra; ed un tal corpo potrebbe immediatamente esser posto in un moto visibile, solamente dal farlo girar' intorno a qualunque grado, a cui questo Principio di moto ricevesse una differente direzione.

14. Da queste considerazioni segue chiaramente, che se un corpo fosse una volta assolutamente in riposo, non essendo dotato d'alcun Principio, onde potesse porre in moto se stesso, dovrebbe per sempre continuar nello stesso luogo, finchè agisse qualche Principio esterno sopra di lui; e che quando un corpo è posto in moto, non ha alcun potere in se stesso di apportar cangiamento alcuno alla direzione di questo moto; e che in conseguenza ogni corpo dee avanzar sempre in linea retta, senza che mai diclini a qualsisia parte. Ma egli è stato dimostrato innanzi, che non apparisce aver li corpi in se stessi alcun potere per cangiar la velocità del lor moto; dunque questa prima legge del moto è stata fin' ora illustrata, e confermata, quanto con osservazioni fatte di passaggio si potea quì ricercare, e nel prossimo Capo tutto ciò sarà ulteriormente stabilito con osservazioni più corrette.

15. Ma ora passerò alla seconda legge del moto, in cui, quando si asserisce, che la velocità, con la qual muove un corpo per l'azione, che una potenza fa sopra di lui, è proporzionale a questa Potenza; si suppone, che il grado della Potenza sia misurato dalla grandezza del corpo, cui può quella muovere con una assegnata velocità, Cosicchè il senso di questa legge si è, che se un corpo fosse posto in moto con un grado di velocità da fare in un'ora lo spazio di mille verghe, la Potenza che dovesse dare il medesimo grado di velocità ad un corpo due volte così grande, che il primo, darebbe al minore due volte la velocità di prima, facendogli descriver nello stesso tempo di un'ora due mille verghe. Ma per un corpo due volte così grande, che un'altro, io non intendo quì semplicemente il doppio della mole, o del volume, ma un corpo bensì, che contenga una doppia quantità di materia solida.

16. E'

16. E' poi evidente, perchè la Potenza, che può muovere un corpo due volte così grande, che un'altro, con lo ſteſſo grado di velocità, debba chiamarſi due volte così grande, che la Potenza, la qual può muover' il corpo più piccolo con la ſteſſa velocità. Imperciocchè ſe noi ſupporremo, che il più grande ſia diviſo in due parti eguali, ciaſcuna eguale al più piccolo, allora cadauna metà ricercherà per farla muover con la velocità del più piccolo, lo ſteſſo grado di potenza, che dal più piccolo ſi ricerca; e perciò la ſomma delle due metà, o tutto il corpo più grande ricercherà una Potenza movente raddoppiata.

17. Che la Potenza movente eſſendo in queſto ſenſo raddoppiata debba raddoppiar ſimilmente la velocità dello ſteſſo corpo, ſembra tanto evidente (ſe conſideriamo la coſa,) quanto che l'effetto d'una Potenza applicata dee neceſſariamente eſſer lo ſteſſo, o ſia la Potenza applicata al corpo tutta in una volta, o per parti. Suppoſto dunque, che la Potenza doppia non venga applicata al corpo in una volta, ma una metà prima, e l'altra poi; non è concepibile, per qual ragione la metà ultimamente applicata doveſſe fare un'effetto differente ſu'l corpo da quel, che fa la prima applicata; come ella ſarebbe, ſe la velocità del corpo non veniſſe raddoppiata dalla applicazion della ſteſſa. Non vediamo nulla in favor di queſta ſuppoſizione, per quanto con la ſperienza ſi può determinare. Non potremmo invero (ſuppoſto il moto coſtante della terra) far alcuna prova ſopra d'un corpo perfettamente in riposo, onde vedere, ſe una Potenza applicata in queſto caſo ſarebbe un' effetto differente da quel, ch'ella fa, quando il corpo è già in moto; ma non troviamo alcun'alterazione nell'effetto della ſteſſa Potenza, per la ragion di qualche differenza, che vi può eſſer nel moto di un corpo, quando la Potenza gli è applicata. La terra non traſporta ſempre li corpi con lo ſteſſo grado di velocità; nondimeno troviamo, che l'effetto viſibile di una Potenza applicata allo ſteſſo corpo è in ogni tempo lo ſteſſo; ed una balla di Mercanzia, o altro corpo movibile, giacendoſi in un Vaſcello, è così facilmente portata di luogo in luogo, nel mentre il Vaſcello ſavela, e va d'un paſſo coſtante, che mentre è trattenuto dall'Ancora.

18. Ora queſta ſola ſperienza è ſufficiente a dimoſtrarci l'intero di queſta legge del moto.

19. Poichè ritroviamo, che la ſteſſa Potenza produrrà ſempre lo ſteſſo cangiamento nel moto di un corpo, ſia che il corpo moveſſe innanzi con un moto più veloce, o più lento; il cangiamento oprato nel moto di un corpo dipende ſolo dalla Potenza ad eſſo applicata, ſenza riguardo alcuno al primo moto del

to del corpo: e perciò il grado di moto, che già il corpo possede, non avendo influsso su la Potenza applicata a disturbar la sua operazione, l'effetto della stessa Pontenza, non solo sarà lo stesso in tutti li gradi di moto in un corpo; ma non abbiamo nemmeno ragione di dubbitare, che un corpo perfettamente in riposo non abbia a ricever tanto di moto da una qualche Potenza, quanto equivale all'effetto della stessa Potenza applicata a questo corpo già in moto.

20. Dippiù, supposto un corpo in riposo, sia adesso successivamente applicato un certo numero di Potenze eguali; spingendolo innanzi di volta in volta nello stesso corso, o direzione. Dopo l'applicazione della prima potenza il corpo comincerà a muoversi; quando la seconda Potenza se gli è applicata, da quel, che si è detto, apparisce, che il moto di questo corpo diventerà doppio; la terza Potenza rinterzerà il moto del corpo; e così delle altre, finchè dopo la operazione dell' ultima il moto del corpo sarà divenuto tante volte quello, che la prima Potenza gl' impresse, quante sono state in numero le Potenze. E l'effetto di questo numero di Potenze sarà sempre il medesimo, senza riguardo alcuno allo spazio del tempo impiegato ad applicarle; cosicchè maggiore, o minore intervallo tra l'applicazione di ciascuna di queste Potenze, non produrrà alcuna differenza ne' loro effetti. Poichè dunque la distanza del tempo tra l'azione di ciascuna Potenza non è di conseguenza; certamente l'effetto sarà lo stesso, sebben le Potenze fossero applicate tutte allo stesso istante; o sebben' una sola Potenza fosse applicata separatamente, ma eguale in forza a quella di tutte le Potenze insieme. Quindi segue chiaramente, che il grado di moto, a cui sarà fatto passar un corpo dal suo stato di quiete, per mezzo di qualche Potenza, sarà proporzionale a questa. Una doppia Potenza darà doppia velocità, e triplice velocità sarà prodotta da triplice Potenza, e così seguitando. Il precedente raziocinio avrà luogo egualmente, sebbene non si supponessero li corpi in riposo, quando si cominciarono ad applicar loro le Potenze; purchè la direzione, in cui sono queste applicate, o cospiri con l'azione del corpo, e direttamente le sia contraria. Dunque se una Potenza venga applicata ad un corpo in moto, ed agisca sopra del corpo o nella direzione, con cui esso muove, onde debba esserne accelerato, o in una direzione contraria alla sua, e ne venga perciò ritardato; in tutti e due questi casi il cangiamento del moto sarà proporzionale alla potenza applicata, e l'aumento del moto in un caso, e la sua diminuzione nell'altro sarà eguale a qnel grado di moto, in cui la Poten-

Potenza stessa avrebbe posto il corpo, se questo fosse stato in riposo, quando gli venne applicata.

21. Ma si può ancora una Potenza applicare talmente ad un corpo, che è in moto, che agisca obbliquamente al moto di questo corpo. E l'effetto di un tal moto obbliquo si può dedurre da questa osservazione; che come tutti li corpi muovono continuamente in uno con la terra, noi vediamo, che gli effetti visibili d'una stessa Potenza sono sempre gli stessi, in qualunque direzione operi la Potenza; e perciò gli effetti visibili d'ogni Potenza sopra un corpo, che sembra solamente in riposo, sono sempre all'apparenza gli stessi, che sarebbero gli effetti reali sopra un corpo veramente in riposo. Ora supposto, che un corpo muova lungo la linea A B nella fig. 2. e l'occhio l'accompagni con un moto eguale nella linea C D equidistante d'A B, cosicchè quando il corpo è in A, l'occhio sia in C, e quando il corpo è avanzato in E su la linea A B, l'occhio sia avanzato in F su la linea C D, le distanze A E, C F essendo eguali; egli è evidente, che il corpo apparirà quì all'occhio esser' in riposo, e la linea F E G menata dall'occhio per il corpo parrà all'occhio esser' immobile; sebbene come il corpo, e l'occhio avanzano insieme, la linea ancora muoverà realmente; cosicchè quando il corpo sarà avanzato in H, e l'occhio in K, la linea F E G si sarà transferita nella situazione K H L, questa linea essendo equidistante da F E G. Ora se il corpo, quando è in E, ricevesse un' impulso nella direzione della linea F E G, mentre l'occhio muove da F in I, ed è portato insieme con la linea F E G, il corpo sembrerà all'occhio muover lungo questa linea F E G; imperciocchè questo è ciò, che ora appunto è stato detto; che mentre li corpi muovono in uno con la terra, e l'occhio dello spettatore partecipa dello stesso moto, l'effetto di una Potenza sopra un corpo apparirà quello, che realmente sarebbe stato, se il corpo si fosse trovato veramente in riposo, quando la Potenza gli fu applicata. Quindi egli segue, che quando l'occhio è avvanzato in K, il corpo apparirà in qualche luogo della linea K H L; supposto, che apparisca in M, è manifesto da quello è stato premesso nel principio di questo Paragrafo, che la distanza H M è eguale a quel che il corpo avrebbe fatto su la linea E G nel tempo che l'occhio sta a passare da F in K, purchè il corpo sia stato in riposo, quando in E veniva mosso. Se dimandasi ancora, in che modo il corpo si sia mosso da E ad M? io rispondo per una linea retta; imperciocchè si è dimostrato innanzi, spiegandosi la prima legge del moto, che un corpo mosso dal tempo, ch'è abbandonato a se stesso, avanzerà sopra una linea retta continuata.

22. Prendendo EN eguale ad HM, e menando NM; poichè HM è equidiſtante da EN, NM ſarà equidiſtante da EH. Dunque l'effetto di una Potenza ſopra un corpo in moto, quando la Potenza agiſce obbliquamente al moto del corpo, è da terminarſi in queſta maniera. Suppoſto, che il corpo muova lungo la linea retta AEB, ſe quando è arrivato in E, una Potenza gli dia un'impulſo nella direzione della linea EG, ſi dee trovare il corſo, che prenderà dipoi queſto corpo; nel che ſi procederà così. Prendete in EB qualche lunghezza EH, ed in EG ſimilmente una lunghezza EN; talchè ſe il corpo foſſe ſtato in riposo in E, la Potenza applicata ad eſſo lo aveſſe fatto muovere ſopra EN nello ſteſſo ſpazio di tempo, che egli avrebbe impiegato in paſſando ſopra EH, ſe la Potenza non aveſſe nulla oprato ſopra di lui. Menate HL equidiſtante da EG, ed NM equidiſtante da EB. Dopo di che, ſe meniſi una linea da E ad M, ove quelle due s'incontrano, la linea EM ſarà il corſo, che farà il corpo per l'azione della Potenza ſopra di eſſo in E.

23. Un Lettor mattematico aſpetterebbe quì in qualche particolare dimoſtrazioni più regolari; ma come io non iſcrivo preſentemente per tali, così ſpero, che quanto ora hò ſcritto, renderà il mio penſiero evidente a quelli, che non ſono informati di quell'altra ſorte di ragionamento.

24. Ora, come ſi è dimoſtrato, che qualche forza attuale è neceſſaria, o per far paſſare li corpi dallo ſtato di quiete al moto, o per cangiar'il moto, che hanno una volta ricevuto; è proprio quì da oſſervare, che queſta qualità ne' corpi, per cui conſervano il loro ſtato preſente, per riguardo al moto, o alla quiete, finchè qualche forza attiva gli diſturbi, è chiamata *Vis Inertiæ* della materia: e mercè di queſta proprietà, la materia per ſe ſteſſa intormentita, e innativa, ritiene tutta la Potenza impreſſa ſopra di ſe, e non ſi può farla ceſſar dall'azione, che per la oppoſizione di una sì gran forza, che quella, da cui primieramente fù poſta in moto. Dal grado di queſta *Vis Inertiæ*, o Potenza d'innatività, come da quì innanzi la chiameremo, noi giudichiamo principalmente della quantità della materia ſolida, ch'è in ciaſcun corpo; imperciocchè come queſta qualità è inerente in tutti li corpi, ſu cui potiamo far qualche ſperienza, conchiudiamo, ch'ella è una proprietà eſſenziale a tutta la materia; e come ancora non conoſciamo ragion da ſupporre, che li corpi ſiano compoſti di differente ſorte di materia, preſumiamo dunque, che la materia di tutti li corpi ſia la ſteſſa; e che il grado di queſta Potenza d'innatività ſia in ogni corpo proporzionale alla quantità del-

tà della màteria solida in essolui. Ma sebbene non abbiamo una prova assoluta, che tutta la materia dell'Universo sia uniforme, e posseda questa Potenza d'innatività nello stesso grado; pure noi potiam con certezza comparar insieme differenti gradi di questa Potenza in diversi corpi. Particolarmente ella è proporzionale questa Potenza al peso de' corpi, come il Sig. Kav. Is. Nevvton, ha dimostrato. (a) Comunque siasi, non ostante, che questa Potenza d'innatività in ciascun corpo si possa conoscer più certamente, che la quantità della materia solida in essolui; pure non vi essendo ragion da sospettare, che una non sia proporzionale all'altra, noi parleremo da quì innanzi senza esitanza della quantità di materia ne' corpi, come d'una misura del grado della lor Potenza d'innatività.

a Princ. Phil. L. II. prop. 24. coroll. 7. Ved. ancora L. 2 C. 5. §. 3. di questo Trattato.

25. Ciò stabilito, potiam ora comparare gli effetti d'una stessa Potenza sopra differenti corpi, come sin'ora dimostrammo gli effetti di diverse Potenze sopra d'un corpo stesso. E quì, se limitiamo la parola moto al senso particolare, che le si da in Filosofia, potremo ridur tutto ciò, che si è detto in questo Capo, sotto un breve precetto; che la medesima Potenza, a qualunque corpo sia applicata, produrrà sempre lo stesso grado di moto. Ma quì moto non significa il grado di celerità, o di velocità, con cui muove un corpo; nel qual solo senso abbiamo usato sin'ora questo termine; ma egli usasi in Filosofia particolarmente per significar la forza, con cui muove un corpo; come se due corpi A, e B essendo in moto, si ricercasse per muover A due volte la forza, che a muover B, il moto di A si stimerebbe doppio del moto di B Ne' corpi in moto hanno da esser distinte esattamente queste due cose; la loro velocità, ch'è misurata dallo spazio, che percorrono durante un certo tempo determinato; e la quantità del lor moto, o la forza, con la qual' essi andranno incontro a qualche resistenza. La qual forza, quando differenti corpi muovono con una stessa velocità, è proporzionale alla quantità della materia solida, ch'è ne' corpi; ma se li corpi sono eguali, questa forza è proporzionale alle loro velocità respettive, e negli altri casi è proporzionale ad amendue, alla quantità della materia solida ne' corpi, e alla sua velocità. Per esempio in due corpi A e B; se A è due volte così grande, che B, ed abbiano ambedue la stessa velocità, il moto di A sarà doppio del moto di B; e se li corpi sono eguali, e la velocità d' A due volte così grande, che quella in B, il moto di A sarà ancora doppio del moto di B; che se A sia due volte così grande, che B, e muova due volte così presto, che B, il moto di A sarà quattro volte così grande, che quello di B; e in fine se

A sia due volte così grande, che B, e muova la metà così presto, che B, il grado del loro moto sarà lo stesso.

26. Questo si è il senso particolare, che dassi alla parola moto da' Filosofi; e in questo senso la medesima potenza produce sempre la stessa quantità, o lo stesso grado di moto. Se una stessa Potenza agisca sopra due corpi A, e B, la velocità, ch' ella darà a cadauno, sarà addattata al rispettivo corpo, di modo che lo stesso grado di moto sarà prodotto in cadauno. Se A sia due volte così grande, che B, la sua velocità sarà la metà di quella in B; se A contien tre volte tanto di materia solida, che ne contien B, la velocità di A sarà un terzo di quella di B; e generalmente la velocità data ad A avrà la stessa proporzione con la velocità comunicata a B, che la quantità della materia solida compresa dal corpo B, si trova avere con la quantità di quella contenuta in A.

27. La ragion di questo è evidente, per quel, che si è detto innanzi. Se una Potenza fosse applicata a B, che avesse quella proporzione con la Potenza applicata ad A, che si trova avere il corpo B, al corpo A; li corpi B, ed A tutti e due riceverebbero la stessa velocità; e la velocità, che B riceverebbe da questa Potenza avrebbe la stessa proporzione con la velocità, ch'egli riceverebbe dalla Potenza applicata ad A, che la prima di queste Potenze avesse all'ultima: val'a dire, la velocità, che A riceve dalla Potenza applicata ad esso, sarà alla velocità, che B dalla stessa riceverebbe nella proporzion, che ha il corpo B con A.

28. Quindi noi passerem' ora alla terza legge del moto, dove questa distinzione tra la velocità di un corpo, l'intero suo moto, devesi necessariamente considerare, come sarà ben tosto evidente, dopo aver' illustrato il senso di questa legge con un' esempio famigiare. Se una pietra, od altro peso sia strascinato da un Cavallo, la pietra riagisce su'l Cavallo, quanto il Cavallo agisce su la pietra; imperciocchè l' arnese, che tra la pietra, e il Cavallo distendesi, preme contro tutti e due egualmente, ed il moto progressivo del Cavallo vien tanto impedito dalla pietra, quanto il moto della pietra vien promosso dallo sforzo del Cavallo; val'a dire, se il Cavallo impiegasse la medesima forza, quando è sciolto dalla pietra, egli muoverebbe con una maggior velocità in proporzion della differenza tra il peso del suo proprio corpo, ed il peso di lui stesso, e della pietra insieme.

29. Questo esempio ci dirà una nozion Generale del senso di questa legge. Ma per procedere ad una spiegazione più Filosofica; se un corpo in moto ne urterà un'altro in riposo, sia quel-

quello piccolo quanto ſi voglia, pure comunicherà qualche grado di moto a quello, in cui urta, ſebben meno di quel, che ſia queſto in comparazione di quello, che vi urta, e minore è la velocità, con cui quello muove, minore ſarà il moto comunicato. Ma qualunque grado di moto egli dia al corpo in riposo, dovrà perderlo egli ſteſſo. Queſta è una conſeguenza neceſſaria della mentovata potenza d'innatività in materia. Imperciocchè ſuppoſti due corpi eguali, egli è evidente, dacchè s'incontrano, muoverſi tutti e due a parte col moto del primo; dunque il corpo in moto per mezzo queſta Potenza d'innattività ritenendo il moto da principio ricevuto, urta l'altro con la medeſima forza, da cui era ſpinto egli ſteſſo; ora avendo due corpi ad eſſer moſſi da queſta forza, che prima ne movea un ſolo, la velocità, che ne ſegue, ſarà la ſteſſa, che ſe la Potenza, ch'era applicata ad un de'corpi, e lo poneva in moto, foſſe ſtata applicata ad ambedue, quindi appariſce, ch'eglino andranno innanzi con la metà della velocità, che da principio aveva il corpo in moto; ch'è quanto dire, che il corpo moſſo da principio avrà perduta la metà del ſuo moto, e l'altro ne avrà guadagnato eſattamente altrettanto. Queſta regola è giuſta, purchè li corpi reſtino contigui, dopo l'incontro; come lo ſarebbero ſempre, ſe non accadeſſe altrimenti per una certa cagione, che ſovente interviene, e la qual'ora dev'eſſere ſpiegata. Li corpi urtando un contro l'altro, ſoffrono un'alterazione nella lor Figura; le loro parti reſtando premute indentro per l'urto, che per la maggior parte di nuovo poi ſi rimettono al loro ſito, ſforzandoſi li corpi di ricuperar la loro prima Figura. Queſta Potenza, per cui li corpi ſono abilitati a riguadagnar la primiera lor forma, ſi chiama comunemente la loro elaſticità, e quando ella opera, riſoſpinge li corpi un dall'altro, e li fa ſeparare. Ora l'effetto di queſta elaſticità nel caſo preſente è tale, che ſe li corpi ſono perfettamente elaſtici, coſicchè ſi rimettano con sì gran forza, ch'era quella, con cui erano ſtati compreſſi, e ricuperino la lor Figura nello ſteſſo ſpazio di tempo, che ſi era meſſo nell'alterazione fattavi dalla ſcambievol lor compreſſione; queſta Potenza ſepererà li corpi così velocemente, che già ſi accoſtavano innanzi, ed oprando ſu d'amendue egualmente, ſu'l corpo, ch'era prima in moto, con una direzione contraria a quella, in cui muove, ed altrettanto ſu l'altro nella direzion del ſuo moto, ella ſottrarà al primo, ed aggiugnerà all'altro un'egual grado di velocità; coſicchè queſta Potenza eſſendo baſtante a ſepararſi così velocemente, ch'eſſi prima ſi accoſtavano; il primo ſarà intieramente arreſtato, e quello,

lo, ch'era in riposo, riceverà tutto il moto dell'altro. Se li corpi sono elastici in un minor grado, il primo non perderà tutto il suo moto, nè l'altro acquisterà tutto il moto del primo, ma gliene mancherà tanto, quanto ne resta all'altro. Imperciocchè questa regola giammai non falla, che sebbene il grado dell'elasticità determina, quanto di più, che la metà della sua velocità, dee perder il corpo, ch'era primieramente in moto; nondimeno in tutti li casi la perdita del moto di questo corpo sarà trasferita all'altro, che riceverà dall'urto mai sempre tanto di moto, quanto al primo ne vien sottratto.

30 Questo è il caso di un corpo, che urta direttamente contro un'altro corpo eguale in riposo, e il raziocinio quì usato è pienamente confermato dalla sperienza. Vi sono più altri casi di corpi, che si urtano un l'altro; ma la menzione di questi è riservata al prossimo Capo, ove noi intendiamo di esser più particolari, e diffusi, di quello che quì siamo stati, nelle prove di queste leggi del moto.

CAPITOLO II.

Ulteriori Riprove delle Leggi del moto.

1. AVendo nel Capitolo precedente didotte le tre leggi del moto, esposte dal nostro Gran Filosofo, dalle più comuni osservazioni, da cui ci vengono suggerite; intendo ora di passare a darne più particolari riprove, col ragguaglio, che farò di alcune discoperte, fatte nella Filosofia, innanzi del Sig. Kav. Is. Nevvton. Imperciocchè come queste si raccolgono tutte da' raziocinj fondati su le medesime leggi; così la conformità di esse discoperte con la Sperienza le fa considerare come altrettante Prove della verità dei Principj, da' quali si sono raccolte.

2. Cominciamo dal Soggetto, con cui terminammo il precedente Capo. Quantunque il corpo in moto non sia eguale a quello in quiete, in cui si abbatte; pure il moto dopo il rincontro, si dee stimare nella maniera che innanzi. Sia A (in Fig. 3.) un corpo, in moto, verso un' altro B, che sta fermo. Quando A è arrivato a B, non può avvanzare ulteriormente che non metta B in moto; e quel moto, che da a B, verrà a perder' egli stesso; e l'intero grado del moto di A, e B insieme, se niuno de' corpi sia elastico, sarà eguale, dopo l' accozzamento de' corpi, al moto di A separato, innanzi del loro incontro. Dunque è maniesto per le cose già dette, che si tosto li due corpi s'incontreranno, si muoveranno insieme

con

con una velocità, che avrà la medesima proporzione alla velocità originale di A, che avrà desso alla somma di tutti, e due li corpi.

3. Se li corpi sono elastici, tosto chè dopo l'Urto si separeranno, A dovrà perdere una maggior parte del suo moto, e il moto susseguente in B resterà accresciuto da questa Elasticità, quanto ne viene diminuito quello di A. L'elasticità coll'agire egualmente tra li due corpi, comunicherà a ciascuno lo stesso grado di moto; vale a dire, ella separerà li corpi, col levare al corpo A, ed aggiugnere a B differenti gradi di velocità, così proporzionati alle loro rispettive Quantità di materia, che il grado di moto, con cui A si separa da B, sarà eguale a quello, con cui B resta da A separato. Ne segue dunque, che la velocità tolta ad A dalla Elasticità, abbia a quella, che dalla stessa aggiungesi a B, la medesima proporzione, che B ad A; e in conseguenza quella parte di velocità, che dalla Elasticità vien tolta ad A, abbia all'intero della velocità, con cui la stessa cagiona la scambievole separazione de' corpi, la stessa proporzione, che ha il corpo B alla somma di A, e B; e che la velocità che dalla Elasticità viene aggiunta a B, abbia la medema proporzione alla velocità, con cui si separano un dall'altro li corpi, che il corpo A alla somma di tutti, e due A, e B. Così trovasi, quanto la Elasticità leva di velocità ad A, e quanto ne da a B; purchè si conosca il grado della Elasticità, per cui li corpi si separano fra di loro, dopo il rincontro. (a)

(a) Come si ritrovi questo grado di Elasticità con la sperienza, si dimostrerà nel §. 74.

4. Secondo questo metodo si determina in tutti li casi il risultato dell' Urto, che fa un corpo in moto in un'altro, che si trova in quiete. Con lo stesso Principio si determinerà pure l'effetto del rincontrarsi di due corpi, quando ambedue sono in moto.

5. Si movano due corpi eguali, un contro l'altro, con eguale velocità. La forza, con cui ciascun di loro è sospinto innanzi, essendo eguale anche al punto dell'abbattersi insieme; poichè ciascuno va con la medesima energia; nella sua direzione niun d'essi supererà l'altro, ma tutti, e due si arresteranno, se non sono Elastici, perocchè se lo sono, riceveranno quindi un nuovo moto, e si separeranno così velocemente, come incontrati si erano, se sono Elastici in grado perfetto; se no, meno velocemente si separeranno. Nella stessa maniera, se due corpi in egual grossezza vengano a incontrarsi insieme, e le loro velocità siano talmente distribuite, che la velocità del minor corpo ecceda la velocità del maggiore nella medesima proporzione, che questo supera quello (per esempio, se uno

fieme. Dopo la Percoſſa, la loro Elaſticità li ſepara di nuovo. Il grado dell'Elaſticità determinerà qual proporzione abbia la velocità, con cui ſi ſeparano, a quella, con cui li medeſimi s'incontrano. Dividete quella, con cui li corpi ſi ſeparano in due parti, talchè una abbia all'altra la medeſima proporzione, che il corpo A a B, e aſcrivete la maggior parte al corpo minore B, e la minor parte della velocità al maggiore A. Poi la parte aſcritta ad A ſi levi dalla velocità comune, che A, e B avrebbero dopo della percoſſa, ſe non foſſero elaſtici; e la parte aſcritta a B ſi uniſca alla ſteſſa comune velocità; e così ſi conoſceranno le vere velocità di A, e B dopo la Percoſſa.

7. Se li corpi ſono perfettamente Elaſtici, il grande *Huygens* ha ſtabilita queſta Regola per rinvenire il loro moto, dopo il Concorſo. (*a*) Avendo menata una linea retta C D (nelle Fig. 4. 5) ſia diviſa in E, talchè C E abbia la ſteſſa proporzione a E D, che la velocità di A aveva a quella di B, innanzi la Percoſſa. La medeſima linea C D ſia pure diviſa in F, talchè C F abbia la ſteſſa proporzione a F D, che il corpo B ad A. Pigliando poi F G, eguale a F E; ſe il Punto G cada ſu la linea C D, li due corpi torneranno indietro dopo la Percoſſa, e la velocità, con cui tornerà il corpo A, avrà la medeſima proporzione a quella di B, che C G a G D; ma ſe il punto G cade fuori di detta linea, li corpi dopo il loro concorſo continueranno a muovere per la ſteſſa via amendue, e la velocità di A avrà la medeſima proporzione a quella di B, che G C, a G D, come prima.

a *In Oper. Poſth. de motu corporum ex percuſſ. prop. 9.*

8. Se il corpo B ſteſſe immobile, e riceveſſe l'impulſo del corpo A, l'effetto è ſtato già ſpiegato nel caſo, in cui li corpi non ſono elaſtici; e quando lo ſono, il riſultato della Percoſſa ſi trova in combinando l'effetto della elaſticità con l'altro effetto, nella maniera ſteſſa, che nell'ultimo caſo.

9. Quando li corpi ſono perfettamente elaſtici, la Regola di *Huygens* (*b*) è di dividere la linea C D (nella Fig. 6.) in E, come innanzi, e prender' E G eguale a E D. E con queſti punti così ritrovati, il moto di ciaſcun corpo, dopo la Percoſſa, ſi determina, come innanzi.

b *Nel luogo ſoprac.*

10. In appreſſo, ſuppongaſi, che li corpi A, e B muovano ambedue verſo una ſteſſa parte, ma A di un moto più veloce, onde ſovraggiunga B, e gli dia ſpinta. L'effetto della Percoſſa, o dell'urto, quando li corpi non ſono elaſtici, ſi diſcupre ritrovando il moto comune, che li due corpi avrebbero dopo la Percoſſa, ſe B ſi foſſe ſuppoſto in quiete, ed A avanzar verſo lui con una velocità eguale all'eccеſſo della ſua preſente velocità ſopra quella di B; ed a queſta comune velocità così ritrovata aggiungendo quella di B-

E 11. Se

11. Se li corpi sono elastici, l'effetto della elasticità si dee congiunger con l'altro, come ne' primi casi.

12. Quando li corpi sono perfettamente elastici, la Regola di *Huygens* (*a*) è in questo caso di prolungare CD (Fig. 7.) e in questa linea sì prolungata, prender CE nella stessa proporzione a ED, che ha la velocità maggiore di A alla minor velocità di B, dopo di che FG prendendosi eguale a FE, le velocità de' due corpi dopo la Percossa si determineranno, come ne' due casi precedenti.

a Nel luogo so prac.

13. Così ho data la somma di quello, ch' è stato scritto, concernente gli effetti della Percossa, quando due corpi, in un libero moto, si abbattono direttamente un con l'altro; e ne ho stabilito quì il risultato, come una conseguenza di ragionamenti fatti su le leggi del moto, e conformi esattissimamente alla sperienza. Un'altra classe particolare di sperienze è stata introdotta per far delle prove di questi effetti della Percossa, con la maggior esattezza. Ma io debbo differire coteste sperienze, fino a che avrò spiegata la natura de' Pendoli. (*b*) Passerò ora a dare un ragguaglio di qualcheduna delle apparenze, che vengono cagionate ne' corpi dall' influsso del Potere della Gravità, unito con le leggi del moto; tra le quali sarà compreso il moto de' Pendoli.

b Queste sperienze sono riferite al §. 73.

14. La più semplice di queste Apparenze si è, quando li corpi cadono all' ingiù, puramente pel loro peso. In questo caso il corpo aumenta continuamente la sua velocità, durante tutto il tempo della sua caduta, e ciò nella stessa proporzione, che aumenta il corpo. Imperciocchè la Potenza della gravità agisce costantemente su'l corpo col medesimo grado di forza, ed egli è stato osservato di sopra nella prima legge del moto, che un corpo essendo una volta in moto, conserverà in perpetuo il suo moto, senza la continuazione di alcun' influsso esterno sopra di lui. Dunque dopo che un corpo è stato una volta posto in moto dalla forza della gravità, il corpo continuerà questo moto, sebbene la Potenza della gravità lasci di agire ulteriormente sopra di lui; ma se la Potenza di gravità continui sempre a rispinger' il corpo, nuovi gradi di moto saranno aggiunti continuamente a quel corpo, e la Potenza di gravità oprando sempre con la medesima forza, si aggiugneranno costantemente eguali gradi di moto in porzioni eguali di tempo.

15. Questa conclusione per verità non è assolutamente vera; imperocchè si troverà di poi (*c*) non avere la Potenza di gravità una stessa forza in tutte le Distanze dal Centro della Terra. Ma ciò non è per lo meno sensibile in alcuna di que-

c lib. 2. cap. 5.

di quelle distanze, a cui potiamo far giugner li corpi. E il loro peso l' istessissimo, quanto al senso, sopra le più alte Torri, o Montagne, che su la Terra unita a tutto il restante; talchè in tutte le osservazioni, che noi potiamo fare, la proporzion mentovata tra la velocità di un corpo, che scende, e il tempo della discesa, si trova aver luogo senza la minor percettibile differenza

16. Quindi ne segue, che lo spazio, per cui cade un corpo, non è proporzionale al tempo della caduta; imperciocchè aumentando un corpo la sua velocità, passerà per un maggiore spazio nella stessa porzion di tempo verso il fine, che al cominciamento della sua caduta. Supponete, che un corpo cadendo dal punto A (Fig. 8.) giunga da A in B in una certa porzion di tempo; dunque se in un tempo eguale avanzi da B in C, dico, che lo spazio BC sarà maggiore di AB; talchè se il tempo del discendere da A in C sia doppio del tempo, in cui da A perviene a B, AC sarà più, che doppio di AB.

17. Li Geometri hanno provato, che gli spazi, per cui cadono li corpi in tal guisa per lo suo peso, sono in una proporzione duplicata, o sia prodotta dalla proporzione, per se stessa moltiplicata de' tempi, che hanno impiegato li corpi nel suo cadere: Cioè; se noi prenderemo la linea DE nella nella stessa proporzione ad AB, ch'è tra il tempo impiegato da un corpo a cadere da A in C, e quello, in cui lo stesso perviene da A a B, sarà pure nella medesima proporzione AC a DE. E in particolare, se il tempo del cadere di un corpo per AC sia due volte tanto, che il tempo del cadere, che fa per AB; DE sarà il doppio di AB; ed AC il doppio di DE; ovvero AC quattro volte tanto, che AB. Ma se il tempo, nel qual cade per AC sia stato tre volte tanto che il tempo del suo cadere per AB; DE sarà tre volte, quanto AB; ed AC tre volte quanto DE; vale a dire AC sarebbe eguale 9 volte ad AB.

18. Se un corpo cade obbliquamente, si anderà approssimando alla terra, per gradi più lenti che quando esso cade perpendicolarmente. Supponete due linee AB, AC (Fig 9.) una perpendicolare, e l'altra obbliqua alla terra DE; e poi scendere un corpo per la via indiretta AC: poichè il Potere della gravità spinge direttamente li corpi in giù; se la linea AC sostiene il corpo dal cadere in questa maniera, una parte di quest'effetto del suddetto Potere andrà vuota; talchè nel tempo, che sarebbe bastato per far cadere il corpo lungo la linea tutta AB perpendicolare, esso non passerà nella linea

A C una lunghezza eguale ad A B; e per conseguenza la linea A C essendo più lunga, che A B, il corpo consumerà certamente più di tempo in passando per A C, che non avrebbe fatto cadendo perpendicolarmente per la linea A B.

19. Li Geometri dimostrano, che il tempo, in cui un corpo discenda per la linea retta obbliqua A C, ha la medesima proporzione al tempo di sua discesa per la Perpendicolare A B, che ha la linea stessa A C alla linea A B. E riguardo alla velocità, che li corpi avranno acquistata al Punto C, li medesimi provano pure, che la lunghezza del Tempo impiegato nel discendere per A C compensa talmente quella diminuzione d' influsso della Potenza di gravità, cagionata dalla obbliquità di questa linea, che quantunque la forza della Potenza di gravità su'l corpo venga combattuta dalla obbliquità della linea A C, pure il tempo, che sta il corpo a discendere, vien' ad esserne cotanto prolungato, che questo acquisterà la medesima velocità al punto C, che avrebbe avuta al punto B in cadendo perpendicolarmente.

20. Se un corpo discendesse per una linea piegata, non potrebbesi determinare in un modo così semplice il tempo della discesa; ma si dimostra, che la proprietà, quanto alla velocità, ha luogo in tutti li casi, che per qualunque linea un corpo discenda, la velocità corrisponderà sempre all'altezza perpendicolare, da cui il corpo discende. Per esempio, supposto il corpo A (fig. 10.) raccomandato con una cordicella tesa al punteruolo B, se si lasci cadere fino a giugnere al punto C, perpendicolarmente sotto B, egli muoverà da A in C su l'arco di un circolo: Poi menata la linea Orizontale A D, la velocità del corpo in C sarà la medesima, che se fosse sceso direttamente da A in C.

21. Se un corpo venga spinto in su perpendicolarmente con qualche forza, la velocità, con cui ascende, andrà di continuo scemando, finchè sarà tutta estinta, e dallora comincerà il corpo a cader' ingiù, ed a passare un' altra volta nella sua caduta per la linea, per cui ascese; cadendo per essa con una velocità crescente in modo, che in ciascun punto di questa linea avrà la medesima velocità, che aveva nello stesso luogo ascendendo; e per conseguenza tornerà al luogo, onde prima innalzossi, con la velocità, che prima gli si diede. Così, se un corpo fosse slanciato perpendicolarmente per la linea A B (fig. 11.) con tal forza, che arrivasse al punto B, e quindi tornasse a cadere; quando fosse arrivato nel discendere a qualche punto, come C nella linea, egli vi avrebbe la medesima velocità, con cui passava dal punto C nell'ascendere; ed al punto A avrebbe di nuovo guadagnata la velocità, con la quale da-

prin-

principio era stato slanciato. Come questo si dimostra dagli Scrittori Geometrici; così, io penso, che apparirà chiaro dal considerar solamente, che mentre un corpo discende, il poter della gravità, dee agire in un' ordine contrario a tutto l' influsso, che aveva sul corpo, mentre ascendeva; onde ritorni al corpo il medesimo grado di velocità, che gli aveva tolto di prima.

22. Nella stessa maniera, se un corpo fosse spinto in su per la linea obbliqua C A (fig. 9.) dal punto C, con un tal grado di velocità, che giungesse al punto A; per il suo proprio peso ritornerebbe in giù per la linea A C col medesimo grado, con cui saliva.

23. E in fine, se un corpo venga spinto insù per una linea continuamente incurvata, un simil' effetto sarà prodotto nel suo ritorno al punto, da cui cominciò a levarsi. Supposto, per esempio, che il corpo A (nella fig. 12.) pendente da una funicella A B, venga spinto in qualche maniera, dovrà muover nell' arco di un Circolo; ora riceva un' impulso, che lo faccia muover nell' arco A C, e questo impulso sia di tal forza, che il corpo possa esserne trasferito da A in D, innanzi che il suo moto possa esser superato dal suo peso: Io dico, che il corpo incontinenti ritornando da D verrà di nuovo al Punto A con la stessa velocità, con cui aveva cominciato il suo moto.

24. Sarà proprio in questo luogo osservare, concernente il poter della gravità, che la sua forza sopra di un corpo, non dipende punto dalla figura del corpo; ma che continua sempre la stessa, senza alcuna variazione nel medesimo corpo, qualunque cangiamento accader possa alla sua figura; e che se il corpo fosse diviso in un certo numero di pezzi, tutti questi avrebbero giustamente lo stesso peso, che quando erano uniti in un corpo solo; e se il corpo fosse di una tessitura uniforme, il peso di ciascun pezzo sarebbe proporzionale alla mole. Questo ha data ragion di conchiudere, che il poter della gravità agisce su' corpi in proporzion della quantità di materia, ch' è in essi. Quindi dovrebbe seguire, che tutti li corpi cadessero da eguali altezze in eguali spazj di tempo. E come noi scorgiamo evidentemente il contrario nelle Piume, e in simili altre sostanze, le quali cadono molto lentamente, in comparazione di più solidi corpi; così è ragionevole di supporre, che qualche altra causa concorra a far' una differenza sì manifesta. Questa causa si è trovato con particolari sperienze, ch' è l' Aria. Queste sperienze si sono fatte così: Preparano un gran Cristallo concavo, dentro al quale vicino alla sommità collocano una piuma, e un corpo de' più pesanti,

ti, ordinariamente un pezzo d'oro, essendo questo metallo il corpo più pesante, che conosciamo. Vuotano il Cristallo dell' Aria, che vi è contenuta, e col muover' un filo di metallo, che passa per la sommità del Vetro, fanno cader la piuma, e il corpo più grave ad un tempo; e si trova costantemente, che come li due corpi cominciano a cader' insieme, si accompagnano sempre un'altro nel loro cadere, e giungono al fondo nel medesimo istante, così vicinamente, che l'occhio può giudicare. Così quanto si può appoggiare su questo sperimento, è certo, che l'effetto del poter della Gravità sopra ciascun corpo, è proporzionale alla quantità della materia solida, o al potere d'Inattività, che è in ciascun corpo. Imperciocchè nel senso determinato, che attribuimmo di sopra a questa parola moto, è stato dimostrato, che la medesima forza da a tutti li corpi il medesimo grado di moto, e forze differenti comunicano differente grado di moto, proporzionale alle rispettive potenze. (a) In questo caso, se il poter della gravità fosse di operar' egualmente sopra la piuma, ed il più solido corpo, il corpo solido verrebbe a discender tanto più tardo della piuma, che non avrebbe maggior grado di moto della Piuma; ma come ambedue discendono con egual prestezza, il grado di moto nel corpo solido è maggiore che nella piuma; avendo la medesima proporzione a questo, che la quantità di materia nel corpo solido alla quantità di materia nella piuma. Dunque l'effetto della gravità su'l corpo solido è maggiore che su la piuma, e ciò a proporzione, ch'è maggiore il grado del moto comunicato: val'a dire, l'effetto della Potenza di gravità su'l corpo solido ha la stessa proporzione al suo effetto sopra la piuma, che la quantità di materia nel corpo solido alla quantità di materia nella piuma. Così è una conseguenza propria di questo sperimento, che la Potenza della gravità non opra solamente su la superfizie de' corpi, ma sopra ciascuna particella della materia, ch'è in essi, penetrandoli intimamente. Ma come la gran prestezza, con cui dadono li corpi, potrebbe lasciar dubbioso, se discendono assolutamente nello stesso tempo, o solo in quanto la differenza nel precipitoso lor moto, non sarebbe discernibile all' occhio; questa proprietà della Potenza di gravità, che si è dedotta quì dal precedente sperimento, è di vantaggio confermata dai Pendoli, il cui moto è tale, che una minuta differenza diverebbe bastantemente sensibile. Si parlerà ancora di ciò in un'altro luogo; (b) ma quì farò uso del principio ora stabilito, per esplicar la natura di ciò, che chiamano il Centro della Gravità ne' Corpi.

a Cap. 1. §. 25. 26. 27. combinati col §. 15. ec.

b Lib. II Cap. 5. §. 3.

25. Que-

25. Questo centro di gravità è quel punto, da cui sospendendosi un corpo, dovrà restar'immobile in una certa situazione. In un Globo di tessitura uniforme, il Centro di gravità è lo stesso, che il Centro del Globo; imperciocchè come le parti del Globo sono da tutti li lati similari, e similmente disposte, ed il poter della gravità agisce ugualmente sopra ciascuna parte; è visibile, che le parti del Globo da tutti li lati del suo Centro, sono da una egual forza pressate, e che pertanto niun lato dovrà ceder' all' altro; e tutto il Globo s'è sostentato dal proprio Centro, dovrà pender' immobile. In simil guisa, se due corpi eguali A, e B (nella fig. 13.) siano appesi all'estremità di una verga inflessibile CD, che non abbia peso, e questa venga sostentata dal suo mezzo E, que'corpi saranno in equilibrio, o peseranno egualmente, e la verga rimarrà senza moto. Imperciocchè essendo li corpi eguali, ed alla medesima distanza dal Punto di sostegno in E, il potere di gravità agirà sopra ciascun d'essi con egual forza, e per tutti li rispetti nelle medesime circostanze; e perciò il peso dell' uno non potrà superar quello dell'altro. Il peso di A non è più capace di sormontare il peso di B, che il peso di esso B quello di A. Supponendo ancora un corpo come A B (in fig. 14.) di una tessitura uniforme, e della figura di un Cilindro, giacer'orizontalmente; se una linea retta si meni tra C e D, centri de'Circoli estremi di questo Cilindro, e questa linea communemente chiamata l'Asse, sia divisa in due parti eguali in E; e questo punto E sarà il centro di gravità del Cilindro. Imperciocchè essendo questo d'una figura uniforme, le parti, che sono allato di E di quà, e di là, sono eguali, e situate in una maniera del tutto simile; questo Cilindro sostentato dal punto E, dee restar'immobile, per la stessa ragione, che la verga inflessibile testè mentovata, rimarrebbe senza moto, quando fosse sospesa dal suo punto di mezzo. Ed è evidente, che la forza applicata al punto E, la qual sostentasse il Cilindro, dovrebbe esser'eguale al di lui peso. Ora supposti due Cilindri di egual grossezza AB, e CD, unirsi insieme in CB, sicchè li suoi due assi giacciano in una stessa linea retta; l'asse EF essendo diviso in due parti eguali in H, e l'asse FG pure egualmente in I; allora, perchè il Cilindro AB sarebbe sostenuto in quiete da una Potenza applicata in H, eguale al suo peso, e il Cilindro CD similmente da una applicata in T, ed eguale al peso di esso Cilindro; tutto AD sarebbe sostentato da queste due Potenze; ma tutto ancora potrebb' esserlo da una sola applicata in K, punto di mezzo dell'asse intero EG, purchè questa fosse eguale al peso di tutto in-

to intero il Cilindro. E' dunque evidente, che questa Potenza applicata in K produrebbe lo stesso effetto, che due altre applicate in H, ed in I. E' da osservarsi in oltre, che H K e eguale alla metà di F G, e K I alla metà di E F; imperciocchè essendo eguale alla metà di E G, ed E H alla metà di E F, il rimanente H K dev' esser eguale alla metà del rimanente F G; così pure G K essendo eguale alla metà di G E, e G T alla metà di G F, il rimanente I K dev' esser eguale alla metà del rimanente E F. Ne segue dunque, che H K ha la medesima proporzione ad I K, che F G ad E F. In oltre io stimo, che il mio Lettore concepirà, ed egli si dimostra in forma da' Geometri, che tutto il corpo del Cilindro C D ha la medesima proporzione a tutto il corpo del Cilindro A B, che l' Asse F G all' Asse E F. (a) Ma egli ne segue, che nelle due Potenze applicate ad H, e ad I, quella, ch' è applicata ad H, abbia la medesima Proporzione alla Potenza applicata a T, che K I ad H K. Supposte dunque le due funi H L, ed I M tese insù, una dal punto G, e l'altra dal punto I, e venir queste sostentate da due Potenze, una valevole a sostener' il Cilindro A B, e l'altra il Cilindro C D; Come quì queste due Potenze sostengono tutto il Cilindro, e perciò producono un' effetto eguale a quello, che verrebbe prodotto da una Potenza applicata al punto K, di una forza sufficiente a sostentar tutto il Cilindro, è manifesto, che se il Cilindro venga tolto, lasciando solamente l' Asse, e dal punto K si stenda una cordicella, come K N, che venga stirata da una Potenza eguale al peso del Cilindro, questa Potenza agirà contro le due altre, come faceva il Cilindro stesso; e per conseguenza queste tre Potenze saranno in bilancia, e terranno immobile tra di loro l' Asse H T. Ma se queste tre Potenze conservano uno scambievole equilibrio tra di loro, le due Potenze applicate alle funi H L, ed I M saranno pure in equilibrio fra di se; avendo la Potenza applicata alla fune H L quella proporzione all'altra applicata alla fune I M, che la distanza I K alla distanza K H. Quindi pure apparisce, che se' una verga inflessibile A B (nella fig. 15) sia sospesa da qualche punto C, che non è il di lei mezzo; e se ad A estremità del braccio minore sia raccomandato un peso da B estremità del più lungo, ne penda un'altro minore del primo, ed il peso più grande abbia al più piccolo la medesima proporzione, che il braccio più lungo di essa verga al più corto; questi due pesi saranno in equilibrio un coll'altro; poichè la Potenza applicata in C, eguale ai due pesi, sosterrà senza alcun moto la verga, che n' è così caricata; non cangiandosi quì alcuna cosa del caso precedente,

a Elem. Eucl. L. XII. Prop. 13.

dente,

dente, se non la situazione delle Potenze, le quali si trovano ora collocate dal lato contrario della linea, a cui sono affisse. Così ancora per la stessa ragione, se due pesi A, e B (fig. 16.) fossero connessi insieme per mezzo di una verga inflessibile CD, menata da C centro di gravità in A, a D centro di gravità in B, e se la verga CD si dividesse talmente in E, che la parte DE avesse la medesima proporzione all'altra parte CE, che ha il peso A al peso B, questa verga essendo sostentata in E, sosterrà ella stessa i pesi, e non li lascerà muover punto. Questo punto E poi, per cui li due pesi A e B saranno sostentati, chiamasi il loro comun centro di gravità. E unendosi un maggior numero di corpi insieme, il punto, onde tutti verrebbero sostentati, si chiamerebbe il comun centro di gravità di tutti loro. Supposti tre corpi A, B, C, (nella fig. 17.) li cui rispettivi centri di gravità siano congiunti dalle tre linee DE, DF, EF, la linea DE essendo talmente divisa in G, che DG abbia la medesima proporzione a GE, che B ad A; G sarà il centro comune di gravità de' due corpi A, e B; val'a dire, una Potenza eguale al peso di ambedue, applicata in G, li sostenterebbe; e il punto G è tanto premuto da' due pesi A, e B, quanto se dessi fossero insieme sospesi da questo punto. Adunque menando una linea da G ad F, e questa divisa in H, talchè GH abbia la stessa proporzione ad HF, che il peso C alli due pesi A, e B, il punto H sarà il comun centro di gravità di tutti e tre li pesi; imperciocchè H sarà il lor comun centro di gravità, se li due pesi, A, e B siano sospesi insiememente da G, e il punto G sia premuto tanto da essi nella loro presente situazione, quanto sarialo in questo caso. Nella stessa maniera, dal comun centro di questi tre pesi, potrete passare a rinvenir' il comun centro, se ne saranno quattro, e per un'ordinato progresso a discoprir' il comun centro di gravità, spettante a qualsisia numero di pesi.

26. Come tutto questo è una conseguenza naturale della Proposizione già stabilita per assegnar' il comun centro di gravità di due pesi, si ritroverà, mercè la stessa proposizione, il centro di gravità in tutte le figure. In un triangolo, come ABC (figura 18.) il centro di gravità sta nella linea menata dal punto di mezzo di ciascuno de' lati all' angolo opposto, come è la linea BD, menata da D, ch'è il mezzo della linea AC, all'angolo opposto B; (a) cosicchè se dal mezzo di uno, o dell' altro de' due lati, che restano come dal punto E nel lato AB, menisi una linea, come EC all' angolo opposto, il punto F, ove questa linea taglia l'altra BD, sarà il centro di gravità del triangolo. (b) similmente DF è eguale a mezzo FB, ed EF a mez-

a *Archim. de aequipond. prop. 11.*
b *Ibid. prop. 12.*

a mezzo FC. (a) In un Emisfero, come ABC (fig. 19.) se da D centro della Base, si erga la linea DB perpendicolare ad essa base, e questa linea si divida in E, talchè DE sia eguale a tre quinti di BE, il punto E sarà il centro di gravità dell' Emisfero. (b)

a Lucas. Valerius de Grav. solid. L. I. prop. 2.

b Idem L. II. prop. 2.

27. Sarà di uso l'osservare, in ordine al centro di gravità ne' corpi, che mentre una Potenza applicata a questo centro, può sostener sola un corpo contro la Potenza di gravità, e tenerlo fisso in riposo; l'effetto dunque della Potenza di gravità sopra un corpo sarà il medesimo, che se tutta agisce interamente su'l centro solo di gravità Quindi segue, che quando la Potenza di gravità agisce sopra un corpo sospeso da qualche punto, se il corpo è talmente sospeso, che il suo centro di gravità possa discendere; la Potenza di gravità darà moto a questo corpo, e in altro caso no; ovvero se più corpi in certo numero siano talmente connessi insieme, che quando alcuno è posto in moto, gli altri per quella loro connessione, ricevano un tal moto, che trattenga il lor comun centro di gravità in quiete; allora la Potenza di gravità non sarà abile a produrre alcun moto in questi corpi, ma lo sarà in tutti gli altri casi. Così se un corpo AB (nelle fig 20 21.) il cui centro di gravità e C, sia sospeso dal punto A, e il centro C sia perpendicolarmente sotto A, (come nella fig 20) il peso del corpo lo sosterrà sempre senza moto, perchè il centro C non può discender punto più basso. Ma se il corpo passi a qualche altra situazione, ove il centro C non sia perpendicolarmente sotto A (come nella fig. 21.) il corpo del suo peso verrà posto in moto, verso la situazion perpendicolare del suo centro di gravità. Se due corpi ancora A, e B (fig 22.) siano congiunti insieme dalla verga ED, che giace orizontalmente, e vien sostentata dal punto E, che sia centro della comun gravità de' due corpi; il loro peso non li porrà in moto, ma se il punto E non e il loro comun centro di gravità, li corpi si muoveranno, discendendo quella parte della verga CD, in cui quel punto ritrovasi. Così pure, se due corpi fossero connessi insieme per una macchina più composta, se non si può muovere un d'essi, che non si muova anche l'altro, talmente che il loro comun centro di gravità resti immobile, il peso di questi corpi non li porrà in moto, ma non così in altro caso.

28. Ora passerò a parlare delle Potenze meccaniche. Queste sono certi stromenti, o macchine inventate per muover gran pesi con piccole forze; e li loro effetti si possono didurre dalle osservazioni, che quì si son fatte. Si contano queste ordinariamente in numero di cinque; il vette, l'Asse nel Timpano, o

con

con la Ruota; la Carrucola, il Cuneo, la Chiocciola: alle quali aggiungono alcuni il Piano Inclinato, come questi stromenti sono stati di un'uso molto antico, così il celebre Archimede sembra essere stato il primo, che abbia discoperta la vera ragione de'loro effetti. Io penso, che ciò si possa didurre da quello, che di lui vien riferito, che certe espressioni, di cui si valeva per dinotar la forza illimitata di questi stromenti, erano ricevute come straordinarj Paradossi; laddove, quando si fosse intesa la cagione della loro gran forza, niuna espressione di questo genere sarebbe stata così sorprendente.

29. Tutti gli effetti di queste Potenze possono giudicarsi da una sola Regola, che quando due pesi sono applicati ad uno di questi stromenti, saranno quelli in equilibrio, se venendo a muoversi, le loro velocità debbano essere reciprocamente proporzionali al rispettivo lor peso. E quello si dice de' pesi, ha da intendersi necessariamente di ogni altra forza equivalente ai pesi, come la forza del braccio d'un'uomo, della correntia d'un'acqua, e simili.

30 Ma per comprender'il senso di questa regola; il Lettor dee sapere ciò, che s'intende per una proporzione reciproca; il che ora m'ingegnerò di spiegare, con quanto più di chiarezza saprò, imperciocchè sarò obbligato sovente a far'uso di questo termine. Quando due pesi hanno fra di loro una tal relazione, che uno cresca nella stessa proporzione che l'altro, sono essi direttamente proporzionali. Così se un numero d'uomini può fare in uno spazio determinato di tempo una certa quantità di un'Opera, per esempio una fossa per un vivajo, e simili; e due volte questo numero d'uomini può far due volte la quantità della stessa Opera; e tre volte questo numero far tre volte la stessa quantità, sono quì il numero degli uomini, e la quantità dell'Opera direttamente proporzionali. Dall'altra parte, quando due cose sono talmente relative, che una diminuisca nella proporzione stessa, che l'altra cresce, si dice, che queste sono reciprocamente proporzionali. Così se due volte un numero d'uomini può far la medesima Opera, nella metà di tempo, e tre volte lo stesso numero può far lo stesso in una terza parte di tempo; questi numeri della gente, e del tempo sono reciprocamente proporzionali. Abbiamo di sopra insegnato a trovare il comun centro di gravità di due corpi; (a) ora le distanze del comun centro, dai centri di gravità de'due corpi, sono reciprocamente proporzionali ai corpi rispettivi. Imperciocchè C E (fig. 6) essendo nella stessa proporzione ad E D, che B ad A; C E è tanto maggiore a proporzion di E D, quanto A minore in proporzione di B.

a §. 25.

31. Ora ciò inteſo, apparirà chiaramente la ragion della Regola quì ſtabilita. Imperciocchè ſe due corpi ſi poneſſero in moto, nel mentre il punto E ſta fermo, la velocità, con cui A muoverebbe, avrebbe la ſteſſa proporzione alla velocità di B, che EC ad ED: dunque la velocità di ciaſcun corpo, quando il comun centro di gravità ſta in quiete, è reciprocamente proporzionale al corpo. Ma noi abbiamo dimoſtrato innanzi (a) che ſe due corpi ſono talmente conneſſi inſieme, che mettendoli in moto, il lor comun centro di gravità non ſi muova, il peſo di queſti corpi non produrrà in eſſi alcun moto. Dunque in ciaſcuno di queſti ſtromenti meccanici, ſe quando li corpi ſi pongono in moto, le loro velocità ſiano reciprocamente proporzionali a' riſpettivi lor peſi, con che il comun centro di gravità abbia a rimaner fermo; li corpi non riceveranno alcun moto dal lor peſo, val'a dire, ſaranno in equilibrio. Ma queſto forſe ſi concepirà ancora più chiaramente con una particolar deſcrizione di ciaſcuna Potenza meccanica.

a §. 27.

32. Il vette è ſtata la prima, nominata di ſopra. E'un baſtone, il cui uſo è di ſoſtenere, e muover gran peſi. Queſto baſtone in una parte è appoggiato a qualche ſoſtegno forte; come il baſtone AB (nelle fig. 23. 24.) al punto C ſta appoggiato ſul ſoſtegno, o ſupporto D. In qualche altra parte del baſtone, come E ſi applica il peſo da eſſer ſoſtentato, o moſſo; e in terzo luogo, come F, ſi applica altro peſo, o forza equivalente, che ha da ſoſtenere, o da muover'il peſo in E. Ora poſto quì il vette in moto, e fatto ſalire, e ſcendere ſul punto fiſſo C, la velocità, con cui ſi muoverà F, avrà la ſteſſa proporzione alla velocità, con cui muoveraſſi E, che il peſo in E avrà al peſo, o alla forza in F; dunque il vette caricato in queſta guiſa, non penderà a muover dall'uno, o dall' altro lato. Se il peſo, o la Forza in F non ſia così grande d' aver queſta proporzione, il peſo in E non ſarà ſoſtentato; ma ſe la forza in F ſia di queſto maggiore, egli verrà ſuperato. Ciò è manifeſto per quello, che di ſopra ſi è detto, (b) quando le forze in E, ed in F ſono diſpoſte, (come nella fig. 23.) da' differenti lati del ſoſtegno D. Ciò apparirà pure egualmente manifeſto nell'altro caſo, continuando il baſtone BC nella fig. 24. dall'altro lato del ſoſtegno D, finchè CG ſia eguale a CF, e con l'appiccare a G un peſo equivalente alla Potenza in F: imperciocchè allora ſe la Potenza in F ſarà rimoſſa, li due peſi in G, ed E contrappeſeranno un'all'altro, come nel primo caſo; ed è evidente, che il peſo in F ſarà levato dal peſo in G, col medeſimo grado di forza, che lo ſarebbe da un'altra Potenza applicata ad F; poichè ſe il peſo E veniſſe rimoſſo, un

b §. 25. 27.

peſo

peſo appiccato ad F, eguale a quello in G, porrebbe il vette in bilancia, eſſendo le diſtanze C G, e C F eguali.

33. Se due peſi, od altre Potenze applicate al vette, non ſi contrabilanciano una l'altra, una terza Potenza può eſſer applicata al vette in qualche luogo propoſto del vette, che tratterrà il tutto in un giuſto contrappeſo. Suppoſto (nella fig. 25.) che due Potenze E, ed F non ſiano bilanciate, ſe ſi cerchi di applicar'una terza Potenza al punto G, ciò potrà baſtare a porre in bilancia il vette. Trovato quanto la Potenza in F contrappeſa alla Potenza in E; ſe la differenza tra queſta Potenza, e quella, ch'è attualmente applicata ad F, abbia la ſteſſa proporzione ad una terza Potenza d'applicarſi in G, che la diſtanza C G a C F; il vette reſterà contrappeſato per opra di queſta terza Potenza, applicandola ad agire dal latto ſteſſo della Potenza in F, quando queſta è troppo piccola per contrabilanciar quella in E. Della ſteſſa guiſa, ſe un vette foſſe caricato con tre, o con maggior numero di peſi, o d'altre potenze, che non foſſero contrappeſate fra di loro, potrebbe applicarſi una nuova Potenza in qualche luogo propoſto, e con ciò portarſi tutto ad una giuſta bilancia. E ciò, ch'è quì detto concernente pluralità di Potenze, potrà egualmente applicarſi a tutti li caſi ſeguenti.

34. Se foſſe il vette formato di due braccia, che faceſſero angolo, come nella fig. 26. al punto C, e le forze foſſero ancora applicate perpendicolarmente a ciaſcun braccio, ſi conſerverà la medeſima proporzione tra le forze applicate, e le diſtanze del Centro, ſu cui poſa l'Aſſe, dai punti, a cui ſono applicate: val'a dire, il peſo in E ſarà alla Forza in F nella proporzione ſteſſa, che C F è a C E.

35. Ma quando le forze applicate al vette, agiſcono obbliquamente al braccio, a cui ſono applicate (come nella fig. 27.) allora la forza delle Potenze ſi dev'eſtimare per mezzo di linee menate dal centro del vette alle direzioni, in cui agiſcono le Potenze. A porre in bilancia li vetti (nella fig. 27) un peſo, od altra forza in F, dovrà avere la medeſima proporzione al peſo in E, che la diſtanza C E a C G, ch'è la perpendicolare, menata da C alla linea, che denota la direzione, in cui opra la forza applicata ad F, imperciocchè quì poſto il vette in moto, la Potenza applicata ad F comincerà a muover nella direzione della linea F G; e perciò il ſuo primo moto ſarà il medeſimo, che il moto del punto G.

36. Quando due peſi ſono appiccati ad un vette, ed il Punto, onde queſto vien ſoſtentato, è poſto in mezzo tra li due peſi, ſicchè le due braccia del vette ſiano di egual lunghezza; allora il

ra il vette si chiama particolarmente una Bilancia: e pesi eguali pesano egualmente, come nelle lance d' una bilancia comune. Quando il punto del sostegno non è egualmente distante dalli due pesi, forma lo stromento da pesare, che si chiama la Stadera. Sebbene sì nella bilancia comune, che nella Stadera, il punto, a cui lo stilo è appiccato, non è ordinariamente collocato giusto nella medesima linea retta con li punti, che sostengono li pesi, ma piuttosto alquanto di sopra (come nella fig. 28.) dove le linee tirate dal punto C, da cui pende il sostegno, ai punti E, ed F, a cui sono appiccati li pesi, non fanno assolutamente una stessa linea continuata. Se li tre punti E, C, ed F fossero in una sola linea retta, li pesi, che sono in equilibrio, quando giacciono orizontalmente, lo sarebbero ancora in ogni altra situazione. Ma noi vediamo in questi stromenti, che quando sono caricati con pesi, che sono in equilibrio orizontalmente, se sono inclinati da un lato, il peso più elevato sormonta l'altro, e discende facendo dondolar lo stromento, finchè per gradi ricupera la sua orizontal positura. Quest'effetto proviene dalla mentovata costruzione; imperciocchè per causa di questa tali stromenti sono vetti composti di due braccia, che fanno angolo al punto del sostegno, come nelle fig. 29. 30. la prima delle quali rappresenta il caso della bilancia comune, e la seconda quello della Stadera. Nella prima, dove CE, e CF sono eguali, eguali pesi appiccati ad E, ed F saranno in equilibrio, quando li punti E, ed F sono in una situazion'orizontale. Supposto, che le linee EG ed FH siano perpendicolari all'orizonte, dinoteranno le direzioni, in cui agiscono le forze appiccate ad E, ed F. Perciò la proporzione tra li pesi in E, ed F, che siano in equilibrio, si giudica dalle perpendicolari, come sono CT, CK, menate da C sopra EG, ed FH; cosicchè li pesi essendo eguali, le linee CT, CK dovranno ancora esser'eguali, quando siano li pesi in equilibrio Ma io stimo, che il mio lettore vedrà facilmente, che le linee CE, CF essendo eguali, le linee CT, CK saranno ancora, quando li punti E, ed F sono situati orizontalmente.

37. Se questo vette sia in un'altra situazione (come nella fig. 31.) allora il peso che più alto sollevasi, sormonterà l'altro. Se il punto F quì sia più alto di E, la perpendicolare CK sarà più lunga, che CT; e perciò li pesi sarebbero in equilibrio, se il peso in F fosse minore, che il peso in E. Ma il peso in F è eguale al peso in E; dunque è maggiore di quel, che sia necessario per contrappesare il peso in E, e in conseguenza sormonterallo, e strascinerà questo braccio del vette.

38. In

38. In ſimil guiſa nel caſo di una ſtadera (fig. 32.) ſe li peſi in E, ed F ſono talmente proporzionati, che ſieno in equilibrio, quando li punti E, ed F ſono orizontalmente ſituati, allora in ogni altra ſituazione del vette, il peſo, che è più in alto ſollevato, dovrà preponderare: ch'è quanto dire, ſe nell' orizontal ſituazione de' punti E, ed F il peſo in F ha la medeſima proporzione al peſo in E, che C I a C K; ſe il peſo in F è ſollevato più alto, che E, come nella fig. 32. il peſo in F avrà una maggior proporzione al peſo in E, che C T abbia a C K.

39. Oltre a ciò ſi può applicare il vette ſopra un'aſſe, e allora le due braccia del vette non ſaranno invero continue, ma affiſſe a differenti punti dell'aſſe; come nella fig. 33. dove l'aſſe A B e ſoſpeſo dalle ſue eſtremità A, e B. In queſt'aſſe un braccio del vette è affiſſo al punto C, l'altro al punto D. Ora ſe un peſo ſia appiccato ad E, ch'è l'eſtremità di quel braccio, che ſta affiſſo all'aſſe nel punto C; ed un'altro peſo ſia appiccato ad F, ch'è l'eſtremità dell'altro braccio, anneſſo all' aſſe nel punto D; ſaranno in equilibrio queſti due peſi, quando il peſo in E avrà la ſteſſa proporzione al peſo in F, che il braccio D F al braccio C E.

40. Queſto è il caſo, ſe le due braccia ſono perpendicolari all'aſſe, e giacciono, come li Geometri ſi eſprimono, in un medeſimo piano; ovvero in altri termini, ſe le braccia ſono perpendicolarmente affiſſe all' aſſe in maniera, che quando un d'eſſi giace orizontalmente; l'altro abbia ancora una ſituazion orizontale. Se uno delle due braccia non ſia perpendicolare all' aſſe, allora nel determinar la proporzion tra li peſi, invece della lunghezza di queſto braccio, ſi dovrà prender la perpendicolare tirata ſu l'aſſe dalla eſtremità di queſto braccio. Se le braccia non ſono affiſſe in modo, che divengano orizontali nello ſteſſo tempo, il metodo di aſſegnar la proporzion tra li peſi è analogo a quello, di cui ci ſervimmo innanzi nei vetri, che fanno un'angolo al punto, da cui vengono ſoſtentati.

41. Da queſto caſo del vette applicato ſopra un'aſſe, è facile far'il paſſaggio ad un'altra Potenza meccanica, ch' è la Ruota, e l'aſſe.

42. Queſto ſtromento è la ruota con un cilindro ſoſtenuto all'eſtremità, talmente che ſi poſſa farlo girar con la ruota, come ſta rappreſentato nella fig. 34 dove A B è la ruota, C D il cilindro, ed E F li ſuoi due ſoſtegni. Ora ſuppoſto un peſo G, appiccato ad una corda, che ſia avvolta intorno al cilindro, ed un'altro peſo H pendente da un'altra corda, che gira intorno alla ruota dalla parte oppoſta, per poterſi

que-

questi due pesi l'un l'altro sostentare, il peso H dee avere al peso G la stessa proporzione, che ha la grossezza del cilindro, al diametro della ruota.

43. Supposto, che la linea *K l* sia menata per il mezzo del cilindro, e dal luogo del cilindro, ove la corda, che sostenta il peso G, comincia a lasciar' il cilindro, come in *m*, si tiri la linea *n m* perpendicolare a *K l*; e dal punto, dove la corda, che sostiene il peso H, comincia a lasciar la ruota, come in *o* si tiri la linea *o p* perpendicolare a *K l*: ciò fatto, le due linee *o p*, ed *m n* rappresentano le due braccia di un vette fisso sull'asse *K l*; e in conseguenza il peso H la stessa proporzione al peso G, che *m n* ad *o p*. Ma *m n* ha la stessa proporzione ad *o p*, che la grossezza del cilindro al diametro della ruota; imperciocchè *m n* è la metà della grossezza del cilindro, ed *o p* la metà del diametro della ruota.

44. Se la ruota è posta in moto, e facciasi girar' una volta intorno, mentre la corda, a cui è appiccato il peso G, una volta di più s'avvolge intorno all'asse; la corda, a cui è appiccato il peso H, si svolgerà un giro dalla ruota. Dunque la velocità del peso G avrà la medesima proporzione alla velocità del peso H, che la circonferenza del cilindro alla circonferenza della ruota. Ma la circonferenza del cilindro ha la stessa proporzione alla circonferenza della ruota, che la grossezza del cilindro al diametro della ruota; in conseguenza la velocità del peso G ha la medesima proporzione alla velocità del peso H, che la grossezza del cilindro al diametro della ruota, ch'è la proporzione, che ha il peso H al peso G. Dunque come innanzi nel vette, così quì ancora, la regola genèrale stabilita di sopra si verifica, che li pesi saranno in equilibrio, quando le loro velocità saranno reciprocamente proporzionali a' rispettivi pesi.

45. Nella stessa maniera, se due ruote di differente grandezza siano piantate sopra lo stesso asse, come nella fig. 35. ed a ciascuna appiccato un peso; saranno li due pesi in equilibrio, se quello appiccato alla ruota maggiore avrà la stessa proporzione al peso, ch'è appiccato alla minore, che ha il diametro della minore al diametro della maggiore.

46. Egli è costume di congiugnere più ruote insieme nello stesso stromento; le quali per mezzo di certi denti, formati nella circonferenza di ciascuna ruota, comunicano moto una all' altra. Una macchina di questa natura è rappresentata nella fig. 36. Quì A B C è un manico, per adoprar la macchina; cui è annessa la piccola ruota dentata D, che muove li denti di una più grande, E F piantata su l'asse G H.

Quest'

Quest'asse porti un'altra ruota T, che muova similmente una ruota maggiore K L piantata su l'asse M N. Quest'asse ne porti un'altra piccola O, che della stessa maniera faccia girarne un'altra più grande P Q, piantata su'l cilindro R S, a cui sia avvolta una corda, che sostiene un peso, come T. Ora la proporzion ricercata tra il peso T, e la Potenza applicata al manico in A, sufficiente a sostener il peso, si potrà facilmente te ritrovare, computando la proporzione, che la velocità del punto A avrà a quella del peso. Se il manico si giri in modo, che il punto A descriva un cerchio come A V; supposto, che la ruota E F abbia dieci volte il numero de' denti, che la ruota D, il manico dee girar intorno dieci volte, per far girare una volta sola la ruota E F. Se la ruota K L abbia pure dieci volte il numero de' denti, che ha la ruota T, questa dee girar dieci volte, per far girare una volta K L: e in conseguenza il manico A B C dee girar cento volte, per far girare la ruota K L una volta. Infine, se la ruota P Q ha dieci volte il numero de' denti, che ha la ruota O, il manico dee girar mille volte per un giro solo della ruota P Q, o del cilindro R S. Quì dunque il punto A dee passar per il circolo A V mille volte, acciocchè il peso T resti alzato per uno spazio eguale alla circonferenza del cilindro R S; e quindi segue, che la Potenza applicata in A bilancierà il peso T, se ella avrà la stessa proporzione a quello, che la circonferenza del cilindro alla circonferenza del circolo A V presa mille volte; o la proporzione stessa, che la metà della grossezza del cilindro avrà a mille semidiametri A B dello stesso circolo A V.

47. Passerò quindi a spiegar l'effetto della Carrucola. Sia un peso appiccato una Carrucola, (come nella fig. 37) Egli è evidente, che la potenza A, da cui è sostentato il peso B, dev'esser eguale al peso; imperciocchè la corda C D si distende egualmente tra ambedue; e se il peso B muova, dee muover la Potenza A con velocità eguale. La Carrucola E non ha altro effetto, che di lasciar agire la Potenza A in un'altra direzione, che non avrebbe avuta, se fosse stata direttamente applicata a sostener il peso, senza l'uso di un tale stromento.

48. Sia poi un peso da sostenersi, (come nella fig. 38.) dove il peso A è attacato alla Carrucola B, e la corda, da cui è sostentato, è raccomandata da una estremità ad un rampino C; e dall'altra parte è sostentata dalla Potenza D. Quì il peso vien sostenuto da una corda raddoppiata; di modo che sebben la corda non fosse valevole a sostentar il peso, fatta scempia, nondimeno raddoppiata potrebbe sostentarlo. Se l'estremità

della corda, ritenuta dalla Potenza D, fosse appesa dal rampino C, com'è l'altra; allora, quando tutte e due l'estremità della corda fossero annodate al rampino, è manifesto, che il rampino sosterrebbe tutto intero il peso; e ciascuna dell' estremità della corda premerebbe il rampino, con la forza della metà di tutto il peso, mentre tutt' e due insieme lo farebbero con la forza di tutto il peso. Quindi è manifesto, che quando la Potenza D ritiene un'estremità della corda, la forza, ch'ella dee impiegare a sostener il peso, dee essere appunto eguale alla metà del peso. E questa stessa proporzione tra il peso, e la Potenza D, con cui ancora dal comparar' insieme le velocità rispettive raccoglierà ambedue muoverebbero; imperciocchè è manifesto, che la Potenza dee muovere per uno spazio, eguale alla distanza della Carrucola dal rampino raddoppiata per alzar' il peso al rampino.

49. Egli è egualmente facile a calcolar l'effetto di più Carrucole combinate insieme, come nelle fig. 39. 40. nella prima delle quali, la Carrucola inferiore, e in conseguenza il peso è sostenuto da sei corde, e nell'altra da cinque: e perciò nella prima di queste figure la Potenza dev'esser' una sesta parte solamente del peso, per sostenerlo, e nell'altra una quinta parte.

50. Vi sono due altre maniere per sostener' un peso con le Carruole, che ora particolarmente si devono considerare.

51. Una di queste è rappresentata nella fig. 51. Quì il peso andando connesso con la Carrucola B, una Potenza eguale alla metà del peso A, sosterrebbe la Carrucola C, se fosse immediatamente applicata ad essa. Dunque la Carrucola C vien tirata da una forza eguale alla metà del peso A. Ma se la Carrucola D fosse immediatamente sostentata dalla metà della forza, che tira la Carrucola C, questa sarebbe allora sostentata dalla Carrucola D; cosicchè se la Carrucola D fosse sostentata da una forza eguale alla quarta parte del peso A, questa forza potrebbe sostenerlo tutto. Ma per la stessa ragione d'innanzi, se la Potenza in E fosse eguale alla metà della forza necessaria per sostentar la Carrucola D; questa Carrucola, e in conseguenza il peso A ne verrebbero sostenuti. Dunque se la Potenza in E sia l'ottava parte del peso A, ella sarà capace di sostentarlo.

52. Un'altra maniera di applicar le Carrucole a un peso, si rappresenta nella fig. 42. Per ispiegar l'effetto delle Carrucole così applicate, sarà a proposito considerar differenti pesi appiccati, come nella fig. 43. Quì se la Potenza, e li pesi sono in bilancia, la Potenza A è eguale al peso B; il peso C è eguale al

le al doppio della Potenza A, o del peso B; e per la stessa ragione il peso D è eguale al doppio del peso C, o al quadruplo della Potenza A. Ma se questi tre pesi fossero congiunti in uno, produrrebbero il caso della fig 42. cosicchè in questa figura 'il peso A, dove son tre Carrucole, fa sette volte la potenza B. Se non fossero state, due Carrucole, il peso avrebbe fatta tre volte la Potenza; e se ve ne fossero state quattro, il peso avrebbe fatta quindeci volte la Potenza.

53. Si dee in appresso considerar' il Cuneo: è abbastanza nota la forma di questo stromento. Quando egli è supposto a qualche peso, come nella fig. 44. la forza, con cui il Cuneo leverà il peso, quando è cacciato dentro da un colpo su'l termine A B, avrà la stessa proporzione alla forza, con cui il colpo agirebbe su'l peso, se direttamente se gli applicasse, che la velocità, che il Cuneo riceve dal colpo, ha alla velocità, con cui il peso è alzato dal Cuneo.

54. La chiocciola è la quinta Potenza meccanica. Vi son due maniere d'applicar questo stromento. Talvolta ella si fa passare per un buco, (come nella fig. 45.) dove la chiocciola A B è inserta nell' Asse, o pancone C D. Talvolta la chiocciola è applicata ai denti di una ruota, come (nella fig. 46.) dove le spire della chiocciola A B, muovono fra li denti di una ruota C D. In tutti e due questi casi, se un bastone, come A E sia affisso all'estremità A dalla chiocciola, la forza con cui l'estremità B della stessa, (nella fig 45.) è premuta abbasso, e la forza, con cui li denti della ruota C D (nella fig. 46.) sono sostenuti, hanno la medesima proporzione alla potenza applicata all' estremità E del bastone, che la velocità, con cui muove l'estremità B della chiocciola (nelle fig. 45.) o con la quale muovono li denti della ruota C D, (nella fig. 46.)

55. Il Piano Inclinato ci dà un'altro modo di levar' un peso con una forza minore di quella, che eguagli il peso stesso. Supposto, che si dimandi di levar' il globo A (nella fig 47.) dal terreno, o dal piano B C ad un punto, la cui altezza perpendicolare sia E D: se questo globo sia tirato attraverso lungo la linea D E, si ricercherà minor forza per levarlo, che se dovesse levarsi insù direttamente. Quì se la forza applicata al globo abbia solamente quella proporzione al di lui peso, che E D ad F D; ella sarà bastante a sostener' il globo; e perciò ogni aggiunta a questa forza lo porterà in moto, e lo attirerà di sopra, purchè il globo, premendo contro il piano, su cui giace, non si attacchi in qualche grado al piano stesso. Questo invero dee sempre farsi più, e meno, perchè nissun piano può

 esser'

esser' assolutamente così liscio, che non abbia sorte alcuna d' ineguaglianze; nè meno così infinitamente duro, che non ceda punto la minor cosa alla pressione del peso. Dunque non si può supporre un tal pianto, su cui quello abbia a scorrere il più liberamente, che si possa, ma debbono sempre patir' un dall' altro qualche fregagione; e questa farà necessariamente impiegar' un certo grado di forza più, che quella è necessaria per sostener' il globo, in ordine al dargli qualche moto. Ma come tutte le potenze meccaniche sono a qualche misura soggette a simili impedimenti apportati dalla fregagione, quì dimostrerò solamente qual forza sarebbe necessaria per sostener' il globo, s' egli giacesse su d' un piano, che non producesse affatto alcuna fregagione. Ed io dico, che se il globo sia tirato dalla corda G H, che giace parallela al piano D F; e la forza, ond' è distesa la corda, abbia la stessa proporzione al peso del globo, che E D a D I; questa forza sosterrà il globo. Per provarlo, sia continuata la corda G H, e fatta passar per la carrucola T, e siavi appiccato il peso K. Ora io dico, che se questo peso ha la stessa proporzione al globo A, che D E a D F; il peso sosterrà il globo. Io trovo esser manifesto, che il centro del globo A giacerà in una linea continuata con la corda H G. Sia L il centro del globo, ed M il centro di gravità del peso K. Primieramente sia il peso talmente appiccato, che una linea menata da L ad M giaccia orizontalmente; ed io dico, che quando il globo muova su, o giù per lo piano D F, muoverà seco anche il peso, talchè il centro di gravità comune ad ambedue li pesi continuerà in questa linea L M, e perciò non discenderà in alcun caso. Per provar questo più pienamente, io mi partirò un poco dal metodo di questo trattato, e mi servirò di una, o due proposizioni mattematiche; ma esse son tali, che ogni persona, che abbia letti gli Elementi d' Euclide, le comprenderà pienamente, e sono in se stesse così evidenti, che io penso, che li miei Lettori, cui siano del tutto incogniti gli scritti Geometrici, non avranno alcuna difficoltà nel riceverle. Ciò premesso, si muova il globo insù, finchè il suo centro sia in G; M centro di gravità del peso K si abbasserà allora fino ad N, cosicchè M N sarà eguale a G L. Tirate N G, che tagli M L in O; io dico, che O sarà il centro comune di gravità dei due pesi in questa loro nuova situazione. Si meni G P perpendicolare ad M L; G L avrà allora la stessa proporzione, a G P, che D F a D E, ed M N essendo eguale a G L, M N avrà la stessa proporzione a G P, che D F a D E; ma N O ha la stessa proporzione ad O G, che M N, a G P; in conseguen-

guenza N O avrà la ſteſſa proporzione ad O G, che D F a D E. In fine il peſo del globo A ha la ſteſſa proporzione all' altro peſo K, che D F a D E; dunque N O ha la ſteſſa proporzione ad O G, che il peſo del globo A al peſo K. Quindi ſegue, che quando il centro del globo A è in G, ed il centro di gravità del peſo K è in N, O ſarà il centro di gravità comun de' due peſi. Nella ſteſſa maniera, ſe il globo ſi foſſe fatto diſcendere, il comun centro di gravità ſi ſarebbe ritrovato in queſta linea M L. Poichè dunque niſſun moto di queſto globo in qualunque maniera farà diſcender' il comun centro di gravità, è manifeſto, da quello ſi è detto innanzi, che li peſi A, e K contrappeſeranno uno all'altro.

56. Ora paſſerò a conſiderare il caſo del Pendolo. Si fa un Pendolo con l'appiccare un peſo ad una cordella, coſicchè poſſa queſta rimoſſa dal perpendicolo andar'avanti, e indietro. Li Geometri hanno conſiderato con grande applicazione queſto moto, perchè è il più comodo ſtromento di tutti per un' eſatta miſura del tempo.

57. Io ho di già oſſervato, (a) che ſe un corpo ſoſpeſo perpendicolarmente da una corda, come il corpo A (nella fig. 48.) appeſo dalla fune A B, ſia poſto in tal moto, onde abbia a ſalire per l'arco circolare A C; allora sì toſto, che arrivato ſia al punto più alto, a cui può eſſer portato dal moto, ch' egli ha ricevuto, comincerà di là immediatamente a diſcendere, e in A riceverà di nuovo lo ſteſſo grado di moto, ch' egli avea prima. Queſto moto dunque porterà il corpo ſu l'arco A D sì alto, che innanzi aſcendeva per l'arco A C. E in conſeguenza nel ſuo ritorno per l'arco D A, acquiſterà di nuovo in A la ſue velocità originale; e avanzerà un' altra volta ſu l' arco A C così alto, che andava prima; continuando in tal guiſa ſenza fine il ſuo reciproco moto. E' vero, che di fatto ogni pendolo, che noi potiamo metter' in moto minorerà per gradi le ſue così dette vibrazioni, od oſcillazioni, ed in fine s'arreſterà, ſenza che vi ſia qualche potenza coſtantemente ad eſſolui applicata, onde il ſuo moto venga rinovato; ma queſto proviene dalla reſiſtenza, che il corpo incontra nell' aria, e dalla corda, a cui è appiccato; imperciocchè come l'aria apporterà qualche impedimento al progreſſo del corpo, che per eſſa muove, così ancora ve ne apporterà la corda, da cui pende il corpo; perocchè queſta corda o ſdrucciolerà ſu 'l chiodo, a cui è legata, o ſtireraſſi al moto del peſo; nel primo caſo vi ſarà qualche grado di fregagione, e nel ſecondo la corda farà reſiſtenza alla ſua infleſſione; comunque ſiaſi, quando ogni reſiſtenza ſia tolta, il moto del pendolo ſarà perpetuo.

(a) §. 23.

58. Ma

58. Ma per andar' innanzi, la prima proprietà, che considererò in questo moto, è, che maggiore se è l'arco, per cui muove un corpo pendulo, più v' impiega di tempo, sebbene la lunghezza del tempo non cresce in proporzion così grande, che l'arco. Così se C D sia un'arco maggiore, ed E F un minore, dove C A è eguale ad A D, ed E A ad A F, il corpo, oscillando per l'arco maggiore C D, impiegherà nelle sue oscillazioni da C a D un tempo più lungo, che in quelle da E ad F, quando muove solamente nel minor arco; ovvero il tempo, in cui il corpo lasciato cadere da C discenderà per l'arco C A, è maggiore del tempo, in cui discenderebbe per l'arco E A, quando si lasciasse cader da E. Ma il primo di questi tempi non avrà la stessa proporzione all'altro, che il primo arco C A al secondo E A; il che apparirà così. Siano C G, ed E H due linee orizontali. E' stato rimarcato innanzi, (*a*) che un corpo cadendo per l'arco C A, acquista una velocità così grande al punto A, come se caduto fosse dirittamente per G A; e cadendo per l'arco E A, acquista al punto A solamente quella velocità, ch' egli avrebbe acquistata cadendo per H A. Dunque quando il corpo discende per l'arco maggiore C A acquisterà una maggior velocità, che quando sol passa per il minore; cosicchè questa maggior velocità in qualche grado compenserà la maggior lunghezza dell' arco.

a §. 20.

59 L'aumento di velocità, che il corpo guadagna cadendo da una maggior' altezza, fa un tal' effetto, che menate le linee rette da A a C, ed E, il corpo cadrebbe per la più lunga A C nello stesso tempo, che per la più corta E A. Ciò si dimostra da' Geometri, li quali provano, che se qualche circolo, come A B C D nella fig. 49. sia collocato in una situazion perpendicolare, un corpo cadrà obbliquamente per ciascuna linea, come A B, (menata dall' infimo punto A nel cerchio a qualsisia altro punto della circonferenza) nello stesso tempo, che sarebbe impiegato dal corpo cadendo perpendicolarmente per il diametro C A. Ma il tempo, in cui discenderà un corpo per l'arco, è differente dal tempo, che impiegherebbe cadendo per la linea A B.

60. E' stato pensato da alcuni, che come in archi piccoli la linea retta, che lor corrisponde, è poco differente dall' arco stesso, così la discesa per questa linea retta sarebbesi in tali piccoli archi prossimamente nello stesso tempo, che si farebbe per gli archi stessi; cosicchè se un pendolo oscillasse in piccoli archi, la metà del tempo d'ogni oscillazione sarebbe prossimamente eguale al tempo, in cui un corpo cadesse perpendicolarmente per una doppia lunghezza del pendolo. Val' a dire,

dire, tutto il tempo dell'oscillazione, secondo la presente opinione, sarebbe quattro volte il tempo ricercato, perchè il corpo cadesse per la metà della lunghezza del pendolo: poichè il tempo della caduta del corpo per una doppia lunghezza del pendolo è la metà del tempo ricercato, per far cadere il corpo da un quarto di questo spazio, ch'è la metà della lunghezza del pendolo. Comunque siasi, egli sta quì uno sbaglio; imperciocchè tutto il tempo dell'oscillazione, quando il pendolo muove per archi piccioli ha prossimamente la stessa proporzione al tempo ricercato per una caduta dalla metà della lunghezza del pendolo, che la circonferenza del circolo ha al suo diametro, ch'è prossimamente la proporzione di 355 a 113. o poco più, che la proporzione di 3. ad 1. Se il pendolo prenda una scorsa sì grande, che passi per un'arco eguale ad una stessa parte di tutta la circonferenza del circolo, egli farà 115. oscillazioni, nel mentre dovrebbe secondo questa proporzione averne fatte 117. cosicchè, quando egli scorre per un arco di questa grandezza, egli perde qualche cosa di meno; che due oscillazioni per centinajo. S'egli scorresse per $\frac{1}{10}$ solamente del circolo, non perderebbe che una vibrazione incirca in 160. s'egli scorresse per $\frac{1}{20}$ di circolo, perderebbe incirca una vibrazione in 690. Se lo scorrimento sia confinato a $\frac{1}{40}$ di tutto il circolo, perderebbe poco più, che una vibrazione in 2600. e se ad $\frac{1}{60}$, se ne perderebbe una appena in 5800.

61. Quindi egli segue, che quando li pendoli scorrono dentro a piccoli archi, osservasi prossimamente una costante proporzione tra il tempo delle loro oscilliazioni, e quello, in cui cadrebbe un corpo perpendicolarmente per la metà della lor lunghezza. E noi abbiamo innanzi dichiarato, che gli spazj, per cui cadono li corpi, sono in una proporzion duplicata de' tempi, che impiegano nel cadere. (*a*) Dunque ne' pendoli di differente lunghezza, momenti per archi piccoli, le lunghezze sono in una proporzion duplicata de' tempi, in cui fanno le loro vibrazioni; così un pendolo quattro volte così lungo, che un'altro, impiega il doppio di tempo in ogni vibrazione, ed uno nove volte così lungo, che l'altro, uon farà che una vibrazione in tre vibrazioni del più corto, e così degli altri.

a §. 17.

62. Questa proporzione nelle vibrazioni di differenti pendoli non solo ha luogo negli archi piccoli; ma ne' grandi ancora, purchè siano della ragion di quelli, che li Geometri chiamano

no Similari; val'a dire, che gli archi abbiano la stessa proporzione a tutte le circonferenze de'loro circoli rispettivi. Supposto, che A B, CD (nella fig. 50.) siano due pendoli, e l'arco E F sia descritto dal moto del pendolo A B, e G H dal pendolo C D, e l'arco E F abbia la stessa proporzione a tutta la circonferenza, che si forma girando intieramente il pendolo A B intorno ad A, che l'arco G H ha a tutta la circonferenza, che si formerebbe da un giro perfetto del pendolo C D intorno a C; allora io dico, che la proporzione, che ha la lunghezza del pendolo A B con quella del pendolo CD sarà la duplicata di quella proporzione, che il tempo impiegato nella descrizione dell'arco E F ha col tempo impiegato nella descrizione dell'arco G H.

63. Così li pendoli, che scorrono per piccoli archi, sono prossimamente una misura eguale del tempo. Ma come non sono una tal misura con un'esattezza geometrica, li Mattematici hanno trovato un metodo di far muover' un pendolo in maniera, che se il suo moto non fosse impedito d'alcuna resistenza, egli sarebbe sempre ogni vibrazione nello stesso tempo, sia che si movesse per un maggiore, o per un minore spazio. La prima discoperta di questo devesi al grande Huygens, ed è questa. Su la linea retta A B (fig. 51.) sia collocato talmente il circolo C D E, che tocchi la detta linea al punto C. Allora questo circolo si faccia sdrucciolare lungo la linea retta A B, come fa a muovere una ruota da carrozza su'l terreno. Egli è evidente, che si tosto, che il circolo comincia a muovere il punto C nel circolo sarà abbandonato dalla linea retta A B; nel proseguimento di questo moto del circolo, descriverà una spezie di corso incurvato, rappresentato dalla linea C F G H. Quì la parte C H della linea retta, inclusa tra le due estremità C ed H della linea C F G H, sarà eguale a tutta la circonferenza del circolo C D E; e se C H si divida in due parti eguali al punto I, e la linea retta I K si ritiri perpendicolarmente a C H, questa linea I K sarà eguale al diametro del circolo C D E. Ora in questa linea se un corpo avesse a cadere dal punto H, e ad esser portato dal suo peso per la linea H G K sino al punto K, ch'è il più basso della linea C F G H; e se da qualche altro punto G si lasciasse cadere un corpo nella stessa maniera; questo corpo, che cade da G, impiegherà giustamente tanto tempo in arrivare a K, che v'impiegherà il corpo, che cade da H. Dunque se si potrà sospender talmente un pendolo, che abbia a muover nella linea H G F C, tutte le sue vibrazioni, sia lungo, o breve, si faranno nello stesso tempo; imperciocchè il tempo, in cui la palla discen-

scenderà al punto K, sarà sempre la metà del tempo di tutta la vibrazione. Ma la palla di un pendolo si farà muover'in questa linea nel seguente modo. Sia prolungata (nella fig. 52.) KI in L, talchè IL sia eguale ad IK. Indi la linea LMH eguale, e simile a KH, si applichi, come nella figura tra li punti L, ed H, cosicchè il punto, che in questa linea LMH corrisponde al punto H nella linea KH sia applicato al punto L, e quello, che corrisponde al punto K sia applicato al punto H. Un'altra simile linea LNC si applichi ancora tra L e C nella stessa guisa. Fatta questa preparazione, apiccandosi un pendolo al punto L di tal lunghezza, che la sua palla arrivi in K, se la cordella continuamente s'infletterà incontro alle linee HML, ed LNC, secondo che il pendolo andrà innanzi, e indietro la palla, in questa maniera sarà ritenuta costantemente nella linea CKH.

64. Ora in questo pendolo, come tutte le vibrazioni, sia egli lungo, o breve, si faranno nel medesimo tempo; così il tempo di ciascuna avrà esattamente la stessa proporzione al tempo ricercato, per far cadere perpendicolarmente un corpo dalla metà della lunghezza del pendolo, com'è da I a K: che ha la circonferenza del circolo al suo diametro.

65. Quindi si potrà intendere in qualche modo, perchè movendo li pendoli in archi circolari, li tempi delle loro vibrazioni sono prossimamente eguali; se gli archi sono piccoli, sebbene questi archi siano di lunghezze ineguali; imperciocchè se col semidiametro LK si descriva l'arco circolare OKP, quest'arco nella parte più bassa non sarà che poco differente dalla linea CKH.

66. Non sarà quì fuori di proposito rimarcare, che un corpo cadrà in questa linea CKH (fig. 53.) da C a qualche altro punto come Q, o R in più breve spazio di tempo, di quello che avrebbe fatto movendo per la linea retta, menata da C all'altro punto; ovvero per qual si voglia altra linea, che possa tirarsi fra questi due punti.

67. Ma come io ho osservato, che il tempo impiegato da un pendolo nelle sue vibrazioni dipende dalla sua lunghezza; ora dirò qualche cosa, concernente il metodo di computar questa lunghezza del pendolo. Se tutta la palla del pendolo fosse raccolta in un punto, questa lunghezza, da cui si avesse a computar'il moto del pendolo, sarebbe la lunghezza della cordella. Ma la palla del pendolo dee avere una sensibil grandezza; e varie parti di essa palla non muovono con lo stesso grado di velocità; imperciocchè quelle parti, che sono le più lontane dal punto, da cui è sospeso il pendolo, devono muo-

vere con la massima velocità. Dunque per sapere il tempo di una vibrazione del pendolo, è necessario trovar quel punto della palla, che muove con lo stesso grado di velocità, che se tutta la palla fosse raccolta in questo punto.

68 Questo non è il centro di gravità, come ora procurerò di dimostrare. Supposto il pendolo A B nella fig. 54. composto di una verga inflessibile A C, e della palla C B, esser' affisso al punto A, e lasciato in una situazion' orizontale. Quì se la verga non fosse affissa al punto A, il corpo C B discenderebbe dirittamente con tutta la forza del suo peso; e ciascuna parte del corpo muoverebbe con lo stesso grado di velocità: Ma quando la verga è affissa al punto A, il corpo dee cadere in un'altra maniera; imperciocchè le parti del corpo devono muover con differenti gradi di velocità, le più lontane da A discendendo con un moto più veloce di quelle ad A più vicine; cosicchè il corpo mentre discende, riceverà una spezie di moto, rotolante mentre discende. Ma egli è stato osservato di sopra, che l'effetto della gravità sopra di un corpo è lo stesso, che se tutta la forza operasse su 'l centro di gravità del corpo. (a) Poichè dunque la Potenza di gravità, mentre il corpo discende, dee ancora comunicar' ad esso quel moto di voltolamento, che ora dicemmo; sembra evidente, che il centro di gravità del corpo, non può discender così velocemente, come quando la Potenza di gravità non ha a produrre altro effetto su 'l corpo, che a farlo puramente discendere. Se perciò tutta la materia del corpo C B fosse raccolta nel suo centro di gravità, cosicchè essendo unita in un punto, il mentovato rotolamento quì innanzi non potesse apportare impedimento alcuno alla sua discesa; questo centro discenderebbe più presto di quello, che ora far possa. Ed il punto, che ora discende così velocemente, come se tutta la materia del corpo C B fosse raccolta in esso, sarà più rimoto dal punto A, che il centro di gravità del corpo C B.

(a) § 17.

69. Supponendo ancora il Pendolo A B, (nella fig. 55.) obliquamente sospeso; Quì la Potenza di gravità oprerà meno, che innanzi, sopra la palla del Pendolo; ma tirando la linea D E perpendicolarmente alla verga A C del Pendolo, la forza della gravità sopra il corpo C B, ora, ch'è in questa situazione, produrrà lo stesso effetto, che se il corpo scorresse sopra un piano inclinato nella posizione di D E. Ma il moto del corpo, quando la verga è affissa al punto A, non sarà eguale alla discesa non interrotta del corpo per questo piano: imperciocchè il corpo riceverà ancora quì la stessa spezie di rotazione, nel suo moto, come innanzi, talchè il moto del centro

di gra-

di gravità sarà in simil guisa ritardato; ed il punto, che quì discende con quel grado di velocità, che il corpo avrebbe, se non venisse impedito dall'esser affisso al punto A; val'a dire, il punto, che discende così velocemente, come sarebbe tutto il corpo raccolto in esso, sarà così rimoto dal punto A, che egli era prima.

70 Questo punto, da cui si ha da stimare la lunghezza del pendolo, chiamasi il centro di oscillazione. E li mattematici hanno stabilite regole generali, con cui trovar questo centro in tutti li corpi. Se il globo A B (nella fig. 56.) sia sospeso da una cordella C D, il cui peso in realtà non si consideri, il centro di oscillazione si trova in questo modo. La linea retta menata da C a D si continui per il globo in F. Ch'ella passi per il centro del globo è evidente. Posto, che E sia questo centro del globo, si prenda la linea G di tal lunghezza, che abbia la stessa proporzione a E D, che E D ed E C: E H poi facendosi eguale a $\frac{2}{5}$ di G, il punto H sarà il centro di oscillazione. (*a*) Se il peso della verga fosse troppo considerabile, e da non trascurarsi, dividete C D (fig. 57.) in T, talchè D T sia eguale ad $\frac{1}{3}$ di C D; e si prenda K nella stessa proporzione a C T, che il peso del globo A B ha col peso della verga C D. Indi avendo trovato H, centro d'oscillazione del globo, come innanzi, dividete I K in L, cosicchè I L abbia la stessa proporzione ad L H, che la linea C H a K, ed L sarà il centro d'oscillazione di tutto il pendolo.

71. Questo computo è fatto su la supposizione, che il centro d'oscillazione della verga C D. Se sola questa si lasciasse oscillare, senz'altro peso annesso, sarebbe il punto T. E questo punto sarebbe il vero centro d'oscillazione, finchè non si avesse riguardo alla grossezza della verga. Se alcuno prenda a considerar'anche questa, egli dee collocarne il centro d'oscillazione tanto più sotto del punto T, che otto volte presa la distanza del centro dal punto I abbia la medesima proporzione alla grossezza della verga, che questa ha alla sua lunghezza C D. (*b*)

72. E' stato di sopra osservato, che quando un Pendolo muove in un'arco di circolo, come quì nella fig. 58. il Pendolo A B muove nell'arco circolare C D; se voi menate una linea orizzontale, come E F, dal luogo, onde il Pendolo si lascia cadere, alla linea A G, ch'è la perpendicolare all'orizonte; allora la velocità, che il Pendolo acquisterà arrivando al punto G, sarà la stessa, che acquisterebbe un corpo, cadendo direttamente da F in G. Ora ciò si dee intendere dall'arco circolare, che

a *Hug. Horol. oscill p.* 141. 142.

b *Hug. ibid. p.* 142.

che si è descritto dal centro di oscillazione del Pendolo. Osserverò quì, che se una linea retta EG si meni dal punto, onde è fatto cadere il Pendolo, all'infimo punto dell'arco; nello stesso Pendolo, o in Pendoli eguali, la velocità, che il Pendolo acquista in G, è proporzionale a questa linea; ch'è a dire, se il pendolo, dopo ch'è disceso da E a G, fosse ritratto in H, e quindi si lasciasse cadere, e si menasse la linea HG; la velocità, che il pendolo acquisterà in G, cadendo da H, avrà la stessa proporzione alla velocità, ch'egli acquista cadendo da E in G, che ha la linea retta HG ad EG.

73. Potiamo ora passare a quegli sperimenti, che accennava di sopra potersi fare co'pendoli, su la percossa de' corpi. Questo spediente per esaminare gli effetti della percossa, è stato proposto primieramente dal nostro ultimo grande Architetto Sig. Cristoforo Vvren; ed è come segue. Due palle, come A, e B nella fig. 59 siano eguali, o no, si appiccano a due cordelle da due punti C, e D, cosicchè quando le palle stanno pendenti senza moto, si tocchino l'una l'altra; e le cordelle siano parallele. Se una di queste palle si rimova ad una qualche distanza, dalla sua situazion perpendicolare, poi si lasci andare, e urtar contro l'altra; dall'ultimo paragrafo precedente si conoscerà, con qual velocità questa palla ritornerà alla sua prima situazion perpendicolare, e in conseguenza con qual forza ella urterà l'altra palla; e dall'altezza, a cui quest'altra palla ascende dopo l'urto, si scoprirà la velocità comunicata a questa palla. Per esempio s'innalzi ad E la palla A, e quindi si lasci cadere contro B, passando nella sua discesa per l'arco circolare EF; da quest'impulso B si trasporti in G, movendo per l'arco circolare HG: poi tirando orizontalmente ET, e GK, la palla A urterà contro B, con la velocità, ch'ella acquisterebbe cadendo direttamente da T, e la palla B avrà ricevuta una velocità, con cui s'ella fosse ascesa direttamente, sarebbe salita in K. Similmente tirando le linee rette da E ad F, e da H a G, la velocità d'A, con cui ella urta, avrà la stessa proporzione alla velocità, che B ha ricevuta dalla percossa, che la linea retta EF alla linea retta HG. Nella stessa maniera notando il luogo, a cui ascende A dopo l'urto, si potrà comparar la velocità, che gli resta con quella, ch'egli avrà impressa a B. Così si sperimentano gli effetti del corpo A, che urta B in riposo. Se li due corpi si montano, e si lasciano cadere, talchè s'incontrino appunto all'arrivar, che fanno alle loro situazioni perpendicolari, osservando li luoghi, dove vanno dopo l'urto, si troveranno in tutti li casi gli effetti della loro percossa nella maniera d'innanzi.

74. Il

74. Il Sig Kav. Is. Nevvton ha descritti questi sperimenti, ed ha dimostrato, come perfezionarli con una maggior esattezza, facendo entrare la resistenza, che l'aria apporta al moto delle palle. (a) Ma come questa resistenza è d'una eccessiva piccollezza, e la maniera di riconoscerla è esposta da lui medesimo in termini piani, non ho quì bisogno di dilatarvimi. Parlerò piuttosto d'una discoperta, ch'egli ha fatta con questi sperimenti su l'elasticità de' corpi. È stato spiegato innanzi, (b) che quando si abbattono due corpi, se non sono elastici, rimangono contigui dopo la percossa; ma che se lo sono, si separano, e il grado della loro elasticità determina la proporzione tra la celerità, con cui si separano, e la celerità, con la quale s'incontrano. Ora il nostro autore ha trovato, che il grado di elasticità appariva nello stesso corpo sempre lo stesso, con qualunque grado di forza eglino s'incontrassero: val'a dire, la celerità, con cui si separavano, aveva sempre la medesima proporzione alla celerità, con cui s'incontravano; cosicchè la potenza elastica in tutti li corpi, cui egli ha sperimentati, agiva in una costante proporzione alla forza comprimente. Il nostro autore ha fatta la prova con palle di lana ben compresa, e ha ritrovato, che la velocità, con cui si dividevano, aveva incirca la proporzione di 5. a 9. alla velocità, con cui s'incontravano; e nell'acciajo ha trovata prossimamente la stessa proporzione, nel sughero la forza elastica era al quanto minore, ma nel vetro molto maggiore; imperciocchè la celerità, con cui le palle di questa materia si separavano dopo la percossa, aveva la proporzione di 15. a 16. alla velocità, con cui s'incontravano. (c)

75. Finirò il mio discorso sopra li pendoli, con quest'altra osservazione solamente, che il centro di oscillazione è ancora il centro di un' altra forza. Se un corpo sia fisso a qualche punto, e posto in moto si giri intorno ad esso; il corpo, se non sia interrotto dàlla Potenza di gravità, o d'altra causa, continuerà perpetuamente a girare col medesimo equabile movimento. Ora la forza, con cui muove un tal corpo, è tutta unita nel punto, che in riguardo alla Potenza di gravità, si chiama centro d'oscillazione. Sia il Cilindro A B C D (nella fig 60.) il cui Asse si è E F, affisso al punto E. Supponendo che questo punto sia quello, dal quale il Cilindro è sospeso, si trovi il centro d'oscillazione nell' Asse E F, come di sopra si è spiegato, (d) e sia G questo centro. Allora io dico, che la forza, con cui questo Cilindro gira intorno al punto E, è così unita nel punto G, che una forza sufficiente applicata in questo punto arresterà il moto del Cilindro in tal

a Princ. Phil. pag. 25.

b cap. 1. §. 29.

c Princ. Phil. p. 25.

d §. 71.

tal modo, che il Cilindro immediatamente rimaraſſi ſenza moto, ſebbene veniſſe ſciolto dal punto E nel medeſimo iſtante, che queſto impedimento foſſe applicato a G: laddove ſe queſto impedimento ſi foſſe applicato a qualche altro punto dell' Aſſe, il Cilindro girerebbe intorno al punto, a cui ſi foſſe applicato l'impedimento. Se l'impedimento foſſe ſtato applicato tra G, ed E; il Cilindro girerebbe talmente intorno al punto, a cui ſi foſſe applicato l'impedimento, che l'eſtremità B C continuerebbe a muover dalla ſteſſa parte, che movea innanzi inſieme con tutto il Cilindro; ma ſe l'impedimento foſſe applicato all' Aſſe più lungi da E, che n'è G; l'eſtremità A D del Cilindro uſcirebbe dal ſuo ſtato preſente dalla parte, in cui ſi moveva il Cilindro. Da queſta proprietà del centro di oſcillazione, egli vien detto ancora il centro della Percoſſa. L'eccellente Mattem. Dr. Brook Taylor, ha perfezionata dippiù queſta dottrina concernente il centro della percoſſa, col dimoſtrare, che tirando per queſto punto G una linea, come G H T, perpendicolarmente a E F, e che giaccia nel corſo del moto del corpo; una ſufficiente Potenza applicata ad ogni punto di queſta linea, avrà lo ſteſſo effetto, che una ſimil Potenza applicata a G: (*a*) coſicchè come noi dimoſtrammo il centro della percoſſa dentro un corpo ſopra il ſuo Aſſe; con queſto mezzo noi potremmo trovar queſto centro ancora ſu la ſuperfizie del corpo, imperciocchè egli ſarà dove queſta linea H T taglia queſta ſuperfizie.

76. Ora verrò all'ultima ſpezie di moto, che dee trattarſi quì, e a dimoſtrare, qual linea farà deſcrivere la Potenza di gravità ad un corpo, quando è lanciato avanti da qualche forza. Queſta linea fu diſcoperta primieramente dal gran Gallileo, ed è il principio, ſul quale gl'ingegneri dirigono le palle di cannone. Ma come in queſto caſo li corpi deſcrivono col loro moto una di quelle linee, che in Geometria ſi chiamano Sezioni Coniche; ſarà neceſſario peemetter quì una deſcrizione di queſte linee. Nel che io ſarò più particolare, perchè la cognizione di eſſe non è ſolamente neceſſaria al preſente propoſito, ma ſi ricercherà ancora di poi in alcuna delle parti principali di queſto trattato.

77. Le prime linee conſiderate da' Geometri antichi erano la retta, ed il circolo. Di queſte componevano varie figure, di cui dimoſtravano molte proprietà, e riſolvevano diverſi problemi, concernenti le ſteſſe. Queſti problemi eſſi prendevano ſempre a riſolverſi, col deſcriver linee rette, e circoli. Sia per eſempio propoſto un quadrato A B C D nella fig. 61. e ſi dimandi di far' un'altro quadrato in qualche data proporzione a

quel-

quello. Prolungandone un lato, come D A in E, finchè A E abbia la stessa proporzione ad A D, che il nuovo quadrato al quadrato A C: se il lato opposto B C del quadrato A C si prolunghi ancora in F, finchè B F sia eguale ad A E, indi si meni E F; Io suppongo, che li miei lettori concepiranno facilmente, che la figura A B F E avrà la stessa proporzione al quadrato A B C D, che la linea A E alla linea A D. Dunque la figura A B E F sarà eguale al nuovo quadrato, ch'è da trovarsi, ma ella non è quello stesso, perchè il lato A E non è della stessa lunghezza, ch'E F. Per trovare un quadrato eguale alla figura A B F E, voi dovete proceder così. Dividete la linea D E in due parti eguali al punto G, e dal centro G con l'intervallo G D descrivete il circolo D H E T; indi prolungate la linea A B, finchè ella incontri il circolo in K; e fate il quadrato A K L M, che sarà eguale alla figura A B F E, ed avrà al quadrato A B C D la stessa proporzione, che la linea A E alla linea A D.

78. Non mi avanzerò alla prova di questo avendolo solamente recato quì, come un saggio del metodo di risolver li problemi Geometrici, colla descrizione di linee rette, e circoli. Ma vi sono problemi, che non possono risolversi formando linee rette, o circoli sopra un piano. Per maneggiarli dunque, si prendono a considerar figure solide, e di queste trovasi, ch'è la più utile quella, che si chiama il Cono.

79. Un Cono si definisce così da Euclide ne' suoi elementi di Geometria. (a) Se ad una linea retta A B (fig 62.) si tiri un'altra perpendicolare, come A C, e le due estremità B, e C si congiungano con una terza linea retta, formando il triangolo A C B (che così chiamasi una figura, ch'è rinchiusa da tre linee rette) li due punti A, e B tenendosi fissi, come due centri, nel mentre il triangolo A C B si fa girare intorno la linea A B, come intorno ad un'asse; la linea A C descriverà un circolo, e la figura A C B un Cono, della forma rappresentata nella figura B C D E F, (fig. 63.) dove il circolo C D F E ordinariamente è chiamato la base, e B la cima del Cono.

a lib. 11. Defin.

80. Ora con questa figura si possono risolver varj problemi, che non si possono per semplice descrizione di linee rette e di circoli sopra un piano. Supponete per esempio, che si dimandasse di far'un cubo, che avesse una data proporzione ad un' altro cubo, che si conosca. Non ho bisogno d'informar quì il mio Lettore, che un Cubo è la figura di un dado. Questo Problema era molto celebre tra gli antichi, ed era una volta stato comandato da un'oracolo. Egli si può risolvere con un Cono per questa via. Fate primieramente un Cono con un

trian-

triangolo, il cui lato A C abbia una metà della lunghezza del lato B C. Poi su'l piano A B C D (nella fig. 64.) sia rappresentata la linea E F eguale in lunghezza al lato del cubo proposto; o sia tirata la linea F G perpendicolare ad E F, e di tal lunghezza, che abbia la stessa proporzione ad E F, che dee avere il cubo cercato all'altro conosciuto. Per li punti E, F, e G si descriva il circolo F H I. Indi si prolunghi la linea E F oltre di F, in K, onde F K sia egual' ad F E, e sia il triangolo F K L, che abbia tutti li suoi lati F K, K L, L F, eguali fra di loro, elevato perpendicolarmente dal piano A B C D. Dopo questo sia esteso un'altro piano M N O P per il punto L, sicchè sia equidistante dal primo piano A B C D, e in questo piano si meni la linea Q L R ralmente, che sia equidistante dalla linea E F K. Preparato che siasi tutto questo, un Cono tale, quale si è quì sopra insegnato a descrivere, si applichi in modo al piano M N O P, che tocchi questo piano nella linea Q R, e che la cima del Cono sia applicata al punto L. Questo Cono penetrando per il primo piano A B C D, taglierà il circolo F H I innanzi descritto, e se dal punto S, dove la superfizie di questo Cono s'interseca col circolo, si tiri la linee S T equidistante da E F, la linea F T sarà eguale al lato del cubo ricercato, val'a dire, se vi siano due cubi, il lato d'uno essendo eguale ad E F, e il lato dell'altro ad F T; il primo di questi cubi avrà la stessa proporzione al secondo, che la linea E F ad F G.

81. Per verità collocar' in tal modo un Cono, che penetri un piano, non è un metodo praticabile per la risoluzion dei Problemi. Ma quando li Geometri hanno discoperto quest'uso del Cono, si applicano a considerare la natura delle linee, che saranno prodotte dalla intersecazione della superfizie di un Cono, e di un piano, con che vengono e a ridurre questa sorte di risoluzioni in pratica, e a render le loro dimostrazioni concise, ed eleganti.

82. Ogni qual volta il piano, che taglia un Cono, è equidistante da un'altro piano, che tocca il Cono nel suo lato, (ch'è il caso della figura presente) la linea, in cui il piano taglia la superfizie del Cono, è detta una Parabola. Ma se il piano, che taglia il Cono, sia talmente inclinato a quest'altro, che egli passi intieramente per il Cono, (come nella fig. 65.) un tal piano tagliando il Cono, produce la figura chiamata un'ellipsi, in cui dimostreremo più innanzi, che la terra, e gli altri Pianeti muovono intorno al Sole. Se il piano, che taglia il Cono, inclina dall'altro lato (come nella fig. 66.) cosicchè nè sia parallelo ad alcun piano, in cui può

gia-

giacere il Cono, nè lo passi intieramente tutto, un tal piano vi produrrà una terza sorta di linea, che si chiama un' iperbola. Ma la prima di queste linee nomata parabola è quella, in cui li corpi spinti obbliquamente, saranno portati dalla forza della gravità, come io passerò quì a dimostrare, dopo che avrò diretto il mio lettore a descriver questa sorte di linea sopro un piano, in maniera che se ne possa vedere la forma.

83. Ad una linea retta, come A B (fig. 67.) si applichi una regola dritta, come C D, e che sia perpendicolare alla linea A B. All' estremità di questa regola se ne collochi un'altra, che muova lungo alla prima, e sia sempre perpendicolare ad essa. Ciò disposto, si prenda un punto G nella linea A B, e si tiri una cordella eguale in lunghezza alla regola E F, da un termine al punto G, e dall'altro all'estremità F della regola E F. Indi se la cordella sia tenuta alla regola E F da uno spillo H, com'è rappresentato in figura, la punta di questo spillo, nel mentre la regola E F muove su la regola C D, descriverà la linea I K L, che sarà una parte della linea curva, la cui descrizione dovevamo insegnare; e applicando le regole in simil guisa dall'altro lato della linea A B, si potrà descriver l'altra parte I M di questa linea. Se la distanza C G è eguale alla metà della linea E F nella fig. 68., la linea L I M sarà quella stessa, nella quale il piano ABCD in questa figura taglia il Cono.

84. La Linea A I si chiama l'asse della Parabola M I L, e il punto G è detto il Foco.

85. Ora comparando gli effetti della gravità sopra li corpi cadenti, con ciò, che di questa figura dimostrano li Geometri, si prova, che ogni corpo spinto obbliquamente è portato avanti in una di queste linee; il cui asse è perpendicolare all' orizonte.

86. Li Geometri dimostrano, che tirandosi una linea, la quale tocchi una parabola in qualche punto; come la linea A B, (nella fig. 68.) tocca la Parabola C D, il cui asse è Y Z, nel punto E, e varie linee F G, H I, K L parallele all'asse della parabola; la linea F G sarà ad H I in proporzion duplicata di E F ad E H, ed F G, a K L in proporzion duplicata di E F ad E K; così pure H I a K L in proporzion duplicata di E H ad E K. Ciò, che si dee intender per duplicata proporzione è di già stato spiegato. (a) Lo che seguendo io intendo quì, che supponendosi la linea M, avere la stessa proporzione ad E H, che E H ad E F, H I avrà la stessa proporzione ad F G, che M ad E F; e se la linea N ha la stessa proporzione ad E K, che E K ad E F, K L, avrà la stessa proporzione ad F G, che N ad E F; o se la linea O ha la stessa proporzione ad E K,

(a) Cap. 2. §. 17.

che E K', ad E H, K L avrà la ſteſſa proporzione ad H I, che O ad E H.

87. Queſta proprietà è così eſſenziale alla parabola, eſſendo conneſſa con l'eſſenza della figura, che ogni linea, che poſſede queſta proprietà, che ſi chiama con queſto nome.

88. Ora ſuppoſto, che un corpo ſia lanciato da A (nella fig. 69.) verſo B nella direzione della linea A B; laſciato a ſe ſteſſo muoverebbe con un moto uniforme per eſſa linea A B. Suppoſto, che l'occhio di uno ſpettatore ſia collocato in C, appunto ſotto A; e immaginiamoci, che la terra ſia in moto inſieme col corpo, onde l'occhio dello ſpettatore muova lungo la linea CD parallela ad AB; e che l'occhio vi muova con la ſteſſa velocità, con cui avanzerebbe il corpo nella linea A B, ſe foſſe laſciato muovere ſenz'alcun diſturbo dalla ſua gravitazione verſo la terra. In queſto caſo, ſe il corpo moveſſe ſenza eſſer' attratto verſo la terra, ſembrerebbe allo ſpettatore, che foſſe in ripoſo. Ma ſe la potenza di gravità agiſſe ſu'l corpo, parrebbe allo ſpettatore, che dritto dritto cadeſſe. Suppoſto, che alla diſtanza del tempo, in cui foſſe avvanzato il corpo per il ſuo moto progreſſivo da A in E, ſembraſſe allo ſpettatore caduto da una lunghezza eguale ad E F; il corpo al termine di queſto tempo ſarebbe attualmente arrivato al punto F. Se nello ſpazio di tempo, in cui il corpo foſſe avvanzato col ſuo moto progreſſivo da A in G, pareſſe allo ſpettatore caduto per lo ſpazio G H; allora il corpo al termine di queſto maggiore intervallo di tempo ſarebbe arrivato in H. Ora ſe la linea A F H I ſia quella, per cui paſſa il corpo attualmente, da ciò, ch'è ſtato detto, ne ſeguirà, che queſta linea ſia una di quelle, che ſono ſtate deſcritte ſotto il nome di parabola. Imperciocchè le diſtanze E F, G H, per cui il corpo ſembrava cadere, creſceranno in una proporzion duplicata de' tempi; (*a*) ma le linee A G, A E, ſaranno proporzionali ai tempi, in cui vengono deſcritte dal ſolo moto progreſſivo del corpo; dunque le linee E F, G H ſaranno in proporzion duplicata delle A E, A G, e la linea A F H I poſſederà la proprietà della parabola.

a Cap. 2. §. 17.

89. Se la terra non ſi ſupponga muover' inſieme col corpo, il caſo ſarà un poco differente. Imperciocchè eſſendo il corpo di continuo attratto direttamente verſo il centro della terra, ne ſarà attratto durante il ſuo moto in una direzione un poco obbliqua a quella, in cui verrebbe attratto dalla terra in moto, come innanzi ſi ſupponeva. Ma la diſtanza dal centro della terra ha una proporzion così vaſta alla maggior lunghezza, a cui ſi poſſa lanciar' un corpo, che queſta obbliquità non merita

alcun

alcun riguardo. Dal feguito di quefto difcorfo, (a) fi potrà raccoglier, qual linea fi troverebbe defcritta da un corpo così lanciato, computando quefta obbliquità dell'azion della terra. Quefta è la difcoperta del Sig. Kav. If. Nevvton; ma non ne abbiamo bifogno per l' ufo prefente. Quì bafta confiderar il corpo movente in una parabola.

a Dal. Lib. II. cap. 3.

90. La linea, che un corpo lanciato defcrive, effendo così conofciuta, fono ftati dedotti da quefta cognizione metodi prattici di diriger le palle de' grandi attrecj di guerra allo fcopo defiderato. Queft' opera fu primieramente tentata dal Gallileo, e tofto dopo perfezionata dippiù dal fuo difcepolo Torricelli: ma ultimamente fu refa più compita dal grande Signor Cotes, la di cui immatura morte è una perdita indicibile delle mattematiche fcienze. Se foffe dimandato di fpinger' un corpo dal punto A (nella fig. 70.) onde urtaffe il punto B; per li punti A, e B fi tiri la linea retta C D, e fi erga la linea A E perpendicolare all'orizonte, e quattro volte così lunga, che farebbe l'altezza, da cui cadendo un corpo acquiftaffe la velocità, con cui fi pretende di fpinger' il corpo. Per li punti A, ed E fi defcriva un circolo; che tocchi la linea C D nel punto A. Indi dal punto B fi tiri la linea B F perpendicolare all' orizonte, che taglia il circolo nei punti C, ed H. Ciò fatto, fe un corpo fi lanci direttamente verfo uno di quefti punti G, od H, egli cadrà fu'l punto B; ma con quefta differenza, che s'egli fi è lanciato nella direzione A, G arriverà più prefto in B, di quello che farebbe nella direzione A H. Quando fi lancia il corpo nella direzione A G, il tempo, che impiegherà ad arrivare in B, avrà al tempo, in cui cadrebbe per una quarta parte di A E, la fteffa proporzione, che A G alla metà di A E. Ma quando fi lancia il corpo nella direzione di A H, il tempo del fuo paffaggio in B, avrà al tempo, in cui cadrebbe per la quarta parte di A E la fteffa proporzione, che A H alla metà di A E.

91. Tirandofi la linea A I in maniera, che divida l'angolo E A D nel mezzo, e la linea I K perpendicolare all'orizonte, quefta linea toccherà il circolo nel punto I; e lanciando un corpo nella direzione A I, egli cadrà fopra del punto K; e quefto punto fi è il più lontano nella linea A D, in cui il corpo fi poffa far' urtare, fenza aumentar la fua velocità.

92. La velocità, con cui muove un corpo dovunque fi può trovare così. Suppofto, che un corpo muova nella parabola AB (nella fig. 71.) fi tiri A C perpendicolare all'orizonte, ed eguale all' altezza di cui dovrebbe cader' il corpo, per acquiftar la velocità, con la quale forte da A. Se voi pigliate

alcuni punti, come D, ed E nella parabola, e tirate D F, ed E G parallele all'orizonte; la velocità del corpo in D sarà egale a quella, che il corpo acquisterà cadendo per il suo peso, lungo C F, ed in E la velocità sarà la medesima, che quella acquisterebbe cadendo per C G. Così il corpo muove il più lentamente nel più alto punto H della parabola; e in distanze eguali da questo punto muoverà con eguale velocità, e discenderà dal più alto punto per la linea H B sempre simile alla linea H A, in cui ascendeva; togliendo solo la resistenza dell' aria, che quì non si considerava. Tirando la linea H I dal più alto punto H parallela all'orizonte, A I sarà eguale ad $\frac{1}{4}$ di B G, nella fig 70. quando il corpo si è lanciato nella direzione A G; ed eguale ad $\frac{1}{4}$ di B H, quando si è lanciato nella direzione A H, purchè A D siasi tirata orizontalmente.

93. Così ho ragguagliate le principali discoperte, che si sono fatte, concernenti il moto de' corpi dai predecessori del Signor Kav. Is. Nevvton; tutte queste discoperte, che si trovano accordar con la sperienza, contribuindo a stabilire le leggi del moto, da cui sono didotte. Io finirò dunque ciò, che ho a dire sopra queste leggi, e conchiuderò questo capo con poche parole, in ordine alla distinzione, che si dee fare tra il moto assoluto, ed il relativo. Imperciocchè alcuni hanno stimato proprio confondergli insieme; perchè si osserva, che le leggi del moto hanno luogo quì su la terra, ch'è in moto, nella stessa maniera, che s'ella fosse in riposo. Ma il Sig. Kav. Is. Nevvton è stato diligente nel distinguere tra la considerazione relativa, ed assoluta del moto, e del tempo. (a) Gli Astronomi anticamente hanno trovato necessario porre questa distinzione del tempo. Il tempo considerato in se stesso passa egualmente senza relazione ad alcuna cosa esterna, essendo la propria misura della continuazione, e della durata di tutte le cose. Ma il più sovente è considerato da noi sotto un concetto relativo a qualche successione nelle cose sensibili, che più s'interessano a conoscerle. La successione di pensieri nel nostro spirito è quella, da cui riceviamo la nostra prima idea di tempo, ma ella n'è una molto incerta misura; imperciocchè li pensieri di alcuni uomini passano molto più presto, che quelli di alcuni altri; nè in ogni tempo la medesima persona pensa egualmente presto. Li moti de' corpi celesti sono più regolati; e la divisione insigne del tempo in giorno, e notte, fatta dal Sole, ci porta a misurar il nostro tempo col moto di questo Luminare; nè però negli affari della vita, concernenti noi stessi, abbiamo

a Princ. Phil. pag. 7. &c.

biamo riguardo ad alcune inegualità, che possono esser'in questo moto; ma piuttosto si suppone sempre lo stesso lo spazio, che compone un giorno, o una notte. Comunque siasi, gli astronomi anticamente non trovavano questi spazj di tempo sempre della medesima lunghezza, e pensarono a computarne le differenze. Ora il tempo, quando sia eguagliato così, e divenga perfettamente eguale, è la vera misura della durata, e non l'altro. E perciò quest'ultimo, ch'è assolutamente il vero tempo, è differente dall'altro, ch'è solo apparente. E come non facciamo ordinariamente distinzione tra il tempo apparente, in quanto che misurato dal Sole, ed il vero; così sovente non distinguiamo nel nostro discorso usuale tra il moto reale, e l'apparente, o relativo de' corpi; ma usiamo gli stessi termini per l'uno, che faremmo per l'altro. Sebbene tutte le cose intorno a noi sono realmente in moto con la terra; come questo moto non è visibile, noi parliamo dei moti di ciascuna cosa, che vediamo, come se noi medesimi, e la terra fossimo sempre fermi. E negli altri casi ancora, nei quali discerniamo il moto de' corpi, ne parliamo sovente, non per rapporto a tutto il moto, che vediamo, ma agli altri corpi, a cui sono quelli contigui. Se un corpo stesse giacendo sopra una tavola, quando sia questa trasportata, noi diremo, che il corpo sta fermo sopra la tavola, o forse assolutamente, che il corpo è in quiete. Comunque però li Filosofi non devono rigettar' ogni distinzione tra il moto vero, e l'apparente, come gli Astronomi fanno distinzione fra il tempo vero, e il volgare; imperciocchè vi è una real differenza fra di loro, come apparirà dalla seguente considerazione. Supposto, che si arresti il corso a tutti li corpi dell' Universo, e siano ridotti ad un perfetto riposo; indi, che il lor moto presente sia loro reso di nuovo, ciò non può farsi senza un' attuale impressione, fatta sopra alcuno di essi almeno. Se alcuni d'essi siano lasciati senza toccare, questi riterranno il loro stato di prima, val' a dire rimarransi in quiete; ma gli altri corpi, su' quali si farà oprato, avranno cangiato il loro stato primiero di quiete nell' opposto di moto. Ora supponete, che li corpi restati in quiete, siano annichilati, ciò non farà alterazione nello stato de' corpi moventi; ma sussisterà sempre l'effetto della impression fatta sopra di loro. Ciò prova, che il moto, ch'essi hanno ricevuto, è una cosa assoluta, e non ha una dipendenza necessaria dalla relazione, che un corpo, che si dice in moto, ha con qualche altro corpo. (a)

94 E in oltre si possono distinguer' il moto assoluto, e relativo da' loro effetti. Un'effetto del moto si è, che li corpi, quando muovono intorno qualche centro, od Asse, acquistano una certa Po-

a Newton Princ. Phil. pag. 9.

ta Potenza, per cui tendono efficacemente ad allontanarsi dal centro, o dall'Asse del moto. Come quando un corpo è ruotato in una fionda, il corpo preme contra la fionda, ed è portato a scapparne sì tosto, ch'è in libertà: e questa Potenza è proporzionale al moto vero, non relativo del corpo ruotato così intorno a un centro, o ad un'Asse. Di ciò il Sig. Kav. If. Nevvton ci dà il seguente esempio. (a) Se una Secchia, o altro Vase simile, pieno d'acqua, si sospenda da una cordella di competente lunghezza, e poi si giri intorno, finchè la cordella dal contorcimento rimanga indurita; indi quando il Vase, e l'acqua, che vi è contenuta, si sono composti in quiete, il Vase sia incontinente girato dalla parte contraria a quella, da cui prima torcevasi la cordella, continuerà quello lungo tempo il suo moto, nel mentre questa si va rilassando. E quando il vase comincia primieramente a girare, l'acqua in esso riceverà poco, o nulla del moto del Vase, ma per gradi le si andrà comunicando, finchè in ultimo muoverà in giro così velocemente, che il Vase stesso. Ora la definizione, che Descartes ha data del moto su questo principio del far' il moto puramente relativo, si è questa: esser'il moto una rimozione di un corpo, dalla sua vicinanza ad altri corpi, a cui era immediatamente contiguo, e ch'erano considerati come in riposo. (b) E se questo si combina con quello, che subito dopo soggiunge, che non vi è alcuna cosa di reale, o di positivo ne' corpi mossi, in virtù di cui noi attribuiamo loro il moto, che non si ritrovi egualmente ne' corpi contigui, che si considerano, come in riposo; (c) egli ne seguirà, che noi potiamo considerar' il vase come in riposo, e l'acqua come movente in esso: e l'acqua rispetto del Vase ha un grandissimo moto, quando il Vase comincia primieramente a girare, e perde questo moto relativo sempre più, finchè in ultimo egli cessa affatto. Ora quando il Vase comincia a girare, la superfizie dell'acqua rimane a nivello, e piana, come innanzi che il Vase cominciasse a muovere; ma come il moto del Vase comunica per gradi moto all'acqua, la superfizie dell'acqua si vedrà a cangiare, abbassandosi nel mezzo, e alzandosi all'estremità; la qual elevazion dell'acqua è cagionata dall'allontanarsi, che fanno le parti dall'Asse, intorno a cui muovono; e perciò questa forza di allontanarsi dall'Asse del moto non dipende dal moto relativo dell'acqua, entro il Vase, ma da suo moto assoluto; imperciocchè questo è minimo, quando il moto relativo è massimo, è massimo, quando il relativo è minimo, o affatto nullo.

a Ibid. pag. 10.

b Rem. Descar. Princ. Phil. Par. II. §. 25

c Ibid. §. 30.

95. E così la vera cagione di quel, che apparisce nella superfizie di quest' acqua non può assegnarsi, senza considerar' il

moto

moto dell' acqua dentro del vase. Così pure nel sistema del Mondo, per trovar la cagione del moto dei Pianeti, noi dobbiamo conoscer più di moti reali, che appartengono a ciascun Pianeta, di quello, che assolutamente sarebbe necessario per l'uso dell' Astronomia. Se gli Astronomi supponessero la terra star sempre ferma, attribuirebbero ai corpi celesti quei moti, che corrispondessero a tutte le apparenze; sebbene non ne renderebbero la ragione in una maniera sì semplice, come attribuendo il moto alla terra. Ma il moto della terra dee per necessità considerarsi, prima che si possano discoprire le cause, che oprano nel sistema Planetario.

CAPITOLO III.

Delle forze Centripete.

ABbiamo nel precedente Capo descritti gli effetti prodotti in un corpo in moto, dal venire spinti continuamente da una Potenza sempre eguale nella forza, e oprante in direzioni parallele. (a) Ma possono anche li corpi venire spinti da Potenze, che in differenti luoghi abbiano differenti gradi di forza, e le cui varie direzioni siano diversamente inclinate l'una all'altra. La più semplice di queste, riguardo alla direzione, si è, quando la Potenza è diretta costantemente ad uno stesso centro. Questo è veramente il caso di quella Potenza, li cui effetti noi descrivevamo al Capo antecedente; sebbene il centro di quella Potenza è così rimoto da noi, che il soggetto, che allora avevamo innanzi, dev' essere il più comodamente, che si possa, considerato nella luce, in cui l'abbiamo posto: ma il Sig. Cav. Is. Nevvton ha considerato particolarmente quest' altro caso delle Potenze, che sono dirette costantemente allo stesso centro. Questo è il fondamento, su'l quale ha egli fabbricate tutte le sue discoperte nel sistema del mondo. E perciò come questo soggetto ha una gran parte nella Filosofia, dalla quale trattiamo, io credo proprio in questo luogo di dar un piccolo saggio di alcuni effetti Generali di queste Potenze prima di passar ad applicare particolarmente il sistema del Mondo.

(a) §. 15. &c.

2. Queste Potenze, o forze sono chiamate Centripete dal Sig. Cav. Is. Nevvton; ed il loro primo effetto è di fare, che il corpo, su'l quale agiscono, tralascj il corso retto, in cui sarebbe avvanzato, se non n'era divertito, e descriva una linea incurvata, che sarà sempre piegata verso il centro della forza. Non è necessario, che una tal Potenza faccia approssimar'

mar' il corpo a questo centro. Il corpo può continuar'ad allontanarsi dal centro della Potenza, tuttocchè sia attratto dalla Potenza; ma questa proprietà dee sempre appartener'al suo moto, che la linea, in cui muove, sia continuamente concava verso il centro, al quale la Potenza è diretta. Supposto che A (nella fig. 72.) sia Il centro di una forza, ed in B un corpo, che muova secondo la direzione della linea retta BC, nella quale continuerebbe a muovere, se non venisse sturbato; essendo questo attratto dalla forza centripeta verso A, il corpo dee necessariamente partire da questa linea B C, ed essendo tirato nella curva B D, dee passar tra le linee A B, e BC. Egli è dunque evidente, che il corpo in B restando poco a poco sviato dalla linea retta BC, andrà in principio convesso verso BC, e in conseguenza concavo verso il punto A; imperciocchè queste Potenze centripete si suppongono nella forza proporzionali alla Potenza della Gravità, e che non siano abili per un'impulso di trar fuori del suo corso un corpo, e porlo in un'altro in un solo istante, ma che impieghino qualche spazio di tempo a produrre un'effetto visibile. Che la curva continuerà sempre ad avere la sua concavità verso A, può apparire così: nella linea BC vicino ad E, prendete qualche punto, come E, dal quale la linea EFG si possa tirar'in modo, che tocchi la linea curva BD in qualche punto, come in F. Ora quando il corpo è giunto ad F, se la forza centripeta restasse immediatamente sospesa, il corpo non continuerebbe più a muovere in una linea curva, ma abbandonato a se stesso ripiglierebbe incontinenti il suo corso dritto, e questo sarebbe nella linea FG; imperciocchè questa linea è nella direzione del moto del corpo in F. Ma la Potenza centripeta continuando nella sua efficacia, sarà il corpo poco a poco sviato da FG, e ritratto nella linea FD, e sarà che questa linea vicino ad F sia convessa verso FG, e concava verso A. Si può accompagnar nella stessa maniera il corpo nel suo corso per tutta la linea BD, e ciascuna parte di questa linea si troverà concava verso il punto A.

3. Questo è dunque il carattere costante di que' moti, che sono guidati da forze centripete, che la linea descritta dal corpo, è sempre concava verso il centro della forza. In riguardo delle distanze successive, che avrà il corpo dal centro, non vi è regola generale da stabilirsi; imperciocchè la distanza del corpo da esso centro, può crescere, diminuire, e durar sempre la stessa Essendo il punto A centro di una forza centripeta (alla fig. 73.) sia un corpo in B, che parta nella direzione della linea retta BC, perpendicolare alla linea AB, tirata

da A

da A in B. Si concepirà facilmente, che non vi è altro punto nella linea BC così vicino ad A, che il punto B; che A B è la linea più breve di quante possano tirarsi da A a qualche parte della linea BC, tutte le altre linee, come A D, o AE, tirate da A alla linea BC essendo più lunghe, che A B. Quindi egli segue, che il corpo partendo da B, se movesse nella linea B C, si andrebbe più, e più discostando dal punto A. Ora come la operazione della forza centripeta è di attrarre un corpo verso il centro della forza; se una tal forza si adoperi su'l corpo in quiete, necessariamente metterà questo corpo in un tal moto, che lo farà muover verso il centro della forza: se il corpo movesse da se stesso verso questo centro, la forza centripeta accelererebbe questo moto, e sarebbe quello muover più presto: ma se il corpo fosse in tal moto, che lasciato a se, s'allontanasse da questo centro, non è necessario, che l'azione della Potenza centripeta sopra di lui, portasse immediatamente il corpo ad approssimarsi al centro, dal quale altrimenti si scosterebbe; ella non rimane senza effetto, quando faccia, che il corpo si allontani meno da questo centro, di quel che avrebbe fatto altrimenti. Così nel caso d'innanzi, la più piccola Potenza centripeta, s'ella si adopri su'l corpo lo caccierà dalla linea B C, e lo farà passare in un'altra piegata tra B C, ed il punto A, come di sopra si è spiegato. Quando il corpo per esempio è avvanzato alla linea A D, l'effetto della potenza centripeta si scoprirà, rimosso che si abbia il corpo dalla linea B C, e portatolo ad attraversare la linea AD, tra A, e D, in qualche punto, per esempi in F. Ora essendo A D più lunga di A B, A F ancora può esser più lunga di A B. La Potenza centripeta può esser' anche così forte, che A F sia più corta di A B; od ella può esser così egualmente bilanciata col moto progressivo del corpo, che A F, ed A B siano eguali: e in quest' ultimo caso, quando la potenza centripeta opra in modo di attrarre costantemente il corpo verso del centro, quanto il moto progressivo ne lo allontana, il corpo descriverà un circolo intorno al centro A, essendo allora questo anche il centro del circolo.

4. Se il corpo invece di partire nella linea B C perpendicolare ad A B, fosse partito in un'altra linea BG, inclinata verso la linea AB, movendo nella linea curva B H, allora come il corpo, se continuasse il suo moto su la linea BG, sarebbesi per qualche tempo approssimato al centro A; la forza centripeta lo farebbe avvanzar di vantaggio verso di questo centro. Ma se avesse a partire nella linea B I inclinata dalla parte opposta alla perpendicolare B C, e fosse attratto dalla forza centripeta

K nella

nella linea curva B K; il corpo non ostante qualsisia forza centripeta, si allontanerebbe per qualche tempo dal centro; poichè almeno qualche parte della linea curva BK giace tra la linea BI, e la perpendicolare BC.

5. Così noi abbiamo spiegati questi effetti, in quanto accompagnano ciascuna forza centripeta. ma come queste forze possono esser differenti secondo li differenti gradi di energia, con cui si adoprano su li corpi in differenti luoghi; passerò quì a far menzione in Generale d'alcune delle differenze, che concernono questi movimenti centripeti.

6. Per ripigliar la considerazione dell'ultimo caso menzionato; supponiamo una potenza centripeta diretta verso il punto A (nella fig. 74.) agire sopra un corpo in B, che muova nella direzione della linea retta BC, che si discosta da AB. Se da A si menino a piacimento le rette AD, AE, AF alla linea CB; questa linea essendo prolungata oltre di B in G, egli apparisce, che AD è inclinata alla linea GC più obbliquamente di quel, che vi sia AB, ed AE più che AD, ed AF più che AE. A parlar più correttamente, l'angolo ADG è minore, che l'angolo ABG, l'angolo AEG minore, che l'angolo ADG, e l'angolo AFG minore, che l'angolo AEG. Ora supposto, che il corpo muova nella linea curva BHIK, egli è quì pur'evidente, che la linea BHIK essendo concava verso A, e convessa verso la linea BC, ella piega sempre più lungi da BC; cosicchè al punto H la linea AH sarà men'obbliquamente inclinata alla linea curva BHIK, di questo che la medesima linea AHD sia inclinata a BC al punto D; al punto I la inclinazione della linea AI alla linea curva sarà più differente dalla inclinazione della stessa linea AIE alla linea BC, al punto E; ed ai punti K, ed F la differenza della inclinazione sarà maggiore: e in tutti e due la inclinazione alla curva sarà men'obbliqua, che alla linea retta BC. Ma la linea retta AB è men'obbliquamente inclinata a BG, di quel che AD sia verso DG; dunque sebben la linea AH sia men' obbliquamente inclinata verso la curva HB, che la stessa linea AHD sia verso DG; pur'egli è possibile, che la inclinazione in H sia più obbliqua, che al punto B. L'inclinazione in H può esser'invero men'obbliqua dell'altra, o tutte e due possono esser'eguali. Ciò dipende dal grado della energia, con cui la forza centripeta si adopera, durante il passaggio del corpo da B ad H. Della stessa maniera l'inclinazioni in I, e in K dipendono intieramente dal grado di energia, con cui si adopera la forza centripeta sopra il corpo, nel suo passaggio da H in K: se la forza centripeta sia troppo debole, la linea AH,

ed

ed AI menate dal centro al corpo in H, e in I saranno più obbliquamente inclinate alla curva, che la linea AB lo sia a BG, e la forza centripeta può esser di tal'energia, che renda tutte queste inclinazioni eguali, e se d'una maggior'efficacia, l'inclinazioni in I, e in K saranno men'obblique, che in B. Il Sig. Kav. Is. Nevvton ha dimostrato in particolare, che se la Potenza centripeta diminuisce in una certa misura all'aumentarsi della distanza, un corpo può descriver'una tal linea curva, che tutte le linee menate dal centro al corpo siano egualmente inclinate a questa linea curva. (a) Ma io non entro quì in alcuna particolarità; il mio presente dissegno è solo di dimostrare, ch'è possibile per un corpo, esser'attratto continuamente da una forza verso un centro, e che ciò non ostante continui ad allontanarsi da questo centro: imperciocchè fin quando le linee AH, AI, ec. quì tirate dal centro A al corpo, non divengono men'obblique alla curva, in cui esso muove queste linee cresceranno continuamente, e in conseguenza il corpo si allontanerà sempre più dal centro.

a Princ. Phil. lib. 1. prop. 9.

7. Ma noi potiamo ancora osservare, che se la Potenza centripeta, nel mentre il corpo aumenta la sua distanza dal centro, conserva una forza sufficiente, per far divenire le linee menate dal centro al corpo, men'obblique alla curva; quando una tal diminuzione di obbliquità continui, finocchè alfine la linea menata dal centro al corpo lasci di esser'obbliquamente inclinata alla curva, e vi divenga perpendicolare; da questo momento il corpo si dilungherà più dal centro, ma nel proseguimento del suo moto discenderà di nuovo, e descriverà una linea curva per tutti li riguardi simile a quella, che avrà già descritta; purchè la Potenza centripeta in distanze eguali dal centro si adoperi sempre con la medesima energia. Così noi osservammo al Capo precedente, che quando il moto di un progetto diviene parallelo all'orizonte, il progetto non ascende più, ma incontinenti volta il suo corso al basso, discendendo per una linea sempre simile a quella, in cui era asceso. (b)

b §. 94.

8. Questo ritorno del corpo si può provare con la seguente proposizione; che se il corpo in qualche luogo, per esempio in I, fosse arrestato, e direttamente rispinto indietro con la velocità, con cui avvanzava in questo punto I; allora il corpo per l'azione della forza centripeta sopra di esso, tornerebbe indietro di nuovo su 'l sentiero IHB, per cui innanzi avea avvanzato, e arriverebbe di nuovo al punto B nello stesso spazio di tempo, che avea impiegato nel suo passaggio da B in I: la velocità del corpo nel suo ritorno al punto B essendo la stessa, con cui era prima partito dallo stesso. Per dar'una piena

dimostrazion di questa proposizione, si ricercherebbe quell'uso delle mattematiche, che di evitare ho quì stabilito; ma io penso, ch'ella apparirà a gran segno evidente dalle seguenti considerazioni.

9. Supponiamo (nella fig. 75.) che un corpo sia portato nella seguente maniera per la figura storta ABCDEF, composta delle linee rette AB, BC, CD, DE, EF. Primieramente muova esso nella linea AB da A verso B, con una velocità uniforme; in B riceva un'impulso diretto versoqualche punto, come G, preso dentro la concavità della figura. Ora laddove questo corpo movendo una volta nella linea retta AB, continuerà a muover' in questa linea, finchè sia lasciato a se stesso; essendo al punto B disturbato dal suo moto, per l'impulso, che vi agisce sopra di lui, sarà sviato da questa linea AB, per passare in qualche altra linea retta, in cui continuerà di poi a muovere, finchè sia lasciato a se stesso. Questo impulso abbia dunque una forza sufficiente, per far torcere il corpo alla linea BC. Indi muova senza essere frastornato, da B in C, ma quì riceva un'altro impulso, diretto verso il medesimo punto G, e di una forza sufficiente a far torcere il corpo alla linea CD. E in D sia un terzo impulso, diretto similmente al punto G, e che faccia piegar' il corpo alla linea DE. E quì un'altro impulso, diretto pure al punto stesso G, lo faccia piegare ad EF. Ora io dico, che se il corpo mentre muove nella linea EF, venga trattenuto, e respinto indietro su questa linea, con la medesima velocità, che quella, con cui prima vi avvanzava; al replicarsi del primo impulso in E, il corpo piegherà alla linea ED, e muoverà in essa da E in D con la medesima velocità, che prima, quando moveva da D in E; al ripeter l'impulso in D, quando il corpo sarà arrivato a questo punto, ne resterà piegato alla linea DC; e per la ripetizione degli altri impulsi in C, e in B, il corpo sarà riportato nuovamente indietro su la linea BA con la velocità, con cui muova primieramente su questa linea.

10. Io lo provo, come segue. Siano continuate le linee DE, ed FE oltre al punto E. In DE così continuata prendete a piacere la lunghezza EH, e si meni HI equidistante dalla linea GE. Allora da quello è stato scritto su la seconda legge del moto, (a) ne seguirà, che dopo l'impulso su'l corpo in E, esso muoverà per EI, nello stesso tempo, che impiegherebbe muovendo da E in H, con la velocità, che aveva nella linea DE. Sopra FE prolungata prendete EK eguale ad EI, e menate KL equidistante da GE. Allora perche il corpo è rispinto indietro nella linea FE, con la medesima velo-

(a) Cap. II. § 22.

velocità, che quella, con cui avvanzava in questa linea; se tornato il corpo in E, fosse lasciato andar dritto, egli passerebbe per EK nello stesso tempo, che impiegava passando per EI, quando avvanzava sopra EF. Ma se al ritorno del corpo in E, gli fosse comunicato un' impulso diretto verso il punto D, ond'egli piegasse alla linea DE; io dico, che l'impulso necessario a produr questo effetto, dovrebbe esser'eguale a quello, che faceva piegar'il corpo dalla linea DE in DF; e che la velocità, con cui tornerebbe il corpo nella linea DE, e la medema, che quella, con cui prima movea, per questa linea da D in E. Essendo EK eguale ad EI, e KL ed HI essendo ciascuna equidistante da GE, e in conseguenza equidistanti fra di loro; egli segue, che le due figure triangolari IEH, e KEL sono ancora simili, ed eguali fra di loro. Se io scrivessi a' Mattematici, potrei quì citare per prova di questo alcune proposizioni degli Elementi d'Euclide (a) ma come a tali quì non mi addrizzo, così penso, che quest'asserzione sarà evidente abbastanza, senza che ne dia una prova in forma; almeno desidero, che li miei Lettori la ricevano, come una proposizion vera in Geometria. Ma queste due figure triangolari essendo in tutto simili, ed eguali fra di loro; come EK è eguale ad EI, così lo è EL, ed EH, e KL ad HI. Ora il corpo dopo il suo ritorno in E, essendo voltato dalla linea FE in ED, per un' impulso, che riceve in E, nella maniera di sopra espressa; il corpo riceverà da quest' impulso una tale velocità, che lo farà passare per EL nello stesso tempo, ch' egli avrebbe impiegato passando per EK, se fosse andato avanti in questa linea, senza esserne frastornato. Ed egli è stato osservato di già, che il tempo, in cui passerebbe il corpo per EK, con la velocità, con la quale ritorna, è eguale al tempo, che impiegava avanzando da E in I, cioè eguale a quello, in cui sarebbe passato per EH con la velocità, con cui moveva da D in E. Dunque il tempo, in cui passerà il corpo per EL dopo il suo ritorno alla linea ED, è lo stesso che quello si sarebbe impiegato dal corpo, passando per EH con la velocità, con cui movea primieramente nella linea DE. Poichè dunque, EL, ed EH sono eguali, il corpo ritorna nella linea DE con la velocità, ch'egli avea prima su questa linea. Io dico ancora, che il secondo impulso in E è eguale al primo. Da ciò, ch'è stato detto su la seconda Legge del moto, concernente l'effetto degl'impulsi obbliqui, (b) s'intenderà, che l'impulso in E, onde il corpo dalla linea DE piegata in EF, è di tal forza, che se il corpo fosse stato in quiete, quando questo impulso oprato avesse sopra di lui, ne avrebbe quello ricevu-

(a) ciò l. 1. prop. 30. 29. 29.

(b) Cap. 2. §. 21. 22.

cevuto un tal moto, che lo avrebbe guidato per una lunghezza eguale ad H I nel tempo, in cui sarebbe il corpo passato da E in H, o nel tempo, in cui passava da E in I. Nella stessa guisa, al ritorno del corpo, l'impulso in E, da cui era fatto piegare il corpo dalla linea F E in E D, è di tal forza, che se il corpo si trovasse in quiete, quando agisce in esso, lo farebbe muover per una lunghezza eguale a K L nel tempo stesso, che s'impiegherebbe dal corpo in passar per E K con la velocità, con cui ritorna sopra la linea F E. Dunque il secondo impulso, che si adoprasse su'l corpo in quiete, lo avrebbe fatto muovere per una lunghezza eguale a K L nello stesso spazio di tempo, che s'impiegherebbe dal corpo in passare per una lunghezza eguale ad H I, se il primo impulso si fosse comunicato al corpo in quiete: ch' è a dire gli effetti del primo, e del secondo impulso su'l corpo supposto in quiete, sarebbero stati gli stessi: imperciocchè K L, ed H I sono eguali, e in conseguenza il secondo impulso è eguale al primo.

11. Così se il corpo ritornasse per F E con la velocità, con cui moveva innanzi; noi dimostrammo, come replicato l'impulso, che agiva in E, ritornerà il corpo nella linea D E con la velocità, che aveva innanzi sopra la stessa linea. Procedendo con lo stesso raziocinio, si può provare, che ritornato il corpo in D, l'impulso, che innanzi oprava su'l corpo in questo punto, lo porterà nella linea C D con la velocità, che prima aveva in questa linea, e che replicando successivamente gli altri impulsi, il corpo finalmente tornerà indietro nella linea B A con la velocità stessa, con cui n'era partito.

12. Così quest'impulsi oprando di nuovo con un'ordine inverso, tutte le loro operazioni su'l corpo lo riportano indietro per lo stesso sentiero, per cui egli era avvanzato. E ciò val'egualmente qualunque siasi il numero delle linee rette, di cui questa figura curva è composta. Ora con un metodo di ragionare, di cui fa grande uso il Sig. Kav. Is. Nevvton, e che egli ha introdotto in Geometria, con gran profitto di questa Scienza, (a) potremo fare un passaggio da questa figura composta di un certo numero di linee rette ad una figura d'una curvatura continuata, e dal numero degl'impulsi separamente replicati in certi intervalli distinti ad una continua forza centripeta; e dimostrare, ch'essendo vero universalmente quanto si è quì avvanzato, qualunque sia il numero delle linee rette, di cui è composta la figura curva A C F, e degli impulsi replicati su'l corpo a ciascun'angolo di questa fi-

(a) ciò la sua Dottr. delle ragioni prime, ed ult.

sta figura; il medesimo si avvererà, sebbene questa figura si convertisse in una di curvatura continua, e quest' impulsi distinti si cangiassero in una continuata forza centripeta. Ma come lo spiegar questo metodo di ragionare, non fa presentemente al mio proposito, così io spero, che li miei Lettori dopo ciò, ch'è stato detto, non troveranno difficoltà a ricever la proposizione quì sopra avvanzata; che se un corpo, il qual moveva per la linea curva B H I (nella fig 74.) da B ad I, quando è arrivato in I, fosse rimandato indietro direttamente con la stessa velocità, che quella, con cui avvanzava, la forza centripeta rinnovando tutte le sue operazioni su'l corpo, lo riporterà indietro nella linea I H B; e come il moto del corpo nel suo corso da B in I, era ovunque di tal modo obbliquo alla linea menata dal centro al corpo, che la Potenza centripeta agiva in qualche grado contro il moto del corpo, ed a poco a poco lo diminuiva; così nel ritorno del corpo, la Potenza centripeta, attraendo costantemente il corpo, ne accelererà il moto con gli stessi gradi, con cui prima lo ritardava.

13. Ciò accordato, supposto, che trovandosi il corpo in K, la linea A K non sia più obbliquamente inclinata al suo moto; ne seguirà in questo caso, che se il corpo sia rivoltato indietro, nella maniera, che noi considerammo, egli debba tornar' indietro in una direzione perpendicolare ad A K. Ma s'egli fosse andato avanti; avrebbe mosso pure perpendicolarmente ad A K; e in conseguenza muova esso indietro, o avanti da questo punto K, dee descriver sempre la stessa sorte di corso. Dunque poichè rivoltando indietro, ripasserà su la linea curva KIHB; lasciato andar avanti, la linea K L, che ne sarà descritta, sarà sempre simile alla linea K H B.

14. Noi potiamo istessamente determinar la natura del moto, se la linea, in cui parte il corpo, sia inclinata (come nella fig. 76.) verso la linea G A, menata tra il corpo, ed il centro. Se la Potenza centripeta cresca tanto in forza, nell' approssimarsi del corpo, che renda il sentiero, in cui muove il corpo, piegato a tal grado, che faccia restar tutte le linee, come A H, A I, A K, non men' obblique al moto del corpo, di quello A B sia obbliquo a B C, il corpo continuerà sempre più ad approssimarsi al centro. Ma se la Potenza centripeta cresce in un così piccol grado, che la linea menata dal centro al corpo, secondo che accompagna il corpo nel suo moto, vada divenendo più, e più dritta alla curva, in cui quello muove, e in fine, per esempio in K, vi divenga perpendicolare; da questo punto il corpo ricomincerà un simil corso al primo. Quest'è evidente da ciò, che si è detto innanzi;

poi-

poichè per la stessa ragione, anche quì, il corpo dovrà passare dal punto K a descriver'una linea in tutto simile a quella, in cui aveva mosso da B in K. Così, come si è osservato del Pendolo nel Capo antecedente, (a) che tutto il tempo, ch' egli si accosta verso la perpendicolare all'orizonte, discende più, e più; ma sì tosto, ch'è arrivato a questa perpendicolar situazione immediatamente per gli stessi gradi, per cui prima discendeva, s'innalza; così quì il corpo si approssima più e più al centro, tutto il tempo, che muove da B in K, ma quindi si scosta dal centro nuovamente per gli stessi gradi per cui innanzi vi si approssimava.

a §. 57.

15. Se nella fig. 77. la linea BC sia perpendicolare ad AB; egli è stato osservato di sopra, (b) che la Potenza centripeta può esser talmente bilanciata col moto progressivo del corpo, che il corpo possa continuar'a muovere intorno al centro A costantemente ad una stessa distanza; come fa un corpo ruotato intorno un punto, al quale sta raccomandato per una cordella. Se la Potenza centripeta sia troppo debole per produr quest'effetto, il moto del corpo diverrà obbliquo alla linea menata dallo stesso al centro, secondo la maniera del primo de' due casi, che abbiamo considerati. Se la Potenza centripeta è più forte di quello, che si ricerca, per portar' il corpo in un circolo, il suo moto si ridurrà al secondo de' casi, che abbiamo esaminati.

b §. 3.

16. Se la Potenza centripeta cangi talmente al cangiarsi della distanza, che il corpo, dopo che il suo moto è divenuto obbliquo alla linea, menata dallo stesso al centro, vi ritorni ad esser perpendicolare; ciò, che abbiamo dimostrato esser possibile ne' due casi trattati di sopra, allora il corpo nel seguente suo moto tornerà di nuovo alla distanza di A B, e quindi prenderà un corso simile al punto; e così se il corpo muove in uno spazio libero da ogni resistenza, come quì abbiamo sempre supposto, egli continuerà in un moto perpetuo attorno del centro, discendendo, e ascendendo alternativamente. Se il corpo (nella fig. 78.) partendo da B, sopra BC, perpendicolare ad A B, descrive la linea BDE, che in D sia obbliqua alla linea AD, ma in E sia di nuovo raddrizzata ad AE, menata dal corpo in E al centro in A, allora da questo punto E il corpo descriverà la linea EFG in tutto simile alla linea BDE, e in G sarà alla stessa distanza da A, ch'era in B. Ma ancora la linea A G sarà diritta al moto del corpo: dunque il corpo passerà da G descrivendo la linea G H I in tutto simile alla linea GFE, ed in I avrà la stessa distanza dal centro, che aveva in E; e la linea

AF sarà pure dritta al suo moto: cosicchè il suo moto susseguente dovrà esser nella linea IKL simile ad IHG, e la distanza AL eguale ad AG. Così il corpo andrà con un perpetuo giramento, senza finire, alternativamente allargando, e restringendo la sua distanza dal centro.

17. Succedendo, che il punto E cada sopra la linea BA prolungata al di là di A; il punto G cadrà sopra B, I sopra E; ed L pure sopra B; cosicchè il corpo descriverà in questo caso una semplice linea curva intorno al centro A, simile alla linea BDEF nella fig. 79. in cui si aggirerà continuamente da B in E, e da E in B senza fine.

18. Se AE nella fig. 78. divenisse perdendicolarmente ad AB, in questo caso si descriverebbe ancora una linea semplice; imperciocchè il punto G cadrà sopra la linea BA prolungata al di là di A; il punto I sopra la linea AE prolungata al di là di A; ed il punto L sopra B; cosicchè il corpo descriverà una linea simile alla curva BEGI nella fig. 80. in cui li punti opposti B, e G sono egualmente distanti da A; come ne son pure li punti opposti E, ed I.

19. In altri casi la linea descritta sarà d'una figura più composta.

20. Così abbiamo procurato di dimostrar, come un corpo, nel mentre è attratto costantemente verso un centro, può ciò non ostante col suo moto progressivo trattener se stesso dal cadere in questo centro; ma farvi attorno un giro infinito, ora approssimandosi a questo centro, ed ora scostandosene altrettanto.

21 Ma noi abbiamo supposto, che la Potenza centripeta sia sempre d'una forza eguale in distanze eguali dal centro. E questo è il caso di quella Potenza, che dimostreremo poi esser la causa, che trattiene li Pianeti nel loro corso. Ma un corpo può esser trattenuto in un giro perpetuo attorno d'un centro, sebben la Potenza centripeta non abbia questa proprietà. Un corpo può esser trattenuto da una forza centrale in qualunque linea curva, che abbia la sua concavità sempre rivolta al centro di questa forza.

22. Per far questo evidente, proporrò in primo luogo il caso di un corpo, che muova per la figura incurvata ABCDE (nella fig. 81.) ch'è composta delle linee rette AB, BC, CD, DE, ed EA: il moto formandosi nella maniera seguente. Muova il corpo primieramente nella linea AB con una velocità uniforme: quando è arrivato al punto B, vi riceva un' impulso diretto verso qualche punto F preso dentro della figura; e sia l'impulso di tal forza, che faccia torcer' il corpo

dalla linea AB, e passar nella linea BC. Il corpo dopo questo impulso, mentre è lasciato a se stesso, continuerà a muover nella linea BC. In C riceva un'altro impulso, diretto verso lo stesso punto F, di tal forza da farlo passare dalla linea BC nella linea CD. In D il corpo per un'altro impulso, diretto parimenti al punto F, dalla linea CD pieghi alla linea DE. Ed in E un'altro impulso, diretto pure verso F, lo faccia piegar da DE in EA. Così noi vediamo, come un corpo può esser guidato per la figura ABCDE da certi impulsi, diretti sempre verso lo stesso centro, solamente col lor oprare sul corpo a' proprj intervalli, e con il debito grado di forza.

23. Ma dippiù, quando il corpo è arrivato al punto A, se quì riceve un'altro impulso, diretto come gli altri verso il punto F, e di un tal grado di forza, che rivolga il corpo nella linea AB, in cui prima moveva; Io dico, che il corpo ritornerà in questa linea con la medesima velocità, ch'egli avea prima.

24. Sia AB prolungato di là di B, a piacimento, per esempio in G; e da G si meni GH, che prolungandosi, continuerebbe ad esser sempre equidistante da BF; ovvero secondo la frase ordinaria, si meni GH parallela a BF. Ora egli apparisce da ciò, ch'è stato detto su la seconda Legge del moto, (a) che nel tempo, in cui il corpo avrebbe mosso da B in G, se non avesse ricevuto un nuovo impulso in B, per mezzo di quest'impulso avrà acquistata una velocità, che lo porterà da B in H, e nella stessa guisa prendendo CI eguale a BH, e menando IK equidistante, o parallela a CF; il corpo avrà mosso da C in K con la velocità, ch'egli aveva nella linea CD, nel tempo stesso, che avrebbe impiegato in muover da C ad I con la velocità, che aveva nella linea BC. Dunque poichè CI, e BH sono eguali, il corpo muoverà per CK nello stesso tempo, che avrebbe impiegato in muover da B a G, con la velocità originale, con cui movea per AB. Dippiù, prendendo DL eguale a CK, ed LM menata parallela ad FD, per la stessa ragione, che innanzi, il corpo muoverà per DM con la velocità, ch'egli aveva nella linea DE, nello stesso tempo, che impiegherebbe a muover per BG con la sua originaria velocità. In ultimo luogo, a prender' EN eguale a DM, e menando NO parallela ad EF; similmente se AP si prenda eguale ad EO, e si tiri PQ parallela ad AF; allora il corpo con la velocità, con cui ritorna alla linea AB, passerà per AQ nel tempo stesso, che avrebbe impiegato a passar per BG con la sua originaria velocità. Ora come tutto ciò segue direttamente da quel, che di sopra è stato esposto,

(a) Cap. 2. §. 22.

ſto, concernente l'effetto degl'impulſi obbliqui impreſſi ſu li corpi in moto; così noi oſſerveremo quì di vantaggio poterſi provar per Geometria, che A Q ſarà ſempre eguale a B G. Io ſon' obbligato a ſorpaſſar la prova di queſto, per la natura del preſente mio diſſegno; ma conceſſa queſta proporzion Geometrica, ne ſegue, che il corpo ſia ritornato nella linea A B con la velocità, ch'egli avrà, quando movea dapprincipio in queſta ſinea; imperciocchè la velocità, con cui ritorna a queſta linea, A B, lo porterà ſopra la linea A Q nello ſteſſo tempo, che avrebbe impiegato nel ſuo paſſaggio ſopra una linea eguale B G, con la originaria velocità.

25. Così abbiamo trovato, come un corpo può eſſer guidato intorno della figura A B C D E, per l'azione di cert'impulſi ſopra di eſſo, che ſiano tutti diritti ad un centro. E vedeſi pure, che quando il corpo è di nuovo portato indietro al punto, onde prima partiſſi, le quali incontra un' impulſo ſufficiente a piegarlo di nuovo alla linea, in cui movea innanzi, la ſua originaria velocità ſarà rinnovata, e replicandoſi gli ſteſſi impulſi, ſarà di nuovo il corpo condotto nello ſteſſo giro. Dunque ſe queſt'impulſi, che oprano ſu'l corpo ai punti B, C, D, E, ad A, continuano ſempre gli ſteſſi, il corpo farà intorno di queſta figura infinite rivoluzioni.

26. La prova, di cui quì ci ſiamo ſerviti, tiene ancora per ogni numero di linee rette, di cui foſſe compoſta la figura A B D; e perciò col metodo di ragionare, riferito di ſopra, (a) ſi ha a conchiudere, che quanto è ſtato quì eſpoſto ſopra coteſta figura rettilineate, reſterà vero, ſe queſta figura ſi cangiaſſe in una di continua incurvatura, e invece d'impulſi diſtinti, che oprano per intervalli agli angoli di queſta figura, avremo una continua forza centripeta. Abbiamo dunque dimoſtrato, che può eſſer' un corpo guidato attorno di qualunque figura curva A B C (fig. 82.) che ſarà ovunque, concava verſo un qualche punto, come D; per l'azione continuata di una Potenza centripeta diretta a queſto punto, e ritornato che ſia al punto, ond'era partito, riceverà di nuovo la velocità, con cui era partito da queſto punto. Inverità non è ſempre neceſſario, ch'egli ritorni nel ſuo primo corſo; imperciocchè la linea curva può aver'una tal figura, qual'è la linea A B C D E F (nella fig. 83.) In queſta linea curva, ſe il corpo parta da B nella direzione B F, e muova per la linea B C D finchè ritorni in B; quì il corpo non entrerà di nuovo nella linea B C D; perchè le due parti B D, e B C della linea curva fanno un'angolo al punto B; coſicchè la Potenza centripeta, che al punto B faceva torcere il corpo dalla li-

(a) §. 12.

nea B F nella curva, non farà abile a farlo torcere nella linea BC dalla direzione, in cui ritorna al punto B, un'impulso gagliardo dovrebbe esser dato al corpo nel punto B, per produr quest'effetto.

27. Se al punto B, onde il corpo parte, la linea curva ritorni in se stessa (come nella fig. 82.) il corpo dopo il suo arrivo in B, può ritornare nel primiero suo corso, e così far' infiniti giri attorno il centro della Potenza centripeta.

28. Ciò, che quì è stato detto, spero che in qualche maniera abiliterà li miei lettori a formare una giusta idea di questi moti centripeti.

29. Io non ho intrapreso a dimostrare, come si determina particolarmente, qual sorte di forza centripeta è necessaria per condurre un corpo in una linea curva proposta. Ciò si ha da didurre dal grado della incurvatura, che la figura ha in ciascun punto, e ricerca un luogo, e implicato raziocinio mattematico. Comunque si sia, io mi arresterò un poco alla prima proposizione, che il Sig. Kav. Is. Nevvton espone a questo proposito. In virtù di questa proposizione, quando si trova un corpo, che muove in una linea curva, si può conoscere, se il corpo sia trattenuto in questo corso da una potenza sempre diretta verso un centro stesso, ed essendo così, dove questo centro sia collocato. La proposizione si è questa; menando una linea da qualche punto fisso al corpo, e questa restando con una estremità unita a quel punto, nel mentre si fa girar' intorno, e tutt'insieme col corpo; se la potenza, dalla quale il corpo è trattenuto nel suo corso, sia sempre diretta a questo punto fisso, come ad un centro, questa linea muoverà per isspazj eguali in eguali porzioni di tempo. Supposto, che un corpo muova per la linea curva ABCD (nella fig. 84.) e passi per gli archi AB, BC, CD, in porzioni eguali di tempo; se si può trovare un punto, come E; dal quale tirando al corpo in A la linea EA, che accompagnandolo nel suo moto, faccia gli spazj EAB, EBC, ECD eguali, per cui ella passa mentre il corpo descrive gli archi AB, BC, CD, e se istessamente in tutti gli altri archi della curva ABCD grandi, e piccoli, accade, che questi spazj siano sempre eguali, essendo eguali li tempi; dico, che il corpo è ritenuto in questa linea da una potenza sempre diretta verso E, come centro.

30. Il principio, su'l quale è stato ciò dimostrato, non ricerca, che una piccola sperienza di Geometria, per comprenderlo. Mi prenderò dunque la libertà di chiudere il presente capo con una spiegazione di questo particolare; perchè un tal' esempio ci darà una più chiara idea del metodo del

no-

nostro autore nell'applicar li raziocinj mattematici ai soggetti Filosofi.

31. Egli ragiona così. Supposto, che un corpo si parta dal punto A (nella fig. 85.) per muover nella linea retta AB; e dopo aver mosso per qualche tempo su questa linea, riceva un'impulso diretto a qualche punto, come C, e riceva questo impulso in D, e perciò pieghi alla linea DE, ed il corpo dopo questo impulso impieghi lo stesso tempo in passar da D in E, che impiegava da A in D; Allora tirate le linee rette CA, CD, DE, il Sig. Kav. Is. Nevvton prova, che gli spazj triangolari CAD, CDE sono eguali. Egli lo fa nella maniera seguente.

32. Si meni EF parallela a CD. Da quello si è detto su la seconda legge del moto, (a) è evidente, che poichè il corpo moveva nella linea AB, quando ricevette l'impulso nella direzione DC; egli avrà mosso dopo l'impulso per la linea DE nello stesso tempo, ch'egli avrebbe impiegato a muover per DF, purchè non avesse avuto alcun disturbamento in D. Ma il tempo del moto del corpo da D in E è supposto eguale al tempo, in cui muove per AD; dunque il tempo, che il corpo avrebbe impiegato a muovere per DF, se non fosse stato disturbato in D, è eguale al tempo, in cui moveva per AD; e in conseguenza DF è eguale alla lunghezza AD: imperciocchè se il corpo avesse continuato a muovere per la linea AB senza interrompimento, egli vi avrebbe mosso per tutte le sue parti con la medesima velocità; e sarebbe passato per parti eguali di questa linea in porzioni eguali di tempo. Ora menata la linea CF, poichè AD, e DF sono eguali, lo spazio triangolare CDE, è eguale allo spazio triangolare CAD. Dippiù la linea EF essendo parallela a CD, egli è provato da Euclide, che il triangolo CED è eguale al triangolo CFD: (b) dunque il triangolo CED è eguale al triangolo CAD.

a Cap. I. sez. 21. 22.

b Elem. Lib. I. Prop. 37.

33. Nell'istesso modo, se il corpo riceve in E un'altro impulso, diretto verso il punto C, e ne sia fatto piegare alla linea EG, se dopo ciò egli muove da E a G nello stesso spazio di tempo, che impiegava nel suo moto da D in E, o da A in D; allora menando CG, il triangolo CEG sarà eguale a CDE. Un terzo impulso in G diretto come li due primi, a C, onde il corpo sia fatto piegare nella linea GH, sarà lo stesso effetto, che gli altri. Se il corpo muove sopra GH nello stesso tempo, che occupava nel muover sopra EG, il triangolo CGH sarà eguale al triangolo CEG. Finalmente, se il corpo in H per un nuovo impulso, diretto ancora verso C pieghi alla linea HI, e in I per un'altro impulso, alla linea IK;

e se

e se il corpo muova sopra ciascuna di queste linee HI, ed IK nello stesso tempo, che impiegava movendo sopra ciascuna delle linee precedenti AD, DE, e GH; allora ciascun de' due triangoli CHI, e CIK sarà eguale a ciascuno de' precedenti. Come ancora il tempo, in cui muove il corpo sopra ADE, è eguale al tempo del suo moto sopra EGH, e a quello del suo moto sopra HIK; così lo spazio CADE sarà eguale allo spazio CEGH, e allo spazio CHIK. Nella stessa maniera, come il tempo, in cui muove il corpo sopra ADEG, è eguale al tempo del suo moto sopra GHIK così lo spazio CADEG sarà eguale allo spazio CGHIK.

34. Con questo principio il Sig. Kav. If. Nevvton dimostra la proposizione di sopra accennata; con quel metodo d'argomentare introdotto da esso in Geometria, di cui abbiamo innanzi informato, (a) facendo un passaggio secondo li principj di questo metodo da questa figura incurvata, composta di linee rette, ad una figura d'incurvatura continua, e dimostrando, che poichè spazj eguali sono descritti in tempi eguali nella presente figura composta di linee rette, la stessa proporzione tra gli spazj descritti, e il tempo della lor descrizione avrà luogo pure in una figura continuamente incurvata. Da questa proposizione egli diduce la inversa, e prova, che qualunque volta sono descritti eguali spazj continuamente; dunque il corpo è guidato da una forza centripeta, diretta al centro, a cui terminano gli spazj.

(a) §. 12.

CAPITOLO IV.

Della Resistenza de' Fluidi.

1. PRima, che si possa scoprir la causa, che trattiene li Pianetti in moto, è necessario di conoscer primieramente, se lo spazio, in cui muovono, sia libero, e vuoto, o pieno di una certa quantità di materia. Ella è stata opinion regnante, che ogni spazio contenga in se materia di qualche sorte, o altro; talchè dove non trovasi alcuna materia sensibile, abbiavi però una sottile fluida sostanza, onde tutto lo spazio sia riempiuto; fino a farne un pieno assoluto. In ordine all'esame di tal quistione, ha il Sig. Kav. If. Nevvton ampiamente considerati gli effetti de' fluidi sopra li corpi, che per entro vi muovono.

2. Egli ha ridotti cotesti effetti a tre capi. In primo luogo insegna a determinare, in qual maniera la resistenza, che soffrono li corpi, quando muovono in un fluido, cresca per gradi a

di a proporzion dello spazio, che descrivono in qualche fluido; della velocità, con cui lo descrivono; e del tempo, in cui sono stati in moto. Sotto al secondo capo considera, qual grado di resistenza differenti corpi moventi nello stesso fluido incontrino, secondo la differente proporzione tra la densità del fluido, e la densità del corpo. Le densità de' corpi fluidi, o solidi si misurano dalla quantità della materia, che si comprende sotto la stessa grandezza; quel corpo essendo più denso, o compatto, che sotto una stessa mole contiene maggior quantità di materia solida, o che pesa più; osservandosi, che il peso di ciascun corpo è proporzionale alla quantità della materia, ch'è in esso. (a) Così l'acqua è più densa, che il sughero, il ferro più, che l'acqua, e l'oro più, che il ferro. Il terzo particolare, che il Sig. Kav. Is. Nevvton considera spettante alla resistenza de' fluidi, e l'influsso, che la diversità di figura nel corpo solido ha su la resistenza, che il fluido gli apporta.

a C. 1. §. 14.

3. Per una più perfetta dichiarazione del primo di questi capi, egli dimostra distintamente la relazione tra tutte le particolarità specificate, sopra tre differenti supposizioni. La prima è, che uno stesso corpo trova maggiore, o minore la resistenza in proporzion semplice alla sua velocità; cosicchè la sua velocità essendo doppia, diviene ancora doppia la resistenza. La seconda è, che la resistenza cresce in una proporzion duplicata della velocità: talchè essendo raddoppiata la velocità, o rinterzata la resistenza sarà quattro volte, o nove più grande, che prima. Ciò, che si deve intender per proporzion duplicata, è stato di già spiegato. (b) La terza supposizione si è, che la resistenza cresca parte in proporzion semplice della velocità, e parte in proporzion duplicata.

b C. 11. §. 17.

4. In tutte queste supposizioni li corpi sono considerati sotto due riguardi, o in quanto muovono, e si oppongono contro il fluido per quella potenza solamente, ch'è loro essenziale, di resistere al cangiamento del loro stato di quiete in moto, o di moto in quiete, che noi chiamammo di sopra Potenza d'Inattività; ovvero in quanto discendono, o ascendono, e così hanno la potenza di gravità combinata con quell' altra potenza. Così il nostro Autore ha dimostrato in tutte e tre le supposizioni, in qual maniera resistasi a' corpi da un fluido uniforme, quando muovono col sopradetto moto progressivo; (c) e qual'è la resistenza, quando ascendono, o discendono perpendicolarmente. (d) E se un corpo ascende, o discende abbliquamente, e la resistenza sia semplicemente proporzionale alla velocità, e dimostrato, come si resiste al cor-

c Nevvton. Princ. L. II. prop. 2. 5. 6. 7. 11. 12.
d prop. 3. 8. 9. 13. 14.

corpo, che vi muove, da un fluido di uniforme densità, e qual linea sia da quello descritta, (a) che si determina con la misura dell' Iperbola, e non è altro, che la linea, considerata primieramente in particolare dal Dottor Barrovv, (b) che ora è comunemente conosciuta sotto il nome di curva Logaritmica. Nella supposizione, che la resistenza cresca in proporzion duplicata della velocità, il nostro autore non ci ha data la linea, che sarebbe descritta in un fluido uniforme; ma egli ha invece discusso un Problema, che in qualche maniera è l'inverso dell'altro; ed è trovare la densità del fluido in tutte le altezze, per cui possa descriversi una data linea curva; il qual problema è maneggiato da esso in modo, ch'è applicabile ad ogni sorte di resistenza; (c) ma quì non trascurando la pratica, dimostra, che un corpo in un fluido d'uniforme densità descriverà una linea, che approssimasi ad un'iperbola; val'a dire, che il suo moto sarà più prossimo a questa linea curva, che ad una parabola. E in conseguenza sopra questa rimarca, dimostra, come si determina quest'iperbola, col mezzo della sperienza, è brevemente risolve il principale di que' Problemi, che concernono li Progetti, che sono in uso nell'arte de' Cannonieri, in questa curva; (d) come il Torricelli, ed altri hanno fatto nella parabola, (e) le cui invenzioni sono state per esteso spiegate di sopra. (f)

5. Il nostro Autore ha toccata ancora distintamente quella sorte di moto, ch'è descritto da' Pendoli (g) ed ha similmente considerati alcuni casi de' corpi, che muovono in fluidi resistenti intorno un centro, a cui sono spinti da una forza centripeta, in ordine a dar' un'idea di questa sorte di moti. (h)

6. L'aver trattato la resistenza de' pendoli, gli hà data occasion d' inferire in un'altra parte della sua Opera alcune speculazioni su li lor moti fatti senza resistenza, che hanno una particolar' eleganza; dove egli parla di loro, in quanto moventi per una gravitazione, che agisce in una legge, cui egli dimostra spettante alla terra, quaggiù su la sua superfizie; (i) effettuando in questa sorte di gravitazione, ove la forza è proporzionale alla distanza dal centro, tutto ciò, che Huygens aveva fatto prima nella comun supposizione di una forza uniforme, e operante in linea parallela. (K)

7 Huygens al fine del suo trattato della causa della gravità, (l) ci fa sapere, ch' egli pure aveva portate le sue speculazioni su la prima di queste supposizioni, che la resistenza ne' fluidi sia proporzionale alla velocità del corpo, quanto lungi aveva fatto il nostro autore. Ma trovato per isperienza, che

a Prop. 4.
b Praelect. Geomet. pag. 123.
c Nevvt. Princ. Lib. II. Prop. 10.
d Ibid. Schol.
e Torricelli de motu Gravium.
f Cap. II §. 85. &c.
g Nevvt. Princ. Lib. II. sect. 6.
h Ibid. sect. 4.
i Ved. Lib. II. Cap. 6. §. 7. di questo Tratt.
K Lib. I. sect. 10.
l De la pesanteur pag. 169. e seg.

che la seconda era più conforme alla natura, egli fece poi alcuni progressi in questa, finchè fu arrestato, per non esser abile ad eseguire, conforme considerava, quello, che si riferisce alla discesa perpendicolare de' corpi; non osservando, che la misura della linea curva, di cui si era servito per ispiegar questo, dipendeva dalla Iperbola. La qual'inavvertenza si può ben perdonare in questo grand' uomo, considerando, che il nostro autore non si era ancora compiaciuto in quel tempo di comunicare al pubblico il suo ammirabil discorso della Quadratura, o Misura delle linee curve; con cui egli poi si obbligò tanto il Mondo; imperciocchè senza l'uso di questo trattato, non è, cred'io, ingiurioso anche alla incomparabil'abilità del nostro autore, il pensare, che non sarebbe stato facile per lui medesimo conseguire un successo così felice in questa, e in quantità d'altre parti de' suoi scritti.

8. Ciò, che Huygens trovò con la sperienza, che la resistenza era in realtà in proporzion duplicata della velocità dei corpi, si accorda col raziocinio del nostro autore, (a) che distingue la resistenza, apportata ai corpi da' fluidi per la tenacità delle loro parti, e la fregaggione che si fa di esso loro col corpo, da quella, che proviene dalla Potenza d'inattività, di cui le particole costitutive de' fluidi sono fornite, come ogni altra porzion di materia, per la qual Potenza le particole de' fluidi, come gli altri corpi fanno resistenza ad esser poste in moto.

a Princ. Lib. II. prop. 4. Schol.

9. La resistenza, che proviene dalla fregaggione del corpo contro le parti del fluido, non dev'esser considerabile; e quella, che nasce dalla tenacità delle parti del fluido, ordinariamente non è grande, nè dipende molto dalla velocità del corpo nel fluido; imperciocchè come le parti del fluido sono sempre attaccate fra di se con un certo grado di forza, la resistenza, che il corpo quindi ne incontra, non dee dipender molto dalla velocità, con cui muove il corpo; ma come della Potenza di gravità, il suo effetto dev' esser proporzionale al tempo in cui agisce. Il Lettore può ritrovar questo di vantaggio spiegato dallo stesso Signor Kav. If. Nevvton nella poscritta ad un discorso da me pubblicato nelle Transaz. Filos. n. 371. La principal resistenza, che li fluidi recano la maggior parte ai corpi, proviene dalla Potenza d' inattività nelle parti de' fluidi, e ciò dipende dalla velocità, con cui muove il corpo, per un doppio riguardo. In primo luogo la quantità del fluido mosso dal luogo per il moto del corpo in uno spazio determinato di tempo è proporzionale alla velocità, con cui muove il corpo; e in secondo luogo, la velocità, con cui ciascuna parte del fluido è mossa, sarà ancora proporzionale alla ve-

locità del corpo: dunque poichè la resistenza, che ogni corpo fa ad esser posto in moto, è proporzionale e alla quantità della materia mossa, e alla velocità, con cui ella è mossa; la resistenza, che a questo riguardo apporta un fluido, crescerà doppiamente al crescer della velocità nel corpo, che vi muove; ch'e a dire la resistenza sarà in una proporzion duplicata della velocità, con cui muove il corpo per lo fluido.

.10. Egli è in oltre manifesto, che quest'ultima sorte di resistenza crescendo all'aumentar della velocità, anche in un grado maggiore di quello, che cresca la velocità stessa, più presto muove il corpo, minor proporzione avranno a questa le altre spezie di resistenza; anzi questa parte di resistenza può esser tanto aumentata con una dovuta aumentazione di velocità, che le prime resistenze abbiano a questa una minor proporzione di qualunque, assegnabile. E invero la sperienza dimostra, che nissun'altra resistenza, che quella proveniente dalla Potenza d'inattività nelle parti del fluido, è di considerazione, quando il corpo vi muove con una considerabil velocità.

11. Vi è oltre di queste un'altra spezie di resistenza, che si trova ne'fluidi, che sono elastici, come la nostr'aria. L'elasticità non appartiene ad alcun fluido, che noi conosciamo, fuorchè all'aria. Mercè questa tale proprietà una certa quantità d'aria può esser ridotta a minore spazio da una valida compressione, e rimossa che sia la Potenza comprimente, ella si restituirà di nuovo alla sua primiera dimensione. L'aria, che respiriamo è tenuta nella sua presente densità dal peso dell'aria, ch'è sopra di noi. E come questo peso, che sovrasta, per il moto de'venti, o altre cause varia bene spesso, come apparisce dal barometro; così quando cresce questo peso, noi respiriamo un'aria più densa, che in altro tempo. A qual grado l'aria possa espandersi per un rimollamento, in caso, che ogni pressione fosse tolta, e dentro quali termini precisamente possa esser ristretta per forza di compressione, non ci è noto. Il Sig. Boyle per isperienza l'ha trovata capace di un tal grado di espansione, e di compressione, ch'ella si estendeva per uno spazio alcune migliaja di volte più grande, che lo spazio, a cui la medesima quantità poteva confinarsi. (*a*) Ma tratterò poi più pienamente altrove di questa proprietà dell'aria. (*b*) Ora considero solamente, qual resistenza ne proviene al moto de'corpi.

12. Ma innanzi, che il nostro autore dimostri, in qual maniera operi questa causa di resistenza, propone un metodo, per cui li fluidi possono rendersi elastici, dimostrando, che se le loro particole sono fornite d'una Potenza di respingersi l'una l'altra, la qual si eserciti con gradi di forza reciprocamente pro-

a Ved. il suo trattato su la maraviglio sa rarefazione dell'aria.

b Lib. 2. cap. 6.

proporzionali alla diſtanza tra li centri delle particelle; tali fluidi oſſerveranno la medeſima regola, che la noſtr'aria, nell' eſſer compreſſi; ch'è queſta, che lo ſpazio, a cui ella riduceſi dopo la compreſſione, è reciprocamente proporzionale al peſo comprimente. (a) Il termine di reciprocamente proporzionale è ſtato di ſopra ſpiegato. (b) E ſe la forza centrifuga delle particelle agiſſe con altra Legge, tali fluidi cederebbero alla compreſſione in una maniera differente. (c)

13. Se le particole dell'aria ſiano dotate di una Potenza tale, ond'elleno poſſano agire fuori di contrario una ſu'l altra, il noſtro autore non lo determina: ma lo rimette ad un'eſame avvenire, e alla diſcuſſion de' Filoſofi; ſolo egli prende di quà occaſione per conſiderar ſotto queſt'idea la reſiſtenza de' fluidi elaſtici, facendo di paſſaggio delle oſſervazioni ſu le differenze, che accadrebbero, ſe la loro elaſticità derivaſſe da qualche altra ſorgente. (d) E ciò, credo io, deeſi confeſſare, ch'è fatto da eſſo con gran giudizio; imperciocchè queſta è di gran lunga la più ragionevole ſpiegazione, che ſiaſi mai data di queſt'ammirabil Potenza, come ognuno, che per lo meno conſideri la inſufficienza di tutte l'altre conghietture, che ſi ſono formate, dovrà ſenza dubbio convenirne; maſſime conſiderando il poco di ragione, che vi è a negare ai corpi altre Potenze, onde poſſano agir gli uni ſopra gli altri in una diſtanza così bene, che la Potenza di gravità, la quale noi dimoſtreremo dopo eſſer' una proprietà univerſale ſpettante a tutti li corpi dell'Univerſo, e a tutte le loro parti: (e) Anzi noi troviamo attualmente nella calamita apparire una potenza ripulſiva non meno, che un'attrativa. Ma di ciò più a lungo nella concluſion del diſcorſo.

14 Per queſti paſſi il noſtro Autore ſi fa ſtrada a ſpiegare la reſiſtenza, che l'aria, e fluidi ſimili apporteranno a' corpi per la loro elaſticità; la qual reſiſtenza egli ſpiega così: ſe la Potenza elaſtica di un fluido cangiaſſe in modo, che foſſe ſempre in proporzion duplicata della velocità del corpo, a cui reſiſte, egli è dimoſtrato, che allora la reſiſtenza derivata dalla elaſticità creſcerebbe in proporzion duplicata della velocità; in modo, che tutta la reſiſtenza ſarebbe in queſta proporzione, di quella piccola parte in fuori, che naſce dalla fregaggione tra il corpo, e le parti del fluido. Quindi egli ſegue, che continuando invero la ſteſſa la Potenza elaſtica dello ſteſſo fluido, ſe la velocità del corpo movente diminuiſſe, la reſiſtenza, che naſce dalla elaſticità, e perciò tutta la reſiſtenza diminuirebbe in una minor proporzione, che la duplicata della velocità; e ſe la velocità creſceſſe, la reſiſtenza, che proviene dalla ela-

a Princ. Phil. l. 2. prop. 23.
b Lib. 1. Cap. 2. §. 30.
c Princip. Phil. l. 2. prop. 23. ſchol
d Princip. Phil. Lib. 2. propoſ. 33. coroll.
e Lib. 2. Cap. 5.

sticità, crescerebbe in una minor proporzione, che la duplicata della velocità, ch'è in una minor proporzione, che la resistenza fatta dalla potenza d'inattività delle parti del fluido. E su questo fondamento si appoggia la prova di una proprietà di questa resistenza, cagionata dalla elasticità in compagnia delle altre prodotte dalla tenacità, e dalla fregaggione delle parti del fluido; che la velocità può aumentarsi a tal segno, che la resistenza cagionata dalla elasticità del fluido non abbia alcuna considerabile proporzione a quella, ch'è prodotta dalla di lui potenza d'innattività. (a) Quindi il nostro Autore ha didotta questa conseguenza; che la resistenza di un corpo, il qual muove assai velocemente in un fluido elastico, è pressocchè la stessa, che se il fluido non fosse elastico; purchè la elasticità provenga dalla potenza centrifuga delle parti del medio, come innanzi si è spiegato, spezialmente se la velocità sia sì grande, che la potenza centrifuga manchi di tempo per far' il suo effetto. (b) Ma egli è da osservare, che per provar tutto questo, il nostro autore procede su la supposizione di questa potenza centrifuga nelle parti del fluido; ma se l'elasticità fosse cagionata dalla espansione delle parti, nella maniera della lana compressa, e di simili corpi, onde le parti del fluido venissero a ingarbugliarsi insieme, e il loro moto restasse impedito, il fluido sarebbe reso più tenace, e apporterebbe della resistenza, oltre quella, che dipende dalla elasticità solamente; (c) e della resistenza derivata da questa causa si dee guidicare nella maniera innanzi proposta.

a Princ. Phil. Propos. 33. corell. 2.

b Ibid. coroll. 3.

c Ibid. coroll. 6.

15. Ora è tempo di passare alla seconda parte di questa teorìa; ch'è di assegnar la misura della resistenza, secondo la proporzione tra la densità del corpo, e quella del fluido. Ciò, che si ha quì da intendere per densità, si è dichiarato innanzi. (d) A questo proposito, come il nostro autore considerava prima due casi distinti di corpi moventi per li medj; uno quando si oppongono a' fluidi per la loro Potenza d'inattività solamente, e l'altro quando ascendendo, o discendendo, il loro peso veniva a combinarsi con quest'altra Potenza, così parimente li fluidi stessi hanno a considerarsi sotto una doppia capacità; o in quanto hanno le loro parti in quiete, e sono disposte a ceder senza ristringimento, o in quanto sono compresse insieme dal loro proprio peso, o da altra cagione.

d Nel §. 2.

16. Nel primo caso se le parti del fluido sono intieramente in libertà, e sviluppate una dall'altra, cosicchè ogni particola possa muover per ogni verso senz'alcun'impedimento, egli è dimostrato, che se un globo muove in un tal fluido, ed il globo, e le parti del fluido siano dotate di una perfetta ela-

elaſticità; così che quando ſono urtate dal globo, balzino, e ſi ſeparino da quello con la velocità ſteſſa, con cui il globo le urta, la reſiſtenza, che ſoffrirà il globo movente con una nota velocità, ſi ha a determinar' in queſto modo. Dalla velocità del globo ſi conoſcerà il tempo, in cui muoverebbe per due terze parti del ſuo diametro con queſta velocità. E quella proporzione, che la denſità del fluido ha alla denſità del globo è la ſteſſa, che quella tra la reſiſtenza apportata al globo, è la forza, che oprando, come la Potenza di gravità, ſu 'l globo ſenza interruzione, durante lo ſpazio di tempo ora menzionato, produrrebbe nel globo lo ſteſſo grado di moto, che quello, onde muove nel fluido. (*a*) Ma ſe nè il globo, nè le parti del fluido ſiano elaſtici; onde le parti, quando ſono percoſſe dal globo, non ribalzino, la reſiſtenza non ſarà, che una metà; (*b*) e ſe il fluido, ed il globo ſiano imperfettamente elaſtici, talchè le parti del fluido ribalzino dal globo con parte ſolamente di quella velocità, con cui ſono urtate dal globo, la reſiſtenza ſi troverà di mezzo tra quelle dei due caſi precedenti, accoſtandoſi più alla prima, o alla ſeconda, conforme l'elaſticità ſarà maggior' e minore. (*c*)

17. L'elaſticità, ch'è quì attribuita alle parti del fluido, non è quella Potenza di riſpingerſi l'una l'altra, quando ſono fuori di contatto, per la quale, come dicemmo innanzi, tutto il fluido può renderſi elaſtico; ma una tal' elaſticità ſolamente, quale più corpi ſolidi hanno, di ricuperar la loro figura, qualunque volta un cangiamento forzato vi ſi faccia, per l'impulſo di qualche corpo, o altrimenti. La qual'elaſticità è ſtata di ſopra ſpiegata diffuſamente. (*d*)

18. Queſto è il caſo de' fluidi ſcontinuati, dove il corpo, premendo incontro delle loro parti, le ſpinge avanti di sè, mentre lo ſpazio dietro al corpo ne riman libero. Ma ne' fluidi, che ſono compreſſi, coſicchè le parti rimoſſe dal ſuo luogo per il corpo, a cui reſiſtono, ſi ritirino immediatamente dietro a lui, e riempiano quello ſpazio, che nell'altro caſo reſtava vacante, è ſempre minore; imperciocchè il globo in un tal fluido, che ſia eſente d'ogni elaſticità, non troverà, che la metà della minor reſiſtenza, che trovava nel primo caſo. (*e*) Ma per l'elaſticità ora intendo quella Potenza, che rende tutto il fluido tale, di cui, ſe il fluido foſſe dotato, com'è l'aria, la reſiſtenza ſarebbe maggiore di quello ſia per la regola precedente; imperciocchè il fluido eſſendo capace in qualche grado di condenſazione, raſſomiglierà ſin quì il caſo de' fluidi non compreſſi. (*f*) Ma, ſiccome innanzi ſi è rappreſentato, queſta differenza e al più conſiderabile ne' moti lenti.

a Princ. Phil. l. 2. prop. 32.
b Ibid.
c Ibid.
d Cap. 1. §. 29.
e Princ. Phil. l. 2 prop. 38. combin. col coroll. 1. della prop 35.
f Lib. 2. Lem. 7. ſcol. pag. 341.

19. In appresso il nostro autor' è particolare nel determinar li gradi di resistenza, che accompagnano le differenti figure de' corpi; ch'è l'ultimo de' tre capi, in cui si è diviso tutto il discorso della resistenza. E in questa discussione ritrova una sorprendente, nè immaginata differenza tra fluidi liberi, e compressi. Egli prova, che nel primo genere un globo non soffre, che la metà della resistenza, che incontra un cilindro circoscritto al globo, s'egli muove nella direzion del suo asse. (a) Ma nel secondo genere mostra, che al globo, ed al cilindro si resiste isteslamente. E in generale, ch'essendo sempre differente in tal modo la figura dei corpi, pure se le più grandi sezioni de' corpi, perpendicolari all'asse del loro moto siano eguali, li corpi troveranno egual resistenza. (b)

a Lib. 2. prop. 34.

b Schol. al Lem. 7.

20. Proseguendo la differenza trovata fra la resistenza del globo, e del cilindro ne' fluidi rari, e non compressi, il nostro autore ci dà il risultato di alcune altre ricerche della stessa natura. Così di tutti li pezzi di un Cono, che possono esser descritti su la stessa base, e con la medesima altezza, egl' insegna a trovar quello, a cui meno, che a tutti gli altri, si resista, quando muova nella direzion del suo asse. (c) E quindi deduce un metodo facile di alterar la figura di ogni solido sferoidale, cosicchè la sua capacità possa esser dilatata, e nondimeno la sua resistenza resti diminuita, (d) osservazione, ch'egli trova poter' esser' utile nella costruzion de' vascelli. Conchiude, determinando il solido, a cui si farà la minor resistenza, che sia possibile, ne' predetti fluidi rari, e scontinuati. (e)

c Prop. 34. schol.

d Ibid.

e Ibid.

21. Per poter' esser quì inteso da' Lettori non avvezzi a termini di Mattematica, spiegherò quel, che intendo per un pezzo di un Cono, e per solido sferoidale. Un Cono è stato innanzi definito. Un pezzo di lui è ciò, che ne resta, quando una parte vicina alla cima se gli è troncata, per una sezione paralella alla base del Cono, come nella fig. 86. Una sferoide è prodotta da un'ellipsi, come una sfera è fatta da un circolo. Se un circolo gira intorno al suo diametro, egli descrive col suo moto una sfera; così se un'ellipsi (la qual figura è stata di sopra definita, e sarà più intieramente spiegata di poi (f) si faccia girar' intorno e della più lunga, o della più breve linea, che possa guidarsi per il suo mezzo, ne sarà descritta una sorte di sfera bislunga, o piatta, come nella fig. 87. Amendue queste figure si chiamano sferoidi, e il solido, che le rassomiglia, io lo chiamo quì sferoidale.

f Lib. 2. Cap. 1. §. 6.

22. Se fosse ricercato, come il metodo di alterar li corpi sferoidali, quì mentovato, possa contribuire a facilitar' il moto di

to di un vaſcello, quando poco fa io affermava, che la figura de' corpi moventi in un fluido compreſſo non elaſtico, non ha relazione con l'aumentazione, o diminuzion della reſiſtenza; la riſpoſta ſi è, che quello ſi è detto, ſi riferiſce a' corpi profondamente immerſi dentro a tali fluidi, ma non a quelli, che nuotano ſopra la loro ſuperfizie; imperciocchè in queſt'ultimo caſo il fluido, per l'appulſo delle parti anteriori del corpo, s'innalza ſopra il nivello della ſuperfizie, e di dietro al corpo ſi ſprofonda qualche poco in giù; coſicchè per queſta ineguaglianza nella ſuperfizie del fluido, quella parte di eſſa, che al principio del corpo è più alta, che il fluido di dietro, reſiſterà in qualche modo ſecondo la legge de' fluidi ſcontinuati; (*a*) analogamente a quello, ch'è ſtato di ſopra oſſervato accader nell'aria per la ſua claſticità, ſebbene il corpo ſia da lei circondato da tutti li lati. (*b*) E sì lurgi, ch'eſtendeſi il potere di queſte Cauſe, la figura del corpo movente modifica la reſiſtenza; imperciocchè è manifeſto, che la figura, la qual preme meno direttamente le parti del fluido, e per tanto innalza meno la ſuperfizie di un fluido non elaſtico, e comprime meno un fluido, ch'è elaſtico, troverà minor reſiſtenza.

a *Ved Nevvt. Princ. Nel ſchol. al Lemb. 7. Lib 2. pag. 341.*

b *Sez. 17. di queſto Cap.*

23. La maniera di dedurre la differenza di reſiſtenza ne' fluidi rari, la qual proviene dalla diverſità della figura, ſi è quella di conſideıar l'effetto differente delle parti del fluido ſu 'l corpo movente contro di loro, ſecondo la differente obbliquità delle varie parti del corpo, in cui riſpettivamente quelle urtano; ſiccom'è noto, che ogni corpo, il quale venga ad urtar'obbliquamente in un piano lo percuote con una forza minore, che ſe cadeſſe perpendicolarmente ſopra di eſſo; e maggiore è l'obbliquità, più debole è la forza. Ed è lo ſteſſo, ſe il corpo ſia in quiete, ed il piano muova contro di lui. (*c*)

c *Ved. Princ. Phil. l. 2. prop. 34.*

24. Che non vi abbia conneſſione tra la figura di un corpo, e la ſua reſiſtenza ne' fluidi compreſſi, ſi prova così. Supponga ſi, che A B C D (nella fig. 88.) ſia un canale, che abbia un tal fluido, come per eſempio l'acqua, che vi ſcorra con un'equabil velocità, e che un corpo E eſſendo poſto nell'aſſe del canale impediſca il paſſaggio dell'acqua. E' manifeſto, che la figura della parte anteriore del corpo influirà poco alla oſtruzione del moto dell'acqua, ma tutto l'impedimento naſcerà dallo ſpazio occupato dal corpo, con che ſi diminuiſce la capacità del canale, e ſi riſtringe il paſſaggio dell'acqua, (*d*) ma proporzionale all'oſtruzione del moto dell'acqua farà la forza dell'acqua ſu'l corpo E. (*e*) Ora ſupponendo chiuſi

d *Ibid. Lem. 5. pag. 314.*

e *Lem. 6*

chiuſi li due orifizj del canale, e l'acqua rimanervi in quiete, e che il corpo E muova in maniera, che l'acqua poſſa paſſarvi con lo ſteſſo grado di velocità, che faceva prima, egli è fuori di contraddizione, che la preſſion dell'acqua ſu'l corpo, ch'è quanto dire la reſiſtenza, ch'ella apporta al ſuo moto, rimarrà la medeſima; e perciò avrà poca conneſſione con la figura del corpo. (a)

a Ib. 7.

25. Per un metodo di ragionare cavato dalla ſteſſa ſorgente ſi determina la miſura della reſiſtenza, che queſti fluidi compreſſi recano a'corpi, per rapporto alla proporzione tra la denſità del corpo, e quella del fluido. Ciò ſarà ſpiegato particolarmente nel mio commento ſu li principj Mattematici di Filoſofia Naturale del Sig. Kav. If. Nevvton; ma queſto non è il luogo proprio per dilatarſi ſu queſto ſoggetto.

26. Abbiam' ora ſcorſe di già tutte le parti di queſta Teorìa. Non reſta più, che di far menzione in poche parole degli ſperimenti, che ha fatti il noſtro autore sì con li corpi cadenti perpendicolarmente per l'acqua, e per l'aria, (b) come co'pendoli; (c) li quali tutti convengono con la teorìa. Nel caſo de'corpi cadenti, il tempo della loro caduta, determinato con la teorìa; proveniva lo ſteſſo, che quello determinato dalle oſſervazioni, con un' eſattezza maraviglioſa; ne' pendoli, la verga, ond'era ſoſpeſa la palla del pendolo, ſoffrendo reſiſtenza non men che la palla, ed il moto di queſta eſſendo reciproco, e comunicando per ciò un tal moto al fluido, che viene ad accreſcer la reſiſtenza; l'aberrazione dalla teorìa non è ſtata più di quello, che ragionevolmente ſi può aſpettare da queſte cauſe.

b Princ. Lib. 2 pro. 40. in ſchol.

c Ibid ſchol. poſt. prop. 31.

27. Con queſta teorìa della reſiſtenza de' fluidi, e con queſte ſperienze il noſtro autore decide la quiſtione sì lungamente agitata tra li Filoſofi Naturali, ſe tutto lo ſpazio ſia aſſolutamente ripieno di materia. Gli Ariſtotelici, e li Carteſiani aſſeriſcono queſto pieno; gli Atomiſti hanno ſoſtenuto l'oppoſto. Il noſtro autore ha ſcelto a determinare tal quiſtione con la ſua teorìa della reſiſtenza, come ſi ſpiegherà da noi nel ſeguente Capo.

LIBRO SECONDO
CONCERNENTE
Il Siſtema del Mondo.
CAPITOLO PRIMO.

Che li Pianeti muovono in uno ſpazio libero da ogni materia ſenſibile.

HO già paſſata la prima parte del mio diſegno, ed ho ſpiegato, ſin dove comportava la natura del mio ſcopo ciò, che il Sig. Kav. Iſ. Nevvton ha eſpoſto in generale, concernente il moto de' corpi. Ora ſiegue, che io ragioni delle diſcoperte, ch'egli ha fatte nel Siſtema del Mondo; e mercè di queſte dimoſtri, qual Cauſa trattiene li corpi celeſti nel loro corſo. Ma egli ſarà neceſſario per il biſogno di quelli, che non hanno pratica d'Aſtronomia, premeter' una breve deſcrizione del Siſtema Planetario.

2. Queſto Siſtema è diſpoſto nel modo, che ſegue. Nel mezzo è collocato il Sole: Intorno ad eſſo girano continuamente ſei globi, e ſono queſti li ſei Pianeti Primarj. Quello, ch'è il più vicino al Sole, è chiamato Mercurio, quello, che ſegue, Venere; quel, che a queſto ſuccede, ſi è la noſtra terra, di là è Marte, dopo queſto Giove, e il più lontano di tutti Saturno. Oltre queſti ſi ſono ſcoperti nel preſente Siſtema dieci altri corpi, che muovono intorno alcuno di queſti Pianeti Primarj nella ſteſſa maniera, che quelli fanno intorno il Sole. Si chiamano queſti Pianeti Secondarj. Il più coſpicuo fra di loro è la Luna, che muove intorno la noſtra terra: quattro corpi muovono ſimilmente intorno a Giove, e cinque intorno Saturno. Si gli uni, come gli altri ſi chiamano comunemente Satelliti, e non può alcun di loro vederſi ſenza Teleſcopio. Non è impoſſibile, che ſi poſſano dare più Pianeti Secondarj, oltre queſti; ſebbene li noſtri ſtromenti non ne hanno ancora diſcoperto alcun'altro. Queſta diſpoſizione del Siſtema Planetario, o Solare è rappreſentata dalla fig 89.

3. Il medeſimo Pianeta non è ſempre diſtante dal Sole egualmente, ma la diſtanza mediocre di Mercurio è tra $\frac{3}{8}$ e $\frac{2}{5}$, della diſtanza della terra dal Sole: Venere è diſtante dal Sole preſſo a poco $\frac{3}{4}$ della diſtanza della terra; la diſtanza media

di Marte è alquanto di più, che una volta, e mezza la distanza della terra; la distanza pur media di Giove eccede cinque volte la distanza della terra, e qualche cosa tra $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{6}$ parte di questa distanza: la media distanza di Saturno appena è più che 9. volte, e mezza la distanza tra la terra, e il Sole: ma la distanza media tra la terra, e il Sole è incirca 217 $\frac{1}{8}$ semidiametri del Sole.

4. Tutti questi Pianeti muovono in una maniera da Occidente in Oriente; e de' Pianeti Primarj il più lontano è il più lungo a finire il suo corso intorno al Sole. Il periodo di Saturno manca di 16. giorni, per farlo di 29. anni, e mezzo. Il Periodo di Giove è di 12. anni, meno 50. giorni incirca. Quello di Marte decade da 12. anni interi di circa 43. giorni. La Rivoluzion della terra fa l'anno. Venere compie il suo periodo, in 224 $\frac{1}{2}$ giorni, e Mercurio in 88. incirca.

5. Il corso di ogni Pianeta giace per tutto in un Piano, o in una superfizie piana, in cui trovasi il Sole, ma non tutti li Pianeti muovono nello stesso piano, sebbene li differenti Piani, in cui essi muovono, s'incrocicchiano fra di loro formando piccoli angoli. Tutti questi piani si tagliano un l'altro in linee, che passano per il Sole; perchè il Sole giace nel piano di ciascun'orbita. Questa inclinazione delle differenti Orbite fra di loro, è rappresentata nella fig. 90 La linea, per cui il piano di un orbita taglia quello del moto della terra, si chiama la linea dei nodi di questa orbita.

6. Ciascun Pianeta muove intorno al Sole in una linea, che abbiamo di sopra mentovata sotto il nome di Ellipsi; (a) la quale insegnerò quì più particolarmente a descrivere. Aveva detto, com'ella è prodotta nel Cono; ora mostrerò, come si forma in un piano. Piantate due spilli sopra un piano, come in A, e in B nella fig. 91. A questi legate una cordella ACB di qualche lunghezza; poi se applicate un terzo spillo D talmente, che la faccia star tesa; e in questa maniera portando intorno questo spillo, la sua punta descriverà un'ellipsi. Se per li punti A, B si meni la linea retta EAB, che termini nell'ellipsi ai punti E, F, questa sarà la linea più lunga di quante possono esser menate dentro della figura, e si chiama l'Asse maggior dell'ellipsi. La linea GH menata perpendicolare a quest'asse EF, sicchè passi il mezzo di esso, si chiama l'asse minore. Li due punti A, e B si chiamano li Fochi. Ora ciascun Pianeta muove intorno al Sole in una linea di questa sorte, talmente, che il Sole si trovi in uno dei Fochi, essendo A per esempio il luogo del Sole: E sarà il punto, dove il Pia-

a Lib. 1. C. 2. §. 82.

Pianeta si accosterà più appresso che mai al Sole, e in F ne sarà rimotissimo. Il punto E si chiama il Perielio del Pianeta, ed F l'Afelio. In G, e in H è nel suo mezzo, o nella mediocre distanza; perchè la distanza A G, od A H è veramente il mezzo tra A E la minima, ed A F la massima distanza. Nella fig. 92. è rappresentato, come l'asse maggiore di ciascun'orbita è situato in riguardo dell'altre. La proporzione tra la massima, e minima distanza de' Pianeti dal Sole non è la medesima in differenti Pianeti. In Saturno la proporzion della massima distanza alla minima, è alquanto meno, che la proporzione tra 9. e 8. ma più vicina a questa, che alla proporzion di 10. a 9. In Giove la proporzion'è un poco più grande, che di 11. a 10. In Marte ella eccede la proporzione di 6. a 5. Nella terra ella è incirca di 30. a 29 In Venere si accosta a quella di 70. a 69. E in Mercurio ella non decade molto dalla proporzione di 3. a 2.

7. Ciascun di questi Pianeti muove talmente nella sua ellipsi, che la linea menata dal Sole al Pianeta accompagnandolo nel suo moto, descriverà intorno al Sole eguali spazj in tempi eguali, nella maniera, che si è detto al Capo delle forze centripete. (a) Vi è ancora una certa relazione tra il maggior'asse di queste ellipsi, e li tempi, in cui fanno li Pianeti le loro rivoluzioni in esse. La qual relazione si può esprimere così. Sia dinotato il periodo di un Pianeta dalla lettera A; l'asse maggiore della sua orbita, da D; il periodo di un'altro Pianeta sia dinotato da B; e l'asse maggiore dell'orbità di esso dalla lettera E. Allora se C suppongasi aver la medesima proporzione a B, che B ad A, e similmente se l'abbia ad E la medesima proporzione, che E a D; e G pure si faccia aver la medesima proporzione ad F, che E a D, avrà A la medesima proporzione a C, che D a G.

A D
B E
C F
G

a Lib. I. Cap. 3. §. 29.

8. Li Pianeti Secondarj muovono intorno li loro Primarj rispettivi pressocchè nella stessa maniera, che questi intorno al Sole. Ma li moti de' Secondarj saranno di poi più pienamente spiegati (b); E vi è: oltre li Pianeti, un'altra sorte di corpi, che secondo tutta la probabilità muovono pure intorno al Sole; io intendo le Comete; la cui spiegazione più ampia io riserbo al luogo, in cui avrò a trattarne particolarmente.

b Cap. 3. del pres. Lib.

9. Oltre, e lungi da questo Sistema sono collocate le Stelle Fisse. Elleno son tutte così rimote da noi, che gli uomini sembrano incapaci di far'alcuno sforzo per estimarne la distanza. Il loro numero è eccedente. Oltre a due, o tre mille, che noi vediamo con l'occhio nudo; li Telescopj ne presentano alla no-

ſtra viſta un vaſto numero: e più ſaranno perfezionati queſti ſtromenti, più, e più ne diſcopriremo. Sono queſti ſenza dubbio globi luminoſi, ſimili al noſtro Sole, e diſpoſti per una vaſta eſtenſione di ſpazio, ciaſcuno de' quali è da ſupporre, che faccia lo ſteſſo uffizio, che il noſtro Sole, ſomminiſtrando luce, e calore a certi Pianeti, che muovono intorno a loro. Ma queſte conghietture non ſono da proſeguirſi in queſto luogo.

10. Paſſerò dunque al diſegno particolare di queſto capo, e a dimoſtrare, che non vi è materia ſenſibile, collocata nello ſpazio, per entro a cui muovono li Pianeti.

11. Che queſti non ſoffrano ſenſibil reſiſtenza da alcuna tale materia, è evidente, per la convenienza, che paſſa tra le oſſervazioni di differenti Aſtronomi di diverſe età, circa il tempo, in cui ſi è trovato, che li Pianeti vengono a compier li loro Periodi. Ma ella era opinion di Deſcartes, (a) che li Pianeti poteſſero eſſer ritenuti nei loro corſi per mezzo di una materia fluida, la quale circolando continuamente all'intorno, traſportaſſe ſeco pur li Pianeti. Vi è un'apparenza, che ſembra favorir queſta opinione; ed è, che il Sole gira intorno il ſuo proprio aſſe dal lato ſteſſo, che muovono li Pianeti. La terra pure gira intorno il ſuo aſſe dal lato ſteſſo, che la Luna muove intorno la terra. E Giove da quella parte, che li ſuoi ſatelliti ſi aggirano intorno ad eſſo; Egli potrebbe dunque ſupporſi, che ſe tutta la Region de' Pianeti foſſe riempita di una materia fluida, il Sole girando intorno al ſuo aſſe, verrebbe a comunicar moto primieramente a quella parte del fluido, che gli foſſe contigua, e a propagare per gradi un ſimil moto alle parti più rimote. Nella ſteſſa maniera la terra potrebbe comunicar moto a queſto fluido, ad una diſtanza ſufficiente per far girare la Luna; e Giove comunicarne un ſimile, ſino alla diſtanza de' ſuoi ſatelliti. Il Sig. Kav. Iſ. Nevvton ha eſaminato in particolare ciò, che potrebbe riſultar da un moto, come ſi è queſto; (b) e trova, che le velocità, con cui le parti di queſto fluido muoverebbero differenti diſtanze dal centro del moto, non ſi accordino punto al moto oſſervato in differenti Pianeti; per eſempio, che il tempo di una intera circolazione del fluido, in cui nuoterebbe Giove, avrebbe al tempo di una intera circolazione di quello, in cui è la terra, una proporzion maggiore di quello, che il Periodo di Giove abbia al Periodo della terra. Ma ei prova ancora, (c) che un Pianeta non può circolar in un tal fluido, in modo d'eſſer lungamente conſervato nel ſuo corſo, ſenza che il Pianeta, e il fluido contiguo ſiano della medeſima denſità, ed il Pianeta ſia portato inſieme con lo ſteſſo grado di moto, che il fluido. Vi è an-

a Princ. Phil. part. 2.

b Phil. Princ. Matth. Lib. II. prop. 2. & Schol.

c Ibid. prop. 53.

è ancora un'altra rimarca fatta su questo moto dal nostro Autore, ed è, che qualche forza vivificante dovrebb'esser necessariamente al centro di questo moto. (a) Il Sole in particolare, comunicando moto al fluido ambiente, perderebbe egli stesso tanto di moto, che al fluido ne impartisse; senza che qualche Principio attivo riseda nel Sole, per rinovar continuamente il suo moto. Se il fluido è infinito, questa perdita graduale di moto continuerà, finchè tutto venga arrestato; (b) e se il fluido è limitato, questa perdita di moto continuerà sin'a tanto, che non verrà ad esser più veloce una rivoluzione nel Sole, che nelle parti estreme del fluido; cosicchè il tutto s' aggirerebbe insieme su l'asse del Sole, a guisa di un sol globo solido. (c)

a Princ. Phil. prop. 52. coroll. 4.

b Ibid.

c Corol. 11.

12. Egli è in oltre da osservarsi, che come li Pianeti non muovono in circoli perfetti, intorno al Sole, vi è una maggior distanza tra le lor'orbite in alcuni luoghi, che in alcuni altri. Per esempio, la distanza tra l'orbita di Marte, e di Venere è di una metà più vicina in una parte delle lor' orbite, che nel luogo opposto. Ora il fluido, in cui è nuotante la terra muoverebbe men rapido, quando fosse maggior l'intervallo tra le orbite contigue; e per l'opposto, quando lo spazio si restringesse, la terra muoverebbe meno lentamente, che quando quello è più largo (d).

d Vid. ib. Schol. post prop. 53.

13 Dippiù, se il nostro globo della terra nuotasse in un fluido di una densità eguale alla terra stessa, o sia in un fluido più denso dell'acqua; tutti li corpi quì posti in moto su la superfizie della terra, dovrebbero sperimentarne una gran resistenza; laddove, per gli sperimenti del Sig. Kav. If. Nevvton, menzionati nel capo precedente, li corpi, che cadono perpendicolarmente, scendendo per l'aria, non provano incirca che $\frac{1}{860}$ parte di quella resistenza, che sostrirebbero cadendo in somigliante guisa per l'acqua.

14. Il Sig. Kav. If. Nevvton fa ancora un'altra applicazione di queste sperienze, ed esamina con esse la question generale, che concerne il pieno assoluto dello spazio. Secondo Aristotile, tutti gli spazj sarebbero pieni, senza che vi si desse la menoma vacuità. Descartes abbracciò la stessa opinione, e suppose perciò una sottil materia fluida, che penetrasse tutti li corpi, e riempisse perfettamente li loro pori. Li Filosofi Atomisti, che suppongono tutti li corpi fluidi, e solidi esser composti diminutissimi, ma solidi atomi, asseriscono, che nissun fluido, per quanto siano sottili le particelle, e gli atomi, che lo compongono, può fare giammai un pieno asso-

aſſoluto, perchè è impoſſibile, che alcun corpo poſſa paſſar per un fluido, ſenza metter le ſue particelle in qualche moto, ſeparandole almeno in parte l'une dalle altre, e così cagionando continuamente de' piccioli moti; con che ſi sforzano gli Atomiſti di provare, che un vacuo, o qualche ſpazio eſente d'ogni materia, ſia aſſolutamente neceſſario in natura. Contro lo ſpazio ripieno di una tal ſoſtanza fluida il Sig. Kav. Iſ. Nevvton oppone, che tutti li corpi in moto dovrebbero incontrar' una reſiſtenza ſenza miſura in un fluido così denſo, da riempier' aſſolutamente tutto lo ſpazio, per cui egli è ſparſo. Ne ſi creda di sfuggir queſta obbiezione, attribuendo a queſto fluido particelle così minute, e liſcie, da poter rimuover fra di loro ogni coerenza, o ſtrofinamento; con che veniſſe a perderſi tutta la reſiſtenza, che altrimenti coteſto fluido apporterebbe à' corpi, che ſono in moto; imperciocchè prova il Sig. Kav. Iſ. Nevvton, nella maniera di ſopra riferita, che li fluidi reſiſtono per una Potenza d'inattività delle loro particole; e che l'acqua, e l'aria reſiſtono quaſi del tutto per queſta ragione: coſicchè queſto ſottil fluido, per quanto minute, e lubriche ne ſiano le parti, ſe tutto foſſe così denſo, che l' acqua, reſiſterebbe proſſimamente, come fa l'acqua; e come quello, le cui parti foſſero aſſolutamente unite inſieme ſenza alcuno ſpazio di mezzo, dovrebb' eſſere di gran lunga più denſo, che l'acqua; reſiſterebbe più che l' acqua, in proporzione della ſua maggior denſità; ſe non vi voleſſe ſupporre, che la materia, di cui queſto fluido è compoſto, non ſia dotata dello ſteſſo grado d'inattività, ch'è nell'altra materia. Ma ſe voi ſpogliate una ſoſtanza di una proprietà così univerſale, e ſpettante a tutto il reſto della materia, appena ſenza improprietà di parlare ſi potrebbe quella chiamar con lo ſteſſo nome.

15. Il Sig. Kav. Iſ. Nevvton fa ancora uno ſperimento, per provare, ſe le parti interne de' corpi ſoffrano qualche reſiſtenza. E il riſultato ſembra invero in favore di qualche piccolo grado di reſiſtenza; ma così poco conſiderabile, che laſcia incerto, ſe l'effetto provenga da qualche altra occulta cagione. (a)

a Princ. Phil. p. 316. 317.

CAPITOLO II.

Concernente la Cauſa, che trattiene in moto li Pianeti Primarj.

Poichè li Pianeti muovono per uno ſpazio vuoto, e in cui non ritrovano reſiſtenza; eſſi muoverebbero per una linea retta ſenza fine, come tutti li corpi, che ſi ſon poſti una volta in

ta in moto, se fossero lasciati a loro stessi. Ora è dunque da spiegare, che sorte di azione sopra di loro, li porti attorno del Sole. Tratterò quì de' Pianeti Primarj solamente, e discorrerò de' secondarj a parte nel Capitolo appresso. E' stato quì innanzi dichiarato, che questi Pianeti Primarj muovono attorno il Sole talmente, che una linea stesa dal sole al Pianeta, nell'accompagnarlo col suo moto, passerebbe per ispazj eguali in porzioni eguali di tempo. (a) E questa sola proprietà nel moto de' Pianeti prova, che sono continuamente soggetti all' azione di una Potenza, diretta costantemente verso del Sole, come al centro. Una tal proprietà per tanto della Causa, che trattiene li Pianeti ne' loro corsi è una Potenza Centripeta, il cui centro è il Sole.

a Cap. 1. §. 7.

2. Dippiù nel Capo su le forze Centripete (b) è stato osservato, che se l'azione di una Potenza Centripeta, fosse susseguentemente applicata in tutti li punti al moto di un corpo, intorno d'un centro, il corpo verrebbe portato in qualche linea curva, qualunque si fosse, la cui concavità riguarderebbe, a prenderla ovunque il centro della forza. E' stato pure rimarcato, che la intensione della Forza Centripeta, in ciascun luogo, devesi didurre dalla natura di quella linea, in cui muove il corpo. (c) Ora poichè ciascun Pianeta si muove in una Ellipsi, ed il Sole è collocato in un de' suoi fochi; Il Sig. Kav. If. Nevvton quindi conchiude, che la forza di questa Potenza è reciprocamente in proporzion duplicata della distanza del Sole. Questo si ricava dalle proprietà, che li Geometri hanno discoperte nell'Ellipsi. Il progresso di tutto il Raziocinio non è proprio per esser quì esteso; procurerò solo di spiegare quello s'intende per proporzion reciproca duplicata. Ciascun di questi termini, proporzion reciproca, e proporzion duplicata è stato già definito. (d) Il lor significato, quando sono così uniti, è come segue. Supponete un Pianeta mosso nell' orbita A B C (fig. 93.) intorno il Sole in S. Quando si dice, che la Potenza Centripeta, che agisce su 'l Pianeta in A, ha quella proporzione alla Potenza, che su B agisce, ch' è la reciproca della proporzion duplicata della distanza S A alla distanza S B; s'intende, che la Potenza in A abbia alla potenza in B la duplicata di quella proporzione, che ha la distanza S B alla distanza S A. La proporzion reciproca duplicata si può ancora spiegar co' numeri, come segue. Supponete varie distanze aver l'una all'altra proporzioni espresse dai numeri 1., 2., 3., 4., 5.; val'a dire, che la seconda distanza sia doppia della prima, la terza tre volte, la quarta quattro, e la quinta cinque volte così grande, che la prima. Moltiplicate ciascuno di que-

b Lib. 1. cap. 3.

c Lib. 1. c. 3. §. 29.

d Ibid. c. 2. §. 30. 17.

questi numeri per se stesso, ed 1. moltiplicato per 1. produrrà pur' 1. 2. moltiplicato per 2. produrrà 4. 3. per 3. sarà 9. 4. per 4. sarà 16., 5. per 5. darà 25. Ciò fatto, le frazioni $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{25}$, esprimeranno rispettivamente la proporzione, che la Potenza Centripeta in ciascuna delle seguenti distanze ha alla stessa nella prima distanza: imperciocchè alla seconda distanza, ch' è doppia della prima, la Potenza Centripeta sarà una quarta parte solamente della Potenza alla prima distanza; alla terza la Potenza sarà solamente una nona parte della prima; alla quarta una sedicesima; ed alla quinta una ventesima quinta parte della stessa prima Potenza.

3. Così trovasi la proporzione, in cui questa Potenza Centripeta va scemando, secondo, che la distanza dal Sole si aumenta, nella circonferenza del moto di un Pianeta. Come addivenga, che il Pianeta sia portato intorno al Sole da questa Potenza centripeta con un perpetuo girare, innalzandosi talvolta dal Sole, poi scendendo altrettanto basso, e quindi sia portato di nuovo così in alto, che per lo innanzi, ascendendo alternativamente, e discendendo senza fine, apparirà da quello, che si è scritto di sopra concernente le forze centripete; imperciocchè l'orbite de' Pianeti rassomigliano nella figura la linea curva, proposta nel §. 17. del Capo su queste forze. (a)

a Lib. 1. Cap. 3.

4. Ma in oltre per sapere, se questa forza centripeta si estenda ovunque con la medesima proporzione, e in conseguenza se tutti li Pianeti sono capaci d'influsso mercè questa potenza, il nostro Autore procede così. Cerca qual relazione vi debba essere tra li Periodi di differenti Pianeti, purchè essi vengano portati in giro da una stessa Potenza, che decresca in tutti con la proporzion mentovata; e trova, che il Periodo di ciascuno in questo caso avrebbe la medesima relazione all' asse maggiore della sua orbita, che abbiamo di sopra dichiarato (b). E ciò mette fuori di dubbio, che differenti Pianeti son portati verso il Sole, della medesima proporzione alle loro distanze, che lo è ciascuno nelle sue proprie. E quindi in ultimo luogo giustamente si conchiude, che vi è una tal Potenza, che opra intorno il Sole, nella predetta proporzione, in tutte le distanze da esso.

b Cap. 1. §. 7.

5. Questa Potenza, quando si rapporta ai Pianeti, il nostro Autore la chiama centripeta, e quando al Sole, Attrattiva; le ha dato pure il nome di Gravità, perchè l'ha trovata della medesima natura, che la Potenza di Gravità, che osservasi su la nostra terra, come apparirà dopo (c). Con tutti questi nomi egli pretende di significar solamente una Potenza, vestita della

c Cap. 5. §. 8.

della proprietà, che ora dicemmo; ma in niſſun modo ha inteſo di rapportar queſti nomi alla cauſa di un tal effetto. In un luogo particolare, dove uſa la parola di Attrazione, ci avverte eſpreſſamente, ch'ella non importa altra coſa, che una Potenza dirigente un corpo verſo un centro, ſenza alcun rapporto alla cagione di queſto, riſieda ella nel centro, o provvenga da qualche impulſo eſterno. (*a*)

6. Ma in queſte dimoſtrazioni ſono traſcurate certe minute ineguaglianze nel moto de' Pianeti, il che non ſi è fatto ſenza avvertenza; perocchè qualunque ne ſia la cagione, l'effetto è molto poco conſiderabile, eſſendo di una piccolezza così eccedente, che alcuni Aſtronomi hanno giudicato proprio di ſorpaſſarlo affatto. (*b*) Sebbene l'eccellenza di queſta Filoſofia è tale, che maneggiata da un ſi grande Geometra, ch'è il noſtro Autore, baſterebbe a rintracciar le ultime variazioni delle coſe nelle loro cagioni. Le ineguaglianze, che ſi ſono oſſervate comuni a tutti li Pianeti, non ſono, che il moto degli Afelj, e dei Nodi. L'aſſe tranſverſale di ciaſcun'orbita non riman ſempre fiſſo, ma muove intorno al Sole con un moto progreſſivo aſſai lento; nè li Pianeti perſiſtono coſtantemente negli ſteſſi Piani, ma ſi cangiano queſti, e le linee, ſecondo cui li medeſimi ſi tagliano fra di loro ſcambievolmente, e ciò per certi gradi inſenſibili. La prima di queſte ineguaglianze, ch'è il moto degli Afelj, potrebbe ſpiegarſi, ſupponendo, che la gravitazion dei Pianeti inverſo al Sole, ſia un poco differente dalla proporzion reciproca duplicata quì innanzi eſpoſta; ma la ſeconda, ch'è il moto de' Nodi, non ſi può ſpiegare, con alcuna forza, diretta incontro al Sole; perocchè una tale non dà al Pianeta alcun' impulſo laterale, per portarlo dal Piano del ſuo moto in un'altro, ma per neceſſità dee venire da qualche altro centro. Reſta dunque da diſcoprire, ove queſta Potenza abbia a porſi. Si prova, come nel ſeguente Capo lo ſpiegheremo, che li tre Pianeti Primarj; Saturno, Giove, e la Terra, che hanno Satelliti raggirati attorno di loro, ſono dotati della Potenza di far, che i corpi, in particolare queſti Satelliti, gravitino incontro a loro con una forza, ch'è reciprocamente in proporzion duplicata delle loro diſtanze; e li Pianeti, per tutti que' riguardi, onde cadono ſotto il noſtro eſame, ſono così ſomiglianti, e dello ſteſſo ordine, che non rimane da porre in quiſtione, ſe abbiano tutti la medeſima proprietà. Quantunque ſia ſufficiente per il preſente noſtro diſegno averla provata ſolamente in Giove, ed in Saturno; perocchè queſti Pianeti contengono una quantità di materia, aſſai più grande, che gli altri, e proporzionalmente li ſuperano nella

a Princ. pag 60.

b Street in Aſtron. Carolin.

Potenza. (a) ma una volta riconosciuto l'influsso di questi due Pianeti, egli è evidente, che vengano li Pianeti a cangiar di continuo li loro Piani; imperciocchè movendo ciascuno in un Piano differente, l'azion di Giove, e di Saturno su gli altri, sarà obbliqua al Piano de' loro moti, e perciò li porterà in altri nuovi successivamente, e per gradi. La medesima azione di questi due Pianeti su'l resto cagionerà similmente un moto progressivo dell'Afelio, talchè non vi sarà necessario di ricorrer'all'altra causa per questo moto, che prima era caduta in pensiero; ch'era la Gravitazion de' Pianeti verso il Sole, differente da una precisa proporzion reciproca duplicata delle Distanze. E in ultimo luogo l'azione scambievole di Giove, e di Saturno fra di loro, produrrà ne' loro moti le medesime ineguaglianze, che le loro azioni congiunte producono nel rimanente. Tuttociò si fa nel modo stesso, in cui dal Sole si producono questa sorte d'ineguaglianze, e più altre, nel moto della Luna, e degli altri Pianeti Secondarj; e perciò si comprenderà meglio da quello dirassi nel Capo in appresso seguente. Le altre irregolarità nel moto de' Pianeti Secondarj trovano quì similmente luogo; ma sono troppo minute, per esser' osservabili; perocchè sono prodotte, e rettificate alternativamente, per la maggior parte nel tempo di ciascuna Rivoluzione; laddove il moto degli Afelj, e dei Nodi, che cresce di continuo, in una lunga serie d'anni diviene sensibile. Nondimeno alcune di queste irregolarità si possono discerner' in Giove, e in Saturno, ma principalmente in Saturno; imperocchè quando Giove, che va più presto di Saturno, si approssima a congiunzione con esso, la sua azione sopra Saturno, ritarderà alquanto il moto di questo Pianeta, e per l'azion reciproca di Saturno, resterà egli medesimo accelerato. Dopo la Congiunzione, Giove accelererà ancora Saturno, e sarà pure ritardato dallo stesso grado, ond'era innanzi ritardato, e di nuovo accelerato. Qualsivogliano altre ineguaglianze siano prodotte nel moto di Saturno dall'azion di Giove su questo Pianeta, saranno bastantemente rettificate, collo stabilire il Foco dell'ellipsi di Saturno, che altrimenti sarebbe nel Sole, nel comun centro di Gravità del Sole, e di Giove. E tutte le ineguaglianze nel moto di Giove, cagionate dall'azion di Saturno sopra di esso sono molto meno considerabili, che le irregolarità nel moto di Saturno. (b)

7. Questo solo Principio dunque che abbiano li Pianeti un potere non meno, che il Sole, di far gravitare li corpi incontra a loro, che difatto si prova, che lo abbiano, col moto de' Pianeti secondarj, spiega tutte le irregolarità

rela-

a Ved. Cap. 5. §. 9. &c.

b Ved. Newt. Princ. Lib. 3. Prop. 13.

relativamente ai Pianeti, osservate fin'ora dagli Astronomi.

8. Il Sig. Kav. If. Nevvton dopo di questo passa a far' un miglioramento in Astronomia, con l'applicar questa Teoria ad una ulterior correzione de' loro moti. Imperciocchè come abbiamo quì osservato, che li Pianeti possedono un Principio di gravitazione, non meno, che il Sole; così spiegheremo più lungamente di poi, come la terza legge del moto, che fa l'azione, e la riazione eguali, si applichi a questo caso; (*a*) e come il Sole non solamente attrae ciascun Pianeta, ma viene attratto egli stesso da loro, la forza, con cui il Sole si adopera sopra il Pianeta, avendo alla forza, che riagisce nello stesso tempo incontro al Sole, la proporzione, che la Quantità di materia nel Sole può aver' alla quantità di materia nel Pianeta. Da quest' azione scambievole tra il Sole, e il Pianeta, il Sig. Kav. If. Nevvton prova, che il Sole, ed il Pianeta descriveranno intorno il lor comun centro di gravità delle simil ellipsi, e che l'asse transversale dell'ellipsi così descritta intorno del Sole mobile, avrà all'asse transversale dell'ellipsi, che si descriverebbe intorno al Sole in quiete nello stesso tempo, quella medesima proporzione, che le quantità di materia solida nel Sole, e nel Pianeta insieme hanno alla prima delle due medie proporzionali tra questa quantità, e la quantità di materia, ch' è solamente nel Sole. (*b*)

a Cap. 5. §. 10.

b Princ. Lib. 1. prop. 60.

9. Di sopra, ove dimostrava, come si trova un Cubo, che abbia una certa proporzione ad un'altro Cubo (*c*) le linee F T, e T S sono due medie proporzionali tra E F, ed F G; e contando da E F, F T si chiama la prima, ed F S la seconda di queste medie. In numeri tali medie proporzionali A C si ritrovano così. Suppolti A, e B due numeri, e B D che si proponga da trovar C prima, e D seconda di queste due medie proporzionali tra di loro; Primieramente moltiplico A per se stesso, ed il prodotto per B; C sarà il numero, che in Aritmetica chiamasi la Radice Cubica di quest' ultimo Prodotto; val'a dire, essendo il num. C moltiplicato per se stesso, e questo prodotto di nuovo moltiplicato per lo stesso num. C, darà il prodotto quì mentovato. Nella stessa maniera D è la radice Cubica del prodotto di B moltiplicato per se stesso, e di questo moltiplicato ancora per A.

c Lib. 1. Cap. 2. §. 80.

10. Si dimanderà forse, come questa correzione può esser' ammessa, quando innanzi si era trovata la Causa del moto de' Pianeti, col supporre, che il Sole sia centro della Potenza, che agisce sopra di loro; imperciocchè secondo la presente correzione sembra, che questa Potenza sia diretta piutosto verso il lor comun centro di gravità. Ma come prima si conchiudeva, che il

Sole fosse il centro, a cui era diretta la Potenza; che agisce su li Pianeti; perchè gli spazj descritti intorno al Sole in tempi eguali erano eguali; così prova il Sig. Kav. If. Nevvton, che se il Sole, e li Pianeti muovano intorno al lor comun centro di gravità, nondimeno ad un' occhio posto nel Pianeta, gli spazj, che apparisconо descritti intorno al Sole, avranno la medema relazione a' tempi della lor descrizione, che vi avrebbero gli spazj reali, se fosse il Sole in quiete. (a) Io diceva inoltre, che supponendosi li Pianeti muover' intorno al Sole in quiete, e venir' attratti da una Potenza, che ovunque agisce con gradi di forza in una proporzion reciproca duplicata delle distanze; li Periodi de' Pianeti devono osservar la medesima relazione, che hanno trovata gli Astronomi, alle sue distanze. Ma quì non si suppone, che le osservazioni degli Astronomi assolutamente convengano con le ultime differenze; e la presente correzione non cagiona alcun disviamento dalle osservazioni degli Astronomi, quanto son' elleno differenti fra di loro. Imperciocchè in Giove, in cui questa correzione è massima, appena ella monta alla 3000. ma parte dell' asse intero.

a *Princ. Phil. Lib.* 1. *prop.* 58. *corol.* 3.

11. Non trovo fuor di proposito in questa occasione far menzion d' una riflessione, che ha fatta il nostro Eccellente Autore, sopra queste piccole inegualità dei moti de' Pianeti, che contiene in se un forte argomento Filosofico contro l' eternità del Mondo. Ella è questa, che coteste inegualità devono crescer continuamente per lenti gradi, fino a tanto, che infino la presente forma di natura si renda inetta ai propositi, a cui ora serve: (b) Nè può desiderarsi una più convincente prova contro l' eternità della presente costituzione di cose, che questa, che un certo periodo d'anni la dee portar' a un fine. So, che questo pensiero del nostro Autore è stato rappresentato fino come empio, e non meno, che una riflessien tendente al disprezzo della saggezza dell' autore del mondo, col farlo caduco. Ma io credo, che una decision così fiera doveva farsi con una singolar cautela. Imperciocchè se la rimarca sopra le irregolarità de' moti celesti sia vera infatti, come realmente lo è, la imputazione tornerebbe sopra coloro, che asseriscono quella esser derogatoria alla Sapienza Divina. Certamente noi non potiamo pretender di conoscere tutti li fini di un Creatore infinitamente Saggio nel far' il Mondo; nè per tanto si potrebbe prender' a determinare, quanto egli abbia disegnato di far, che duri: ed egli basta, che duri il tempo, che ha preteso il suo Autore. Il corpo d' ogni animale mostra Sapienza illimitata del suo Autore, non meno, e per qualche riguardo anche più, che l' ampia forma della Natura; e pure vediamo, che essi tutti non sono destinati a sussistere che per un piccolo spazio di tempo.

b *Nevvt. Optic. c.* 378.

12. Non vi ha quì duopo di vantaggio di parlare de' Pianeti

neti Primarj; saranno considerati in appresso li moti de' secondarj.

CAPITOLO III.

Del moto della Luna, e degli altri Pianeti Secondarj.

L'Eccellenza di questa Filosofia sufficientemente apparisce dall' estendersi, come abbiamo riferito, alle più minute circostanze dei moti de' Pianeti Primarj; ciò non ostante, questo non ha proporzione col grande successo, con cui si applica ai moti de' Secondarj. Imperciocchè ella non ispiega solamente tutte le irregolarità, da cui si sapeva esser disturbati li loro moti; ma ha discoperte tali altre complicazioni, che giammai gli Astronomi furono abili a distinguerle, e ridurle sotto a' suoi proprj Capi. Ma si dovevano poi queste didurre dalle lor Cause, che questa Filosofia ha poste in luce, e ne ha da quelle dimostrata talmente la dipendenza, che non solo ne restiamo istruiti in generale, ma potiamo ancora calcolarne li gradi. Il Sig. Kav. Is. Nevvton ne ha dati parecchj Saggj, ed ha ancora trovato il metodo di ridurre il moto della Luna così compitamente a regola, che ha formata una Teorìa, con la quale si può in ogni tempo computar' il luogo di questo Pianeta, assai prossimamente; o con tutta quanta l'esattezza si fa de' luoghi degli stessi Pianeti Primarj; il ch'è molto al di là di quanto hanno mai fatto li più grandi Astronomi.

2. La prima cosa dimostrata di questi Pianeti Secondarj si è, che son' eglino portati verso il lor Primario rispettivo; nella stessa maniera, che gli Primarj sono attratti dal Sole: che ciascun Pianeta Secondario è trattenuto nella sua orbita da una Potenza diretta verso il centro del Pianeta Primario, intorno a cui il Secondario si aggira; e che la Potenza, di cui ricevono l'influsso li Secondarj di uno stesso Primario, ha la medesima relazione alla distanza da esso Primario, che la Potenza, onde li Pianeti Primarj sono guidati, ha in riguardo alla distanza loro dal Sole. (*a*) Ciò si prova ne' Satelliti di Giove, e di Saturno, perchè si muovono in circoli, quanto noi potiamo osservare, ciascuno intorno li suoi Principali, con un corso eguale, ed uniforme, essendo questi il centro di ciascuna delle orbite, di quelli, e comparando li tempi, in cui fanno li suoi periodi differenti Satelliti di uno stesso Primario, si trova, che conservano la medesima relazione alle distanze de' suoi Primarj, che questi alle mediocri distanze loro dal Sole (*b*). Ora questi corpi muovendosi in circoli con un moto equabile, ciascun Satellite passerà per eguali porzioni della sua orbita in porzioni eguali di tempo; conseguentemente la linea menata dal centro dell' orbita, val'a dire, dal Pianeta Primario,

a *Nevv. Princ. Lib.* 3. *prop.* 1.

b *Nevv. Princ. Lib.* 3. *pag.* 390. 391. *confron. con la pag.* 393.

mario, al Satellite, passerà insieme con esso per ispazj eguali dentro porzioni eguali di tempo; il che prova, che la Potenza, per cui opra ciascun Satellite è trattenuta nella sua orbita, e diretta verso il Pianeta Primario, come al centro. (*a*) e manifesto pure, che la Potenza centripeta, che porta un corpo in un circolo ad essa concentrico, si adopera su 'l corpo in tutti li tempi con la stessa forza. Ma il Sig. Kav. If. Nevvton dimostra, che quando li corpi sono portati in differenti circoli da Potenze centripete, dirette ai centri di questi circoli, li gradi di forza in queste Potenze debbono compararsi, considerando la relazione tra li tempi, in cui li corpi percorrono li loro Periodi per questi circoli; (*b*) ed in particolare dimostra, che se li tempi Periodici abbiano quella relazione, che poco fa diceva aver li Satelliti di uno stesso Primario; le Potenze centripete sono reciprocamente in proporzion duplicata de' semiametri dei circoli, o in questa proporzione alle distanze de' corpi dai centri. (*c*) Quindi ne segue che in Giove, e in Saturno, la Potenza centripeta di ciascuno, decresce con l'aumentar della distanza, nella proporzione stessa, che le Potenze, che si riferiscono al Sole, decrescono, con l'aumentarsi della distanza. Non pretendo quì, che questa proporzione delle Potenze centripete tenga tra la Potenza di Giove in qualche distanza, comparata con la Potenza di Saturno in qualche altra distanza, ma solamente nella mutazion delle forze di una Potenza spettante al medesimo Pianeta in differenti distanze da esso. Dippiù, quello che quì si scopre de' Pianeti Giove, e Saturno, per mezzo de' differenti Satelliti, che si aggirano intorno ognuno di loro, apparisce nella terra, col mezzo solamente della Luna; perchè trovasi, che si muove intorno alla terra in un' ellipsi, della stessa maniera, che fanno li Pianeti Primarj intorno al Sole, di alcune piccole irregolarità in fuori osservate nel suo moto, la causa delle quali sarà in particolare spiegata in ciò, che segue; dal che apparirà, che non si debbono far valere per una obbiezione contro la supposizion, che la terra si adoperi su la Luna nella stessa guisa, che fa il Sole su li Pianeti Primarj, ch' è dire, come gli altri Primarj Giove, e Saturno su' loro Satelliti. Certamente, poichè queste irregolarità possono altronde spiegarsi, non ci dobbiamo dipartir dalla regola d' induzione, così necessaria in Filosofia, che a' corpi simili si debbono attribuir simili proprietà, quando niuna ragione apparisce in contrario. Non potiamo dunque se non ascrivere alla terra una sorte stessa di azione sopra la Luna, che hanno gli altri Pianeti Primarj Giove, e Saturno sopra li loro Satelliti; che si conosce esser esattamente nella proporzione assegnata col metodo di comparar li tempi Periodici, e le distanze di tutti li Satelliti, che muovono intorno lo stesso Pianeta; con ciò restando

a Lib. 1. Cap. 3. §. 29.

b Princ. Phil. Lib. 1. prop. 4.

c Ibid. coroll.

ſtando compenſata abbondantemente la inſufficienza, in cui ſiamo di oſſervar l'eſatta figura delle lor'orbite. Imperciocchè ſe un piccolo diſviamento dell' orbita Lunare da una vera permanente ellipſi proveniſſe dall'azion della terra ſopra la Luna, che non foſſe in un'eſatta reciproca duplicata proporzione della diſtanza, ed un'altra Luna ſi aggiraſſe intorno la terra, la proporzione tra li tempi Periodici di queſta nuova Luna, e della preſente, diſcoprirebbe molto più manifeſtamente l'aberrazione dalla mentovata Proporzione.

3. Col numero de' ſatelliti, che ſi muovono intorno a Giove, e Saturno, ſi miſura la Potenza di ciaſcuno di queſti Pianeti in una gran diverſità di diſtanza, imperciocchè la diſtanza del più rimoto, ed eſtremo ſatellite in ciaſcuno di queſti Pianeti eccede parecchie volte la diſtanza del più interno. In Giove hanno più comunemente gli Aſtronomi collocato l'interior ſatellite ad una diſtanza dal centro di queſto Pianeta, eguale a $5\frac{2}{3}$ ſemidiametri del corpo di Giove, e queſto ſatellite compie la ſua rivoluzione in giorni 1. ed ore $18\frac{1}{2}$ incirca. Il ſatellite proſſimo, che rivolgeſi intorno a Giove in 3. giorni, ed ore $13\frac{1}{5}$ in circa, lo pongono ad una diſtanza di circa 9. de' ſudetti ſemidiametri dal centro di Giove. Al terzo Satellite, che compie il ſuo periodo in 7 giorni, ed ore $3\frac{3}{4}$ proſſimamente, aſſegnano una diſtanza di $14\frac{2}{5}$ ſemid. incirca. Ma l'eſtremo Satellite lo rimuovono a $25\frac{1}{3}$ ſemid. e queſto fa il ſuo corſo nel tempo incirca di 16. giorni, $16\frac{1}{2}$ ore. (a) In Saturno vi è ancora una più grande diverſità nella diſtanza di varj Satelliti. Per le oſſervazioni del Caſſini il giovine, celebre Aſtronomo in Francia, che il primo diſcoprì tutti queſti Satelliti, ſalvo uno, che era noto per l'innanzi, il più interno è diſtante $4\frac{1}{2}$ ſemid. incica di Saturno dal ſuo centro, e ſi raggira intorno ad eſſo in giorni 1. ore $21\frac{1}{3}$ incirca. Il proſſimo Satellite è lontano circa $5\frac{3}{4}$ ſemid. e fa il ſuo periodo in 2. giorni, ore $17.\frac{2}{3}$ incirca. Il terzo è alla diſtanza di 8. ſemid. incirca, e fa la ſua Rivoluzine nel tempo proſſimamente di 4. giorni, ore $12\frac{1}{2}$. Il quarto Satellite, che fu diſcoperto la prima volta dal grande *Huygens*, è in una diſtanza proſſima a $18\frac{2}{3}$ ſemid. e ſi muove intorno a Sa-

a Newt. Princ. Phil. Lib. III. p. 390.

turno in 15. giorni, 22 $\frac{2}{3}$ ore incirca. Il più rimoto è distante 56. semid. e fa la sua rivoluzione in 79. giorni, e 7 $\frac{4}{5}$ ore incirca (*a*).

a Ibid. p. 591. 392.

Oltre questi Satelliti appartiene a Saturno un'altro corpo di una sorte singolare. Questo si è un'anello rilucente, largo, e piatto, che cinge all'intorno il Pianeta. Il diametro del suo giro più rimoto supera il doppio del diametro di Saturno. *Huygens*, che fu il primo a descrivere quest'Anello, fa, che tutto il suo diametro abbia a quel di Saturno la proporzione di 9 a 4. Il fu R. Sig. Pound fa questa proporzione un poco più grande, che quella di 7. a 3. Le distanze dei Satelliti di questo Pianeta vengono comparate dal Cassini col diametro dell'Anello. Li suoi numeri gli ho ridotti a quelli di sopra, secondo la proporzione di Mr. Pound tra li diametri di Saturno, e del suo Anello. Come apparisce, che quest'Anello non sia ovunque attaccato a Saturno, così la distanza di Saturno dal termine interior dell'Anello sembra maggiore della larghezza dell'Anello. Le distanze, che quì abbiam date de' parecchj Satelliti di Giove, e di Saturno, si possono concepir piu tosto sulla relazione alla proporzione, che questi appartenenti ad uno stesso Pianeta Primario hanno fra di loro, che per rapporto ai numeri stessi, che quì innanzi si sono esposti, per ragione della difficoltà, che vi ha in misurare con la maggior'esattezza li diametri de' Pianeti Primarj, come si spiegherà dippoi, quando verremo a trattare de' Telescopj. (*b*) Secondo le osservazioni del sopraccitato Mr. Pound, in Giove la distanza del Satellite interiore dovrebb'esser piu tosto di 6. semid. incirca, del secondo 9' $\frac{2}{1}$, del terzo 15. e del più rimoto 26 $\frac{2}{3}$, (*c*) e in Saturno la distanza del Satellite, che gli è più vicino, 4. semid., del secondo 6 $\frac{1}{4}$, del terzo 8 $\frac{3}{4}$, del quarto 20 $\frac{1}{3}$. E del quinto 59.

b Lib. III. cap. 4.

c Nevv. Princ. Phil. Lib. III. p. 391.

(*d*) Comunque sia, la sola cosa necessaria per il punto, ch'è nelle mani, è la proporzione tra le distanze de' Satelliti di uno stesso Pianeta Primario.

d Ibid. p. 392.

4. Ma oltre ciò la forza, con cui la terra opra in differenti distanze, vien confermata dalla seguente considerazione, ancora più espressamente, che dal precedente ragionamento analogico. Egli apparirà, che se la potenza della terra, con cui questa ritiene la Luna nella sua orbita, si supponga agire in tutte le distanze tra la terra, e la Luna, seguendo la regola mentovata; questa Potenza sarà valevole a produrre su' corpi, vicino alla superfizie della terra, gli effetti tutti, che si attribuiscono al Principio di gravità. Ciò trovasi col seguente metodo: A (nella fig. 94.) rappre-

presenti la terra, B la Luna, B C D l'orbita Lunare, un po' differente da un circolo, di cui A è il centro: Sè la Luna in B venisse abbandonata a se stessa, per muover con la velocità, che ha nel punto B, lascerebbe l'orbita, e correrebbe dritta dritta per la Linea B E, che tocca l'orbita in B. Supponete, che la Luna muova in questa maniera da B in E nello spazio di un minuto di tempo. Per l'azion della terra su la Luna, onde questa vien ritenuta nella sua orbita, la Luna realmente si troverà al fine di questo minuto nel Punto F, d'onde menando una linea retta ad A, verrà lo spazio BAF nel circolo, eguale allo spazio triangolare BEA; talchè la Luna nel tempo, che muovesse da B in E, lasciata a se stessa, riceverebbe un'impulso verso la terra da E in F. E quando il tempo, in cui la Luna passa da B in F, è così piccolo, come quì un solo minuto, la distanza tra E, ed F appena è differente dallo spazio, per cui la Luna discenderebbe nel tempo stesso, se cadesse direttamente da B verso A, senz' altro moto. A B distanza della terra, e della Luna è incirca 60 semid. della Terra, e la Luna compie la sua rivoluzione intorno la terra, in 27. giorni, 7 ore, e 43. minuti incirca: si troverà dunque con un computo, che lo spazio E F sarà quì incirca $16\frac{1}{8}$ piedi. Conseguentemente, se la Potenza, onde la Luna vien ritenuta nella sua orbita, è maggiore, vicino alla superfizie della terra, che alla distanza della Luna, in proporzion duplicata di questa distanza; il numero de' piedi, per cui un corpo discenderebbe, vicino alla superfizie della terra, per l'azione di questa Potenza sopra di lui, in un minuto di tempo, sarebbe eguale a $16\frac{8}{1}$ moltiplicati due volte per lo numero 60. che sarebbe 58050. Si può trovare col Pendolo, con quale velocità cadano li corpi, vicino alla superfizie della terra: (*a*) e con le più esatte sperienze se trova, che per lo spazio di $16\frac{1}{8}$ piedi discendono in un secondo di tempo; e gli spazj scorsi da' corpi cadenti essendo in proporzion duplicata de' tempi del lor cadere, (*b*) il numero de' piedi, che un corpo descriverebbe nel suo cadere, vicino alla superfizie della terra, in un minuto di tempo, sarà eguale e $16\frac{1}{8}$ moltiplicati due volte per 60. ch'è lo stesso, che quanto sarebbe la Potenza, che agisce sopra la Luna.

a *Ved. Lib. 1. Cap. 2. §. 60. 64.*

b *Ibid. §. 17.*

5. Si suppone in questo computo, che la terra sia in quiete, laddove sarebbe stato più esatto, supponendola in moto, con la Luna, intorno il lor comun centro di gravità, come s' intenderà facilmente per quello si è detto nel Capo innanzi, ove si è provato, che il Sole è soggetto ad un simil moto intorno il suo comun centro di gravità, e de' Pianeti. L'azione pure del Sole su la Luna, che

spiegasi in quel, che segue è stata quì trascurata; e il Sig. Kav. Is. Nevvton dimostra, che facendosi tutte due queste considerazioni, il presente computo converrà meglio con una distanza alquanto maggiore tra la terra, e la Luna, ch'è quella di $60\frac{1}{2}$ semid. della terra, la qual distanza è più conforme alle osservazioni Astronomiche.

6. Questo computo somministra una prova in aggiunta, che l'azion della terra conserva la medesima proporzione, che quì si pretende. Innanzi io diceva, ch'era ragionevole il conchiuder così per induzione dai Pianeti Giove, e Saturno; perocchè essi oprano in questa maniera. Ma ora la stessa cosa sarà evidente col non cavar' altra conseguenza da ciò, che si vede in questi Pianeti, se non che la Potenza, per cui li Pianeti primarj agiscono sopra li secondarj, si estende per tutto l' intervallo di mezzo, sicchè ella operi in ciascuna parte dello spazio frapposto. In Giove, e Saturno questa Potenza è sì lontana dall'esser confinata ad una piccola estension di distanza, che non solo giunge a' varj satelliti in differenti distanze, ma ancora da un Pianeta all'altro, anzi per tutto il sistema Planetario. (*a*) Conseguentemente non vi è apparenza di ragione, per cui questa Potenza non operi a tutte le distanze, nelle superfizie di questi Pianeti, e più lungi. Ma quindi ne segue, che la Potenza, che ritiene la Luna nella sua orbita, è la medesima, che quella fà gravitar li corpi, vicino alla superfizie della terra. Imperciocchè, se la Potenza per cui la terra agisce su la Luna, fa discender li corpi vicino alla superfizie della terra, con quella velocità, che si trovano avere di fatto; è certo, che oltre questa, non agisce sopra di loro alcun' altra Potenza, perchè se ciò fosse, dovrebbero per necessità discender più presto. Ora da tutto questo si trova in fine evidente, che la Potenza nella terra, cui chiamiamo gravità, estendesi sopra la Luna, e diminuisce in proporzion duplicata dell' aumentarsi la distanza della terra.

a Ved. Cap. 2. §. 6.

7. Ciò pon fine alle discoperte, fatte nell' azione de' Pianeti primarj su li lor secondarj. La cosa da dimostrarsi in appresso si è, che il Sole opra similmente sopra di loro. A questo proposito è da osservare, che se il moto di un satellite, per cui egli muovesse intorno al suo primario in quiete, fosse aggiunto al moto stesso, che ha il primario, in riguardo sì alla direzione, che alla velocità, egli descriverebbe intorno al primario la medesima orbita, e con egual regolarità, che se il primario fosse realmente in quiete. La cagione di questo si è quella legge di moto, che fa, che un corpo vicino alla superfizie della terra, quando cade, discenda perpendicolarmente, sebben la terra sia in un moto così veloce, che se il corpo cadente non ne partecipasse, la sua discesa sarebbe notabilmente obbliqua; e che un corpo lanciato descriva nella maniera più regolare

lare la stessa parabola, o sia lanciato nella direzione opposta, quando la forza lanciatrice sia la medesima. (a) Da questo noi apprendiamo, che se un satellite mosso intorno al suo primario con una perfetta regolarità, oltre questo moto partecipasse di tutto il moto del suo primario; avrebbe la medesima velocità progressiva, con cui il primario vien portato intorno al Sole; e verrebbe spinto con la medesima velocità, che il primario, incontro al Sole, in una direzion parallela al suo primario. E per lo contrario la mancanza d' una di queste cose, in particolare dell' impulso verso del Sole, produrrà delle grand' inegualità nel moto del Pianeta secondario. L' inegualità, che verrebbero a nascere dall' absenza di quest' impulso verso il Sole, sono così grandi, che dalla regolarità, che apparisce nel moto de' Pianeti secondarj, si prova, che il Sole comunica loro con la sua azione la medesima velocità, che dà al loro primario in una stessa distanza. Imperciocchè il Sig. Kav. If. Nevv. c' insegna, che dopo un' esame ha trovato, che se qualche satellite di Giove fosse attratto dal Sole più, o meno, che Giove stesso, alla medesima distanza, l' orbita di questo satellite, invece di esser concentrica a Giove, avrebbe il suo centro ad una maggiore, o minor distanza, che il centro di Giove dal Sole, prossimamente in proporzion sudduplicata della differenza tra l' azion del Sole sopra il satellite, e Giove; e perciò se un satellite non fosse attratto dal Sole, se non per un $\frac{1}{1000}$ più, o meno, che ne sia Giove alla medesima distanza, il centro dell' orbita di questo satellite sarebbe distante dal centro di Giove, non meno, che una quinta parte della distanza dell' estremo satellite da Giove, (b) ch' è per lo meno tutta la distanza del satellite il più interiore. Per una simil ragione li satelliti di Saturno gravitano verso il Sole, egualmente, che Saturno, ad una stessa distanza; e la Luna così ben, che la terra.

a La seconda delle Leggi del moto, di sopra stabilite, nel Lib. C. 1.

b Nevv. Princ. Phil. Lib. III. prop. 6. p. 401.

8. Così è provato, che il Sole agisce su li Pianeti secondarj così bene, che fa su li primarj, in distanze eguali; ma si troverà nell' ultimo capo, che l' azione del Sole sopra li corpi è reciprocamente in proporzion duplicata della distanza; dunque li Pianeti secondarj essendo talvolta più vicini al Sole che li Primarj, e talvolta più rimoti, non ricevono sempre l' azion del Sole nel grado stesso, che il loro primario, ma quando sono più vicini al Sole, ne sono più attratti, e quando più rimoti, sono attratti meno. Quindi nascono varie inegualità nel moto de' secondarj. (c)

c Nevv. Princ. Phil. Lib. III. prop. 22. 23.

9. Alcune di queste inegualità avrebbero luogo, quantunque la Luna, se non venisse disturbata dal Sole, movesse in un circolo concentrico alla terra, e nel piano stesso del moto della terra; altre dipendono dalla figura ovale, e dalla situazione obbliqua dell' orbita dalla Luna. Una di quelle del primo genere si è, che la Luna muove in maniera di non descrivere spazj eguali in tempi eguali; ma è

di continuo accelerata, quando ella paſſa da un quarto ad eſſer nuova, o piena, ed è per l'oppoſto ritardata con gradi ſimili, nel ritornar dalla Luna nuova, o piena al ſuſſeguente quarto. Qui non conſideriamo tanto il moto aſſoluto, quanto l'apparente in riguardo a noi, della Luna.

10. Li principj d'Aſtronomia inſegnano a diſtinguer queſti due moti. S (nella fig. 95.) rappreſenti il Sole. A la terra, che muove nella ſua orbita B C, D E F G l'orbita lunare, il luogo della Luna H. Supponete, che la terra ſiaſi moſſa da A in I. Poichè ſi ha dimoſtrato, che la Luna partecipa aſſolutamente del moto progreſſivo della Terra; e ſimilmente, che il Sole attrae la Luna, e la terra, ambedue egualmente, quando ſono alla medeſima diſtanza da lui, o che la media azion del Sole ſopra la Luna è eguale alla ſua azione ſopra la terra; noi dobbiamo dunque conſiderar la terra, come movente con l'orbita della Luna; coſicchè quando è la terra da A rimoſſa in I, l'orbita della Luna ſarà ſimilmente rimoſſa dalla ſua prima ſituazione a quella ſegnata da K L M N. Ora la terra eſſendo in I, ſe la Luna ſi trovaſſe in O, coſicchè O I foſſe parallela ad H A, ſebbene la Luna ſarebbe moſſa realmente da H in O, pure ad uno ſpettator ſu la terra, non comparirebbe punto, che ſi foſſe moſſa, perchè la terra medeſima muoverebbe altrettanto; onde la Luna ſembrerebbe nel luogo ſteſſo, riſpetto alle Stelle fiſſe. Ma ſe la Luna ſi oſſervi in P, parrà che ſiaſi moſſa, reſtando miſurato il ſuo moto apparente dall'angolo O I P. E ſe l'angolo P I S foſſe minore, che l'angolo H A S, la Luna ſi ſarebbe approſſimata più da vicino alla ſua congiunzione col Sole.

11. Per venire ora alla ſpiegazione della mentovata inegualità nel moto della Luna; S (nella figura 96.) rappreſenti il Sole, A la terra, B C D E l'orbita della Luna, C il luogo della Luna, quando è nell'ultimo quarto. Quì ella ſarà proſſimamente alla medeſima diſtanza dal Sole, che la terra. In queſto caſo dunque ſaranno attratte ambedue egualmente la terra nella direzione A S, e la Luna nella direzione C S. Quindi come la terra muovendo intorno al Sole, diſcende continuamente verſo lui, così la Luna in queſta ſituazione deve diſcendere altrettanto in ogni egual porzione di tempo; e perciò la poſizione della Linea A C in riguardo di A S, e il cangiamento, che il moto della Luna produce nell'angolo C A S, non ſarà punto alterato dal Sole.

12. Ma ſi toſto, che la Luna avanza da un quarto ad eſſer nuova, o in congiunzione, per eſempio in G, l'azion del Sole ſopra di lei ſarà un'effetto differente. Quì l'azion del Sole ſu la Luna applicandoſi nella direzione G H I parallela ad A S, ſe la ſua azion ſu la Luna foſſe eguale alla ſua azione ſu la terra, niſſun cangiamento verrebbe apportato dal Sole al moto apparente della Luna intorno alla terra. Ma ricevendo la Luna un maggior' impulſo in G, che la ter-

terra in A, se il Sole agisse nella direzione G H, ciò nondimeno verrebbe ad accelerare la descrizione dello spazio D A G, e farebbe diminuir l'angolo G A D più presto di quel, che farebbe altrimenti. L'azion del Sole farà quest'effetto a causa dell'obbliquità della sua direzione a quella, in cui la terra attrae la Luna. Imperciocchè la Luna in questo modo vien'attratta da due forze obblique una all'altra, una, che l'attrae da G verso A, e l'altra da G verso H; perciò la Luna dee per necessità essere spinta verso D. Dippiù, perchè il Sole non agisce nella direzione G H parallela ad S A, ma nella direzione G S obbliqua a questa, l'azion del Sole su la Luna contribuirà per ragione di questa obbliquità ad accelerar di vantaggio il moto della Luna, supposto, che la terra in poco tempo siasi mossa da A in I, e non sia attratta dal Sole, il punto I sarà nella linea retta C E, che tocca l'orbita della terra in A: e supposto, che la Luna siasi mossa nello stesso tempo da G in K nella sua orbita, e che abbia in oltre partecipato il moto progressivo della terra; se si mena K L parallela ad A I, ed eguale ad essa, la Luna non essendo attratta dal Sole, dovrebbe ritrovarsi in L. Ma la terra dall'azion del Sole è rimossa da I: supponiamo, che ella discenda in M, su la linea I M N parallela ad S A; e se la Luna non fosse attratta, che appunto quanto, e nella medesima direzione, in cui si suppon quì esser attratta le terra, sicchè avesse a discender nello stesso tempo su la linea L O parallela pure ad A S, fino alla distanza di P, onde L P fosse eguale ad I M, l'angolo P M N sarebbe eguale all'angolo L I N, val'a dire, la Luna non parrebbe più avvanzata, che se nè dessa nè la terra fossero sottoposte all'azione del Sole. Ma ciò è fondato su la supposizione, che l'azion del Sole su la Luna, e su la terra sia eguale; laddove la Luna essendovi più soggetta che la terra, se l'azione del Sole attraesse la Luna nella linea L O parallela ad A S, egli l'attraerebbe tanto da far L P maggiore d'I M; e con ciò l'angolo P M N resterebbe minore dell'angolo L I N. Ma in oltre, come il Sole attrae la terra in una direzione obbliqua ad I N, la terra si troverà nella sua orbita pochissimo discosta dal punto M; quando ciò non ostante, la Luna è attratta dal Sole sempre più fuori della linea L O, di quel, che la terra fuori della linea I N; dunque questa obbliquità dell'azion dal Sole diminuirà maggiormente l'angolo P M N.

13. Così la Luna al punto G riceve un'impulso dal Sole, onde viene accelerato il suo moto. Ed il Sole producendo quest'effetto in ogni luogo tra il quarto, e la congiunzione, la Luna moverà da un quarto con un moto continuamente più, e più accelerato, e perciò con l'acquistar di volta in volta nuovi gradi di velocità nella sua orbita, gli spazj, che saranno descritti in tempi eguali da una linea menata dalla terra alla Luna, non saranno ovunque, e per tutto eguali, ma quei verso la congiunzione saranno maggiori, che

quei

quei verſo il quarto. Ora nel paſſaggio della Luna dalla congiunzion D al proſſimo quarto, l'azion del Sole di nuovo ritarderà la Luna, finchè al proſſimo quarto in E ſiale reſtituita la primiera velocità, che aveva in C.

14. Quando la Luna muove da E per eſſer piena, o in oppoſizione col Sole, in B, ella è di nuovo accelerata; mentre il difetto dell'azion del Sole ſopra la Luna, da quel, che opra ſu la terra, fa quì lo ſteſſo effetto, che era prodotto innanzi dall'eccefſo di queſt'azione. Conſiderate, che la Luna in Q muova da E verſo B; ſe la Luna foſſe quì attratta dal Sole in una direzion parallela ad A S, pure oprando queſto meno, che ſu la terra, ſecondo che la terra, diſcende verſo il Sole, la Luna di qualche grado verrebbe laſciata indietro. Dunque menando Q F parallela ad S B, uno ſpettator ſu la terra vedrebbe muover la Luna, come ſe foſſe attratta dal punto Q nella direzione Q F, in un grado di forza eguale a quella, di cui l'azione del Sole ſopra la Luna vien'a mancare dalla di lui azion ſu la terra. Ma l'obbliquità dell'azion del Sole fa ancora quì un'effetto. Nel tempo, che la terra ſarebbe moſſa da A in I, ſenza l'influſſo del Sole, mettete, che la Luna ſarebbe moſſa nella ſua orbita da Q in R. Menando dunque R T parallela ad A I, ed eguale alla ſteſſa, per una ragion ſimile a quella innanzi, la Luna col moto della ſua orbita, ſe non foſſe attratta dal Sole, dovrebbe trovarſi in T. E perciò attratta, che ſi ſupponga in una direzione parallela ad A S, ſarebbe nella linea T V parallela ad A S, per eſempio in V V. Ma la Luna in Q eſſendo più lontana dal Sole, che la terra, ella ne ſarebbe anche meno attratta; val'a dire T V V ſarebbe minor d'I M, e prolungandoſi la linea I M verſo X, l'angolo X M V V ſarebbe minore dell'angolo X I T, così per l'azion del Sole il paſſaggio della Luna da un quarto ad eſſer piena ſarebbe accelerato, ſe il Sole agiſſe ſu la terra, e ſu la Luna in una direzione parallela ad A S: e l'obbliquità dell'azion del Sole aumenterà ſempre più una tal'accelerazione. Imperciocchè l'azion del Sole ſu la Luna è obbliqua alla linea S A per tutto il tempo del paſſaggio della Luna da Q a T, e porterà la Luna fuori della linea T V verſo la terra. Quì ſuppongo il tempo, in cui la Luna paſſa da Q a T così breve, che non paſſi oltre la linea S A; la terra pure mancherà di un poco dalla linea IN, come ſi è detto innanzi. Per queſte cagioni l'angolo X M V V reſterà ancora di vantaggio impiccolito.

15. La Luna nel paſſar dall'oppoſizione B al proſſimo quarto verrà di nuovo ritardata con gli ſteſſi gradi, ch'era innanzi accelerata nell'arrivar all'oppoſizione. Imperciocchè quell'azion del Sole, che nel paſſaggio della Luna dà un quarto all'oppoſizione, le dà uno ſtraordinario acceleramento, e diminuiſce l'angolo, che miſura la ſua diſtanza dall'Oppoſizione; farà, che la Luna cangi

dipoi

di poi lentamente il suo luogo, e ritarderà l' aumento del medesimo angolo, nel suo passaggio dall' opposizione al quarto seguente; val' a dire, non lascierà crescer tanto quest' angolo, quanto sarebbe altrimenti. E così la Luna per l' azion del Sole sopra di lei è due volte accelerata, e due volte restituita alla sua prima velocità, in ciascun giro, ch' ella fa intorno alla terra. Questa inegualità del moto della Luna intorno la terra, si chiama dagli Astronomi la sua variazione.

16. L' altro effetto del Sole sopra la Luna si è ch' ei dà all' orbita della Luna ne' Quarti un grado di maggior curvatura, di quello che riceverebbe dall' azion sola della terra: e per l' opposto nella congiunzione, e nella opposizione l' orbita non è tanto piegata.

17. Quando la Luna è in congiunzione col Sole nel Punto D, il Sole attraendo la Luna più efficacemente di quello fa la terra, la Luna in questa maniera è meno spinta verso la terra, di quel, che io sarebbe altrimenti, e così l' orbita è meno incurvata; imperciocchè la Potenza per cui la Luna è spinta, verso la terra, essendo quella, per cui torce dal moto rettilineo, minore è questa Potenza, meno ella piegherà da quel corso. All' incontro, quando la Luna sta in opposizione, in B, e più lontana dal Sole, che la terra, e per ciò ne segue, che quantunque la terra, e la Luna tutte e due discendano continuamente verso il Sole, val' a dire, siano attratte dal Sole inverso di lui fuori del luogo, in cui altrimenti si muoverebbero; pure la Luna vi discende meno velocemente, che la terra, in quanto che la Luna in ogni dato spazio di tempo dopo il suo passaggio per il punto di opposizione si approssimerà meno alla terra di quel che sarebbe altrimenti, val' a dire, la sua orbita rispetto alla terra si accosterà più alla linea retta. Infine quando la Luna è in un quarto in C, ed è egualmente lontana dal Sole, che dalla terra, osservamo innanzi, che la terra, e la Luna discenderebbero con egual passo verso del Sole, e per tanto questa discesa non apporterebbe alcun cangiamento all' angolo C A S; ma la lunghezza della linea C A deve per necessità essere raccorciata. Dunque la Luna muovendo da C verso la congiunzione col Sole, sarà portata più verso la terra dall' azion del Sole di quello che lo sarebbe dalla terra sola, se nè la terra, nè la Luna ricevessero impressione dal Sole: cosicchè da questo nuovo impulso l' orbita è resa più curva di quello altrimenti sarebbe. Lo stesso effetto verrà ancora prodotto nell' altro quarto.

18. Un' altro effetto dell' azione del Sole conseguente a quello, che ora si è spiegato, è che sebbene la Luna non disturbata dal Sole potesse muover' in un circolo, che avesse per suo centro la terra; nondimeno per l' azion del Sole, se la terra fosse nel mezzo, nel centro dell' orbita Lunare, la Luna sarebbe più vicina alla terra, quando è nuova, e piena, che nei quarti. Ciò sembrerà probabilmente

mente difficile a prima vista; che la Luna abbia ad essere più vicina alla terra, dove ella vi è meno attratta, e più lontana dalla terra, quando vi è attratta di più. Il che nondimeno apparirà seguire evidentemente da questa causa, considerando ciò, che si ha dimostrato, che l'orbita della Luna in congiunzione, ed opposizione è resa men curva; imperciocchè meno curva è l'orbita della Luna, meno la Luna discenderebbe dal luogo, in cui si muovesse, senza l'azion della terra. Ora se la Luna muovesse da un luogo senza esser più disturbata da quest' azione, poichè ella avanzerebbe in una linea tangente della sua orbita in quel luogo, ella si allontanerebbe continuamente dalla terra; e perciò se la Potenza della terra sopra la Luna sia sufficiente a ritenerla in una medesima distanza, la diminuzione di questa Potenza farà crescere la distanza, sebbene in un minor grado. Ma dall'altra parte, nei Quarti, essendo la Luna spinta più verso la terra, che per l'azion sola della terra, sarà portata ad approssimarsele; cosicchè in passando dall'opposizione, o congiunzione ai quarti, la Luna ascende dalla terra, e passando dai quarti all'opposizione, o congiunzione, ella vi discende di nuovo, diventando più vicina in questi ultimi luoghi mentovati, che negli altri.

19. Tutte queste inegualità sopraddette sono di differenti gradi, secondo che il Sole è più, o meno distante dalla terra; di un maggior grado, quando la terra è più vicina al Sole, e di un minore, quando ella n'è più lontana. Imperciocchè nei quarti, più è vicina la Luna al Sole, più è grande l'aggiunta, che si fa all'azion della terra sopra di lei per quella, che vi fa il Sole; e nella congiunzione, ed opposizione, la differenza tra l'azion del Sole sopra la terra, e sopra la Luna è pur' altrettanto maggiore.

20. Questa differenza nella distanza tra la terra, e il Sole, produce un'altro effetto su 'l moto della Luna, che fa dilatar l'orbita, quando è men rimota dal Sole, e divenir maggiore, che quando è ad una più grande distanza. Imperciocchè si prova dal Sig. Kav. If. Nevvton, che l' azion del Sole, per cui vien' a diminuire la Potenza della terra sopra la Luna, nella congiunzione, ed opposizione, è due volte così grande, che l'aggiunta si fa all' azion della terra per il Sole nei quarti; (a) cosicchè dopo tutto la Potenza della terra sopra la Luna vien diminuita dal Sole, e perciò ella è il più, che si possa, diminuita, quando l'azion del Sole è più forte, che mai; Ma come la terra con la sua approssimazione al Sole, minora il suo influsso, la Luna essendovi meno attratta, ascenderà gradualmente dalla terra; e come la terra nel suo allontanamento dal Sole, ricupera per gradi la sua prima Potenza, l'orbita della Luna dev' esser di nuovo contratta. Vengono di quà due conseguenze; che la Luna sarà più rimota dalla terra, quando la terra è più vicina al Sole; e che impiegherà maggior tempo nel formar la sua rivoluzione per l'orbita dilatata, che per la contratta.

a Nevv. Princ. Lib. 1. prop. 66. corol. 7.

21.

21. Queste irregolarità il Sole produrrebbe nella Luna, se la Luna, senza ricever' inegualmente l'azione del Sole, descrivesse un circolo perfetto intorno la terra, e nel piano del moto della terra; ma sebbene niuna di queste supposizioni abbia luogo nel moto della Luna, pure le mentovate inegualità vi troveranno luogo, salvo solamente qualche differenza in ordine a' suoi gradi; ma non muovendo la Luna in questa maniera, ella è soggetta ancora ad alcune altre inegualità. Imperciocchè come la Luna descrive, invece di un circolo concentrico alla terra, un'ellipsi, con la terra in un foco, l'ellipsi sarà sottoposta a varj cangiamenti. Ella non può conservar giammai costantemente la stessa posizione, nè meno la stessa figura; e perchè il piano di questa ellipsi non è lo stesso con quello dell'orbita della terra, la situazione del piano, in cui muove la Luna, cangierà continuamente; nè la linea, per cui ella taglia il piano dell'orbita della terra, nè l'inclinazione di questi piani fra di loro, rimarranno in ogni tempo le stesse. Tutte queste alterazioni si presentano ora da spiegare.

22. Io considererò primieramente li cangiamenti, che si fanno nel piano dell'orbita della Luna. Non movendo questa in un piano stesso con la terra, il Sole è rare volte nel piano dell'orbita della Luna, cioè solamente quando la linea fatta dalla comune intersecazione de' due piani, prolungata che fosse, passerebbe per il Sole, com'è rappresentato nella fig. 97. dove S denota il Sole, T la terra, A T B l'orbita della terra, descritta su'l piano di questo Schema; C D E F l'orbita della Luna; di cui la parte C E D è elevata di sopra, e la parte C F E depressa sotto del piano di questo schema. Quì la linea C E, per cui il piano di questo schema, ch'è il piano dell'orbita della terra, e il piano dell'orbita della Luna si tagliano un l'altro, essendo continuata, passa per il Sole in S. Quando ciò accade, l'azion del Sole è diretta nel piano dell'orbita della Luna, e non può attrarre la Luna fuori di questo piano, come apparirà evidentemente a ciascuno, che consideri il presente schema: imperciocchè supposta la Luna in G, e una linea retta menata da G ad S, il Sole attrae la Luna nella direzione di questa linea da G verso S; ma questa linea giace nel piano dell'orbita; e prolungata che fosse da S oltre G, la continuazione sarebbe nel piano C D E; imperciocchè il piano stesso, se si estendesse abbastanza, passerebbe per il Sole. Ma negli altri casi l'obbliquità dell'azion del Sole al piano dell'orbita farà cangiare continuamente questo piano.

23. Supposto il primo luogo, che la linea, in cui li due piani si tagliano fra di loro, sia perpendicolare alla linea, che congiunge la terra, e il Sole; T (nelle fig 98. 99. 100. 101.) rappresenti la terra, S il Sole; il piano dello schema, quello del moto della terra, in cui sono collocati il Sole, e la terra. A C sia perpendicolare ad S T, che congiunge la terra, e il Sole, e la linea A C sia

quella, in cui il piano dell'orbita della Luna taglia quello del moto della terra. Dal centro T descrivete nel piano del moto della terra il circolo A B C D; e nel piano dell'orbita della Luna il circolo A E C F, metà del quale A E C sia elevata sopra il piano di questo schema, e l'altra metà A F C altrettanto depressa sotto di esso.

24. Supponete ora la Luna muover dal punto A nella direzione del piano AEC. Ella sarà quì continuamente attratta fuori del suddetto piano dall'azione del Sole; imperciocchè questo piano A E C estendendosi, non passerà per il Sole, ma sopra di esso; cosicchè il Sole coll'attrar la Luna direttamente verso di sè, la spingerà continuamente più, e più da questo piano verso il piano del moto della terra, in cui è egli stesso; facendola descriver la linea AKGHI, la quale sarà convessa verso il piano A E C, e concava al piano del moto della terra. Ma quì per questa Potenza del Sole, che si dice attarre la Luna verso il piano del moto della terra, si dee intendere solamente quel tanto di più dell'azion del Sole sopra la Luna, di cui ella eccede l'azion del medesimo sopra la terra. Imperciocchè supponendo la figura precedente esser veduta dall'occhio, posto nel piano di questo schema, e nella linea C T A, dal lato di A, il piano ABCD apparirà come la linea retta D T B, (nella fig. 102.) ed il piano AECF come un'altra linea retta F G; e la linea curva A K G H I sotto la forma della linea T K G H I. Ora è chiaro, che la terra, e la Luna essendo attratte ambedue dal Sole, se l'azion del Sole su tutte due fosse egualmente forte, la terra T, e con essa il piano A E C F, o la Linea F T E, in questo schema, sarebbero portati verso il Sole con egual passo, che la Luna, e perciò la Luna non ne sarebbe attratta fuori per l'azion del Sole; di una piccola obbliquità in fuori della direzion di quest'azione sopra la Luna, a quella dell'azion del Sole sopra la terra, che proviene dall'esser la Luna fuori del piano del moto della terra, e che non è considerabile; ma l'azion del Sole sopra la Luna essendo maggiore, che sopra la terra, tutto il tempo, che la Luna è più vicina del Sole, che la terra, ella sarà attratta fuori del piano A E C, o della linea T E da questo eccesso, e sarà fatta descriver la linea curva A G I, o T G I. Ma egli è costume degli Astronomi in vece di considerar la Luna come movente in una tal linea curva, rapportar' il suo moto continuamente al piano, che tocca la vera linea, in cui muove nel punto, in cui la Luna in qualche tempo si trova. Così quando la Luna è nel punto A, il suo moto è considerato come nel Piano A E C, nella cui direzione allora ella comincia a muovere; e quando nel punto K (nella fig. 99.) il suo moto vien riferito al Piano, che passa per la terra, e tocca la linea A K G H I al punto K. Così passando la Luna da A in I cangerà continuamente il piano del suo moto. In qual maniera questo cangiamento proceda, ora spiegherò in particolare.

25. Il piano, che tocca le linee A K I nel punto K, (fig. 99) tagli

gli il piano dell'orbita della terra nella linea LTM; perchè la linea AKI è concava verso il piano, ABC, cade intieramente tra questo piano, e il piano, che la tocca in K: cosicchè il piano MKL taglierà il piano AEC, prima d'incontrarsi col piano del moto della terra; supposto, che nella linea YT, e nel punto A cada fra K, ed L. Da un semidiametro eguale a TY, o TL si descriva il semicircolo LYM. Ora ad uno spettatore su la terra, la Luna, quando è in A, sembrerà muover nel circolo AECF, e quando in K esser nel semicircolo LYM. Il moto della terra si fà nel piano di questo schema; e ad uno spettatore su la terra, il Sole sembrerà sempre muovere in questo piano: Noi potremo dunque riferire l'apparente moto del Sole al circolo ABCD, descritto in questo piano intorno la terra; ora li punti, ove questo circolo, nel quale sembra muover il Sole, taglia il circolo, in cui si osserva muover a qualche tempo la Luna, si chiamano li Nodi dell'orbita della Luna in quel tempo. Quando la Luna si osserva muover nel circolo AECD, li punti A, e C sono li Nodi dell'orbita; e quando ell' apparisce nel semicircolo LYM, allora L, ed M sono li Nodi. Or' apparisce quì, da ciò, ch'è stato detto, che mentre la Luna ha mosso da A in K, uno dei Nodi è passato da A ad L, l'altro egualmente da C ad M. Ma il moto da A in L, e da C in M, è retrogado riguardo al moto della Luna, ch' è l'altro viaggio da A a K, e quindi verso C.

26. Di più l'angolo, che fà il piano, in cui la Luna a qualche tempo apparisce, e il piano del moto della terra, si chiama l'inclinazione dell'orbita della Luna in quel tempo. Ora io passerò a dimostrare, che questa inclinazione dell'orbita, quando la Luna è in K, è minore, che quando ella era in A; ovvero, che il piano LYM, che tocca la linea del moto della Luna in K, fa un'angolo minore col piano del moto della terra, o col circolo ABCD, di quello ch' il piano AEC faccia con lo stesso. Il semicircolo LYM taglia il semicircolo AEC in Y; e l'arco AY è minore, che LY; e tutti e due insieme minori, che la metà di un circolo. Ma egli è dimostrato dagli Scrittori in quella parte d'Astronomia, che chiamasi Dottrina della sfera, che quando un triangolo è formato, come quì, da tre archi di un circolo, AL, AY, ed YL, l'angolo YAB, fuori del triangolo è maggiore, che l'angolo YLA di dentro, se li due archi AY, YL presi insieme non arrivano ad un semicircolo; se li due archi fanno un semicircolo perfetto, li due angoli saranno eguali, ma se li due archi presi insieme passano un semicircolo; l'angolo interiore YLA è maggiore dell'altro. (a) Quì dunque li due archi AY, ed LY presi insieme essendo minori di un semicircolo, l'angolo ALY è minore, che l'angolo BAE. Ma dalla dottrina della sfera è evidente, che l'angolo ALY è eguale a quello, in cui il piano del circolo LYKM, ch'è il piano,

a Menelai. Sphaeric Lib. 1. prop. 10.

 che

che tocca la linea A k G H I in k, è inclinato al piano del moto della terra A B C; e l'angolo B A E è eguale a quello, in cui il piano A E C è inclinato allo stesso piano. Dunque l'inclinazione del primo piano è minore, che l'inclinazione dell'ultimo.

27. Ora supposto, che la Luna sia avanzata al punto G (nella fig. 100.) e in questo punto si trovi distante dai suoi Nodi una quarta parte di tutto un circolo; o in altri termini sia nel mezzo tra li suoi due Nodi; in questo caso li Nodi si saranno ancora di più mossi, e l'inclinazione dell'orbita sarà più diminuita; imperciocchè supposto, che la linea A K G H I sia toccata al punto G da un piano, che passi per la terra T; l'intersecazione di questo piano con quello del moto della terra sia la linea N T O, e la linea T P la sua intersecazione col piano L K M. In questo piano sia descritto il circolo N G O dal semidiametro T P, o N T, che taglia l'altro circolo L k M in P: Ora la linea A k G I è convessa al piano L k M, che la tocca in K, e perciò il piano N G O, the la tocca in G, taglierà l'altro piano toccante fra G, e K: val'a dire, il punto P caderà su questi due punti, e il piano continuato fino al piano del moto della terra, passerà oltre di L; cosicchè li punti N, ed O, o li luoghi de' Nodi, quando la Luna è in G, saranno più lungi da A, e C, che L ed M; ch'è a dire, si saranno mossi più indietro. In oltre, l'inclinazione del piano N G O al piano del moto della terra A B C è minore, che l'inclinazione del piano L K M allo stesso; imperciocchè quì ancora li due archi L P, ed N P presi insieme sono minori di un semicircolo, ciascun d'essi archi essendo minore di un quarto di circolo; poichè G N distanza della Luna in G dal suo nodo N, si suppone quì esser la quarta parte di un circolo.

28. Dopo, che la Luna ha oltre passato G, il caso è diverso; imperciocchè allora que' due archi saranno maggiori, che li quarti del circolo, per il che l'inclinazione crescerà di nuovo, sebben li nodi moveranno sempre per una via. Supposto, che la Luna sia in H (nella fig. 101.) e che il piano, che tocca la linea A K G I in H, tagli il piano del moto della terra nella linea Q T R, e il piano N G O nella linea T V, e oltre questo, che il circolo Q H R sia descritto in questo piano; allora per la ragione di prima, cadrà il punto Y tra H, e G; e il piano R V Q passerà oltre l'ultimo piano O V N, facendo cadere i punti Q, ed R più lungi da A, e C, che N, ed O. Ma gli archi N V, V Q sono ciascun maggiore di un quarto di circolo, N V, ch'è il minore, essendo maggiore di G N, ch'è un quarto di circolo; e perciò li due archi N V, ed V Q insieme passano un semicircolo; ed in conseguenza l'angolo B Q V sarà maggiore dell'angolo B N V.

29. Infine, quando la Luna vien'attratta dall'azione del Sole per lungo nel piano del moto della terra, il nodo si farà mosso ancor più, e l'inclinazione sarà cresciuta altrettanto, diventando qualche

che coſa di più, che la prima volta; imperciocchè la linea AKGHI eſſendo conveſſa a tutti li piani, che la toccano; la parte HI cadrà intieramente fra il piano QVR, ed il piano ABC, coſicchè il punto I cadrà fra B, ed R; e tirando ITVV, il punto VV ſi ſarà più ſcoſtato da A, che Q. Ma egli è evidente, che il piano, il qual paſſa per la terra T, e tocca la linea AGI nel punto I, taglierà il piano del moto della terra ABCD nella linea ITVV, e ſarà inclinato allo ſteſſo con l' angolo HIB; coſicchè il nodo, ch' era da principio in A, dopo eſſer paſſato in N, L, e Q, arriva in fine al punto VV; come il nodo, ch' era da principio in C, di là è paſſato ſucceſſivamente per li punti M, O, ed R ad I; ma l' angolo HIB, che ora è l' inclinazione dell' orbita al piano dell' eclitica, manifeſtamente non è minore, che l' angolo ECB, ovvero EAB, ma piuttoſto alquanto maggiore.

30. Così la Luna nel caſo, che abbiamo d' innanzi, mentre paſſa dal piano del moto della terra, ai quarti, finchè ella torni di nuovo allo ſteſſo luogo, ha li nodi della ſua orbita, continuamente rimoſſi indietro, e l' inclinazione della ſua orbita nel principio diminuiſce, cioè finchè ella giunge a G, nella fig 100. ch' è preſſo alla ſua congiunzione col Sole, ma di poi creſce di nuovo per gli ſteſſi gradi, finchè dopo il ritorno della Luna al piano del moto della terra, la inclinazione dell' orbita è avantaggiata qualche coſa di più, di quello foſſe la ſua primiera grandezza, ſebbene la differenza non è grande, perchè li punti I, e C non ſono molto diſtanti un dall' altro. (a)

31. Nella ſteſſa maniera, ſe la Luna ſi foſſe dipartita dal quarto in C, ell' avrebbe deſcritta la linea curva CXVV. (Nella fig. 98.) tra li piani AFC, e ADC, che ſarebbe conveſſa al primo di queſti piani, e concava all' altro; talchè qui ancora li nodi avrebbero continuamente riceduto, e l' inclinazione dell' orbita ſi ſarebbe per gradi ſempre più diminuita, finchè la Luna foſſe arrivata preſſo alla ſua oppoſizione col Sole in X; ma di là in poi l' inclinazione di nuovo s' aumenterebbe, finchè diveniſſe un poco più grande, di quello ſi trovava in principio. Queſto apparirà facilmente dal conſiderare, che come l' azion del Sole ſopra la Luna, eccedendo la ſua azione ſopra la terra, l' attraſſe fuori del piano AEC verſo il Sole, mentre la Luna paſſava da A in I; così mentr' ella paſſa da C in VV, eſſendo tutto quel tempo più lontana dal Sole, che la terra, ella ſarà meno attratta; e la terra inſieme col piano AECF, ſarà com' ella era, allontanata dalla Luna, in modo che il ſentiero, che la Luna deſcrive, apparirà dalla terra, come faceva nel primo caſo, eſſendo fraſtornata la Luna.

32. Queſti ſono li cangiamenti, a cui li nodi, e l' inclinazion dell' orbita della Luna ſoggiacciono, quando li nodi ſono ne' quarti; ma quando li nodi col loro moto, e col moto del Sole inſieme, giungono ad eſſer collocati tra il quarto, e la congiunzione, o la oppo-

a Ved. Nevv. Princ. Lib. 1. prop. 66. corol. 10.

opposizione, il loro moto, ed il cangiamento fatto nella inclinazione dell'orbita sono in qualche cosa differenti.

33. Sia AGCH (nella fig. 103.) un circolo descritto nel piano del moto della terra, che abbia la terra in T per suo centro. Il punto al Sole opposto sia A, ed il punto G sia distante da A una quarta parte del circolo; li nodi dell'orbita della Luna siano situati nella linea BTD, e il Nodo B tra A, luogo, dove la Luna sarebbe piena, e G luogo dove sarebbe in un quarto. Supposto che BDEF sia il piano, in cui la Luna tende a muover, quando avanza dal punto B; perchè la Luna in B è più distante dal Sole, che la terra, ella sarà meno attratta dal Sole, e non discenderà verso lui così forte, che la terra; e in conseguenza ella lascierà il piano BEDF, che noi supponiamo accompagni la terra, e descriverà la linea BIR ad esso convessa, finchè ella giunga al punto K, dove ella sarà in un quarto; ma di quà in poi essendo più attratta, che la terra, la Luna cangierà il suo corso, e la parte seguente del sentiero, ch'ella descrive, sarà concava al piano BED, o BGD, e continuerà concava allo stesso piano, finchè tagli questo piano in L, come appunto nel caso precedente. Ora io dico, che mentre la Luna passa da B a K, li nodi all'opposto di ciò, che si trovava nel caso d'innanzi, procederanno avanti, o muoveranno dalla stessa parte con la Luna; (*a*) e nell'istesso tempo l'inclinazione dell'orbita sarà aumentata. (*b*)

34. Quando la Luna è nel punto I, il piano MIN passi per la terra, T, e tocchi il sentiero della Luna in I, tagliando il piano del moto della terra nella linea MTN, ed il piano BED nella linea TO. Perchè la Linea BIK è convessa al piano BED, che la tocca in B, il piano NIM dee tagliare il piano BED, prima d'incontrar' il piano CGB; e perciò il punto M discenderà da B verso G, ed il nodo dell'orbita della Luna essendo trasferito da B in M sarà promosso avanti.

a *Ved. Nevvt. Princ. Lib. III. prop. 30. pa. 440.*
b *Ibid. Lib. I. prop. 66 corol. 10.*

35. Io dico ancora, che l'angolo OMG, fatto dal piano MON col piano BGC è maggiore, che l'angolo OBG, fatto dal piano BOD con lo stesso. Ciò apparisce da quello si è di già spiegato; perocchè gli archi BO, OM sono ciascuno minore di un quarto di circolo, e perciò presi tutti e due in uno sono minori di un semicircolo.

36 Di nuovo ancora, quando la Luna è arrivata al punto E nel quarto, li nodi saranno promossi ancora più avanti, e sarà aumentata di vantaggio l'inclinazione dell'orbita. Sin'ora il moto della Luna è stato riferito al piano, che passando per la terra, tocca il sentiero della Luna nel punto, ov' ella si trova, secondo a che si è asserito, al cominciamento di questo discorso sopra li nodi, ch'egli è costume degli Astronomi così fare. Ma quì non può ritrovarsi nel punto K alcun tal piano; per l'opposto vedendo, che la linea del moto della Luna da una parte del punto K è convessa al piano BED, e dall'altra parte concava allo stesso, non può passare alcun piano

tra.

tra li punti T, e K, che non tagli la linea B K L in questo punto. Dunque invece di un tal piano toccante, noi ci serviremo quì di quello, ch'è equivalente, del piano P K Q, che con la linea B K farà un'angolo minore, che con ogni altro piano; imperciocchè questo piano fa, come toccasse la linea B K al punto K, tagliandola in modo, che nissun'altro piano si può tirare talmente, che passi tra la linea B K, ed il piano P K Q. Ora egli è manifesto, che il punto P, o il nodo è rimosso da M verso G, cioè è stato promosso ancora più avanti; ed egli è pure palese, che l'angolo KPG, o l'inclinazione dell'orbita della Luna nel punto K, è maggiore, che l'angolo I M G, per la ragione così spesso assegnata.

37. Dopochè la Luna è passata al quarto, il suo sentiero essendo concavo al piano A G C H, li nodi, come nel caso precedente recederanno, finchè la Luna sia giunta al punto L; il che dimostra, che considerando tutto il tempo del passaggio della Luna da B ad L, al fine di questo li nodi si troveranno più retroceduti, o collocati più indietro, quando la Luna è in L, che quando è in B. Imperciocchè la Luna impiega un tempo più lungo in passare da K ad L, che da B a K: e perciò li nodi continuano a retroceder più lungamente, che a muover' innanzi; cosicchè il retrocedere supera il lor' avanzare.

38. Nella stessa guisa, mentre la Luna è nel suo passaggio da k ad L, l'inclinazione dell'orbita si fà minore, finchè la Luna giunga al punto, in cui ella è una quarta parte di circolo distante dal suo nodo, per esempio nel punto R; e di là in poi l'inclinazion cresce di nuovo. Poichè dunque l'inclinazione dell'orbita cresce, mentre la Luna sta passando da B in k, e diminuisce all'opposto solamente nel tempo, che la Luna sta passando da k ad R, e poi di nuovo cresce, finchè giunga in L; mentre la Luna passa da B ad L, l'inclinazione dell'orbita cresce più, di quello diminuisca, e sarà notabilmente maggiore, quando la Luna è giunta in L, che quando parte da B.

39. In simil guisa, nel mentre la Luna passa da L nell'altro lato del piano A G C H, il nodo resterà promosso innanzi, finchè la Luna è tra il punto L, e il prossimo quarto; ma poscia egli retrocederà, finchè la Luna venga a passare il piano A G C H di nuovo nel punto V tra B, ed A: e perchè il tempo del passaggio, che fa la Luna dal punto L al prossimo quarto è minore, che il tempo tra questo quarto, e l'arrivo della Luna al punto V. il nodo avrà retroceduto più, che avanzato, cosicchè il punto V sarà più vicino ad A, che L a C. Così ancora l'inclinazione dell'orbita, quando la Luna è in V, sarà maggiore, che s'ella fosse in L; imperciocchè questa inclinazione cresce tutto il tempo, ch'è la Luna tra L, ed il prossimo quarto; ella decresce solo nel mentre la Luna passa da questo quarto a mezza strada tra li due nodi, e quindi di nuovo cresce, durante tutto il passaggio per l'altra metà della strada al prossimo nodo.

40. Così

40. Così noi abbiamo accompagnata la Luna dal suo nodo nel quarto, e dimostrato, che in ciascun periodo della Luna li nodi avranno retroceduto, e con ciò si saranno approssimati ad una congiunzion col Sole, ma questa congiunzione verrà molto anticipata dal moto visibile del Sole stesso. Nell'ultimo schema, il Sole sembrerà muover da S verso V V. Supposto, che sembrasse essersi mosso da S ad V V nel mentre il nodo della Luna fosse retrocesso da B in V, menando la linea V V T X, l'arco V X rappresenterà la distanza della linea menata tra li nodi dal Sole, quando la Luna è in V; laddove l'arco B A rappresentava questa distanza, quando la Luna era in B. Questo moto visibil del Sole è molto maggiore, che quello del nodo, imperciocchè il Sole sembra compier la sua intiera rivoluzione per ciascun' anno; e il nodo non ne fa una, quasi che in 16. anni. Abbiamo veduto ancora, che quando il nodo era in quadratura, l'inclinazione dell'orbita della Luna diminuiva, finchè ella arrivava alla congiunzione, o all'opposizione, secondo ch'ella si discosta dal nodo; ma che dopo questo di nuovo cresceva, finchè al prossimo nodo diveniva un poco più grande, che al primo. Quando il nodo si è una volta rimosso dal quarto più vicino ad una congiunzione col Sole, l'inclinazione dell'orbita della Luna, quando la Luna arriva al nodo, è più sensibilmente aumentata, che quando era nel nodo precedente; crescendo per questa via più, e più, finchè il nodo arriva alla congiunzion col Sole; nel qual tempo, si è dimostrato di sopra, che il Sole non ha alcun potere di cangiar'il piano del moto della Luna; e in conseguenza non opera nulla o su li nodi, o su la inclinazione dell' orbita.

41. Si tosto, che li nodi per l'azion dal Sole sono partiti dalla congiunzione verso l'altro quarto, comminciano di nuovo a tornar indietro, come innanzi; ma l'inclinazione dell' orbita nell' arrivar della Luna a ciascun nodo seguente, è minore, che al precedente, finchè li nodi arrivano di nuovo ai quarti. Ciò apparirà, come segue. Nella fig. 104. A rappresenti uno dei nodi della Luna, tra il punto di opposizione B, ed il quarto C. Il piano A D E passi per la terra T, e tocchi il sentiero della Luna in A. La linea AFGH sia il sentiero della Luna nel suo passaggio da A in H, dov' ella attraversa di nuovo il piano del moto della terra. Questa linea sarà convessa verso il piano A D E, finchè la Luna approda in G, dov' ella è nel quarto; e dopo ciò tra G, ed H la stessa linea sarà concava verso questo piano. Tutto il tempo, che questa linea è convessa verso il piano A D E, li nodi retrocederanno; e per lo contrario avanzeranno, mentre ella è concava a questo piano. Le quali cose tutte saranno facilmente intese con ciò, che innanzi si è spiegato distesamente Ma la Luna sta più a passare da A in G, che da G in H, perciò li nodi retrocederanno più lungamente di quel, che avanzino; in conseguenza dopo tutto, arrivata, che sarà la Luna in H,

li nodi avranno già retroceduto, cioè il punto H cadrà fra B, ed E. L' inclinazione dell'orbita decrescerà, finchè la Luna sia arrivata al punto F, nel mezzo tra A, ed H. Nel passaggio tra F, e G, crescerà l'inclinazione, ma decrescerà nuovamente nel restante del passaggio da G in H, e in conseguenza sarà minore in H, che in A. Simili effetti tanto rispetto ai nodi, quanto alla inclinazione dell' orbita avranno luogo nel seguente passaggio della Luna dall' altra parte del piano A B E C, finchè da H ella giunge sopra di questo piano di nuovo in I.

42. Così l' inclinazione dell' orbita è massima, quando la linea tirata tra li nodi della Luna passerà per il Sole, e minima, quando questa linea giace ne' quarti, spezialmente se la Luna nello stesso tempo sia in congiunzione, o in opposizione col Sole. Nel primo di questi casi li nodi non avranno moto, in tutti gli altri, li nodi ciascun mese saranno retroceduti; e questo moto di retrogradazione sarà massimo, quando li nodi sono ne' quarti; imperciocchè in questo caso li nodi non hanno moto progressivo, durante tutto il mese; ma in tutti gli altri casi li nodi avanzano per qualche tempo, cioè qualunque volta la Luna è tra un quarto, e il nodo, ch' è meno distante dal quarto, che una quarta parte di circolo.

43. Resta solo da spiegare quelle irregolarità nel moto della Luna, che nascono dalla figura elliptica dell'orbita. Da ciò, ch'è stato detto al principio di questo capo apparisce, che la Potenza della terra su la Luna opera in proporzione duplicata reciproca della distanza; dunque la Luna, se non fosse sturbata dal Sole, muoverebbe intorno alla terra in una vera ellipsi, e la linea menata dalla terra alla Luna passerebbe per eguali spazj in porzioni eguali di tempo. Che questa descrizione di spazj sia alterata dal Sole, si è già dichiarato: è stato ancora dimostrato, che la figura dell'orbita cangia ciascun mese; che la Luna nuova, e piena è più vicina alla terra, e più rimota ne' quarti, di quel che sarebbe senza del Sole. Ora dobbiamo per cotesti cangiamenti menstrui, considerar l'effetto, che il Sole farà nelle differenti situazioni dell'asse dell'orbita in riguardo di questo luminare.

44. L' azione del Sole varia la forza, da cui la Luna è attratta verso la terra: ne' quarti la forza della terra è direttamente aumentata dal Sole; ne' Plenilunj, e Novilunj questa n' è diminuita; e nei siti frapposti l' influsso della terra ora vien' ajutato, ora minorato dal Sole. In questi luoghi di mezzo tra li quarti, e la congiunzione, ed opposizione, l' azion del Sole è così obbliqua all' azion della terra su la Luna, che produce quell'alternativo acceleramento, e ritardamento del moto della Luna, che osservava innanzi chiamarsi variazione. Ma oltre quest'effetto, la potenza, per cui la terra attrae la Luna verso di se, non sarà in così piena libertà di agire con la stessa forza, che sarebbe, se il Sole non agisse del tutto sopra la Luna. E quest'effetto dell'azione del Sole, con cui egli rinforza, o indebolisce

l'azion della terra, è quì sol da considerarsi; e per quest'influsso del Sole ne segue, che la Potenza, da cui la Luna è spinta verso la terra, non è perfettamente in proporzion reciproca duplicata della distanza. In conseguenza la Luna non descriverà una perfetta ellipsi. Una delle particolarità, in cui l'orbita della Luna sarà differente da una ellipsi, consiste ne' luoghi, dove il moto della Luna è perpendicolare alla linea menata da essa alla terra. In una ellipsi; dopo che la Luna fosse partita in una direzion perpendicolare a questa linea menata da essa alla terra, e nella sua maggior distanza dalla terra, il suo moto diverrebbe un'altra volta perpendicolare a questa linea guidata tra lei, e la terra, e la Luna sarebbe nella sua minima distanza dalla terra, quando avesse compito mezzo il suo periodo; e compita l'altra metà, il suo moto diverrebbe ancora perpendicolare alla mentovata linea, e la Luna tornerebbe nel luogo, onde partissi, e avrebbe ricuperata la sua massima distanza. Ma la Luna nel suo moto reale, dopo essersi partita, come innanzi, talvolta fa più, che la metà di una rivoluzione, prima che il suo moto torni ad esser perpendicolare alla linea menata da essolei alla terra, e la Luna si trovi alla sua più vicina distanza; e indi fa più, che un'altra metà di una intera rivoluzione, prima che il suo moto possa una seconda volta ricuperare la sua perpendicolar direzione alla linea menata dalla Luna alla terra, e la Luna arrivi di nuovo alla sua massima distanza dalla terra. Talvolta la Luna discenderà alla sua più vicina distanza, prima di aver fatta la metà di una rivoluzione, e ricupererà di nuovo la sua maggior distanza, prima di averne compita una intera. Il luogo, dove la Luna è alla sua maggior distanza dalla terra, si chiama l'apogeo della luna, e il luogo della minor distanza il perigeo. Questo cangiamento di luogo, dove la Luna successivamente perviene alla sua massima distanza dalla terra, si chiama il moto dell'apogeo. Ora procurerò di spiegare in qual maniera il Sole cagioni il moto dell'apogeo.

45. Dimostra il nostro autore, che se la Luna fosse attratta verso la terra da una combinazion di due Potenze, una delle quali fosse reciprocamente in proporzion duplicata della distanza dalla terra, e l'altra in proporzion triplicata reciproca della medesima distanza; allora, sebben la linea descritta dalla Luna non sarebbe in realtà un'ellipsi, nondimeno il moto della Luna si potrebbe perfettamente spiegare con una ellipsi, il cui asse si facesse muovere intorno la terra; essendo questo moto *in conseguenza*, come gli Astronomi parlano, cioè dalla stessa parte, che si muove la Luna, se la Luna fosse attratta dalla somma di queste due Potenze, ma l'asse dovrebbe muovere *in antecedenza*, o dalla parte contraria, se la Luna fosse portata dalla differenza di queste Potenze. Ciò, che s'intenda per proporzion duplicata, sovente si è dichiarato; e in ispezie, che se tre grandezze, come A, B, C, hanno una tal relazione, che la

secon-

seconda B sia alla terza C, come la prima alla seconda, allora la proporzion della prima alla terza è la duplicata proporzion della prima alla seconda. Ora assumendo una quarta grandezza, come D, a cui C abbia la stessa proporzione, che A, a B, sarà la proporzione di A a D, triplicata della proporzione di A a B.

46. Questa è poi la maniera di rappresentar' il moto della Luna nel presente caso. T dinotando la terra (nelle fig. 105. 106.) la Luna si suppone nel punto A, suo apogeo, o nella massima distanza dalla terra, movente nella direzione A H, perpendicolare ad AB, e portata verso la terra da due forze, quali abbiamo descritte. Per quella potenza, ch' è reciprocamente in una proporzion duplicata della distanza, se la Luna parte dal punto A con un grado proprio di velocità, potrà esser descritta l'ellipsi A M B. Ma se la Luna sia portata dalla somma delle due mentovate Potenze, e la velocità di essa nel punto A sia aumentata in una certa proporzione; (a) o se la velocità sia diminuita in una certa proporzione, e la Luna sia portata dalla differenza di queste potenze; in ambedue questi casi la linea A E, che sarà descritta dalla Luna si determina così. Sia il punto M quello, dove la Luna sarebbe arrivata in un dato spazio di tempo, se fossevi mossa nell'ellipsi A M B. Menate M T, e similmente C T D in tal maniera, che l'angolo A T M abbia la stessa proporzione all'angolo A T C, che la velocità, con cui dev'esser stata descritta l'ellipsi A M B alla differenza tra questa velocità, e quella, con cui la Luna deve muovere dal punto A per descrivere il sentiero A E. L'angolo A T C si prenda verso la Luna (come nella fig. 105.) se la Luna sia attratta dalla somma delle Potenze; e dall'altra parte (come nella fig. 106.) se dalla loro differenza. Indi la linea A B sia mossa alla positura C D, e l'ellipsi AMB alla situazione C N D, cosicchè il punto M sia trasferito in L: allora il punto L cadrà sul sentiero della Luna A E.

47. Il moto angolare della linea A T, con cui ella è portata alla situazione C T, rappresenta il moto dell'apogeo; per mezzo di cui il moto della Luna potrebbe intieramente spiegarsi con l'ellipsi A M B, se l'azion del Sole sopra di essa fosse diretta al centro della terra, e reciprocamente in proporzion triplicata della distanza della Luna da esso. Ma ciò non essendo così, l'apogeo non moverà nella maniera regolare testè descritta. Comunque si sia, è da osservare, che nel primo dei due precedenti casi, in cui l'apogeo avanza, l'intera Potenza centripeta cresce più, col diminuir della distanza, che se l'intera Potenza fosse reciprocamente in proporzion duplicata della distanza; perchè n'è una sola parte in questa proporzione, e l'altra parte, che vi è aggiunta per far tutta la Potenza; cresce di vantaggio al diminuir della distanza. Dall'altra parte, quando la Potenza centripeta è la differenza tra queste due, ella cresce meno al diminuir della distanza, che se fosse semplice-

(a) Qual' sia quella proporzione, si può conoscer dal coroll. 2. prop. 44. Lib. 1. Princ. Phil. Nevvt.

mente in proporzion reciproca duplicata della distanza. Dunque se noi scegliamo a spiegar' il moto della Luna con un'ellipsi, (come e più conveniente, il fare per gli usi astronomici, e per la ragione del piccolo effetto della Potenza del Sole, mentre così facendo, il suddetto moto si spiegherà senz'alcun sensibil'errore;) potiamo raccoglier' in generale, che quando la Potenza, per cui la Luna è attratta alla terra, col variar la distanza, cresce in una proporzion maggiore di quello che è la proporzion duplicata reciproca della distanza diminuita, si deve ascriver' all'apogeo un moto detto di conseguenza; ma che quando l'attrazione cresce in una proporzion minore, della già nominata, l'apogeo deve avere un moto di antecedenza. (*a*) Ha poi osservato il Sig. Kav. Is. Nevvton, che il primo di questi casi succede, quando la Luna è in congiunzione, ed opposizione; e l'altro, quando la Luna è nei quarti; sicchè nel primo l'apogeo muove, secondo l'ordine dei segni, e nell'altro per la via opposta. (*b*) Ma, come innanzi è stato detto, il disturbo apportato dal Sole all'azion della terra nella congiunzione, ed opposizione, essendo due volte così grande, che nei quarti, (*c*) l'apogeo avanzerà con una velocità più grande di quello che retroceda, e dentro lo spazio di un'intera rivoluzione della Luna sarà portato in conseguenza. (*d*)

48. In appresso è dimostrato dal nostro autore, che quando la linea A B coincide con quella, che congiunge la terra, e il Sole, il moto progressivo dell'apogeo, quando la Luna è in congiunzione, o in opposizione, eccede il regressivo nelle quadrature più, che in alcun'altra situazione della linea A B. (*e*) All'incontro, quando la linea A B fa angoli retti con quella, che congiunge la terra, ed il Sole, il moto retrogrado sarà più considerabile, (*f*) e si trova esser così grande, che supera il progressivo: talchè in questo caso l'apogeo nel termine d'un'intera rivoluzione della Luna, è portato in antecedenza. Nondimeno per le considerazioni dell'ultimo paragrafo il moto progressivo supera l'altro; talchè in somma il moto dell'apogeo si fa in conseguenza, come hanno trovato gli astronomi. Dippiù la Linea A B cangia per lenti gradi la sua situazione riguardo a quella, che unisce la terra, ed il Sole; onde le inegualità nel moto della Luna provenienti da quest'ultima considerazione sono molto più grandi di quelle, che provengono dall'altra. (*g*)

49. In oltre questo tuono irregolare nell'apogeo è accompagnato con un'altra inegualità nel moto della Luna, che non può spiegarsi sempre con la medesima ellipsi. L'ellipsi in generale si chiama dagli Astronomi un'orbita eccentrica. Il punto della intersecazione dei due assi si chiama il centro della figura; perchè tutte le linee tirate per questo punto dentro l'ellipsi da un lato all'altro, sono divise nel mezzo da questo punto. Ma il centro, intorno a cui si aggirano li corpi celesti, giacendo in un foco fuori di questo centro della figu-

a Princ. Phil. Nevvt. Lib. I. prop. 45. coroll. 1.

b Lib. 1. prop. 66. coroll. 7.

c Vid. §. 9. di questo Cap.

d Phil. Nevvt. Princ. Mat. Lib. I. prop. 66. coroll. 3.

e Ibid. coroll. 8.

f Ibid.

g Ibid.

figura, coteste orbite si dicono eccentriche; e dove la distanza del foco da questo centro ha la maggior proporzione a tutto l'asse, quest'orbita si chiama la più eccentrica: e in una tal' orbita la distanza del foco alla più lontana estremità dell'asse ha la maggior proporzione alla distanza dell'estremità più vicina. Ora qualunque volta l'apogeo della Luna muove in conseguenza, il moto della Luna dev' essere riferito ad un' orbita più eccentrica, che quella descriverebbe la Luna; se tutta la Potenza, da cui viene attratta nel suo passaggio dall'apogeo, cangiasse in una reciproca proporzion duplicata della distanza dalla terra, e così la Luna descrivesse un'ellipsi immobile, e quando l'apogeo muove in antecedenza, il moto della Luna si dee riferire ad un' orbita meno eccentrica. Nella prima delle due figure ultimamente mentovate, il vero luogo della Luna L cade fuori dell'orbita A M B, a cui si riferisce il suo moto; quindi l'orbita A L E veramente descritta dalla Luua, è meno incurvata nel punto A di quel, che sia l'orbita A M B; dunque l'orbita A M B è più bislunga, e più differente da un circolo, di quello sarebbe l'ellipsi, la cui curvatura in A fosse eguale a quella della linea A L B; val'a dire, la proporzion della distanza della terra T dal centro dell' ellipsi al suo asse sarà maggiore nell' ellipsi A M B, che nell' altra; ma quest' altra è l'ellipsi, che la Luna descriverebbe, se la Potenza, che opera sopra di lei, variasse in una reciproca proporzion duplicata della distanza. Nella seconda figura, quando l'apogeo retrocede, il luogo della Luna L cade dentro l' orbita A M B, e perciò quest' orbita è meno eccentrica, che l'orbita immobile, che la Luna descriverebbe. Di questo la verità è evidente, imperciochè quando l'apogeo avanza; la Potenza, ond' è portata la Luna nel suo discender dall'apogeo, cresce più col diminuir della distanza, che in proporzion duplicata di essa distanza, e in conseguenza essendo la Luna attratta più efficacemente verso la terra, vi discenderà più da vicino. Dall'altra parte, quando l'apogeo retrocede, la Potenza agente sopra la Luna, cresce col diminuir della distanza, meno, che in proporzion duplicata di questa; e perciò la Luna è meno spinta verso la terra, e non vi discenderà così presto.

50. Or supposto nella prima di queste figure, che l'apogeo A sia nella situazione, dove si va accostando alla congiunzione, o all'opposizione del Sole; in questo caso il moto progressivo dell'apogeo è più, e più accelerato. Quì supposto, che la Luna dopo esser discesa da A per l'orbita A E, quanto è fino ad F, dove ella perviene alla sua maggior distanza dalla terra, ascenda di nuovo per la linea F G; perchè il moto dell'apogeo è quì continuamente accelerato, la causa del suo moto costantemente deve andar crescendo, val a dire, la Potenza, onde la Luna è attratta alla terra, con l'aumentarsi della distanza, nell'ascender la Luna da F, diminuirà in una maggior proporzione, che quella, in cui cresceva col

dimi-

diminuir della distanza nel discender la Luna ad F. E in conseguenza la Luna ascenderà più alto, che alla distanza A T, onde ella discendeva, dunque la proporzion della maggior distanza della Luna alla minore è cresciuta. E quando la Luna di nuovo discende, la Potenza cresce ancora col diminuir della distanza, più, che nell' ultimo ascender quella diminuisse con l'aumentarsi di questa: la Luna perciò dee discender verso la terra più vicino, che innanzi faceva, e la proporzione della maggior distanza alla minore, crescere ancora di vantaggio. Così finchè l'apogeo avanza verso la congiunzione, o la opposizione, la proporzione della distanza massima alla minima tra la terra, e la Luna, crescerà continuamente, e l'orbita elliptica, a cui rapportasi il moto della Luna, sarà resa più, e più eccentrica.

51. Si tosto, che l'apogeo ha passata la congiunzione, o la opposizione col Sole, il suo moto progressivo si diminuisce, e seco ancora la proporzione della distanza massima alla minima tra la terra, e la Luna, e quando l'apogeo divien regressivo, continuerà ancora la diminuzion di questa proporzione, fino a tanto, che l'apogeo perviene al quarto; d'onde questa proporzione, e la eccentricità dell'orbita cresceranno di nuovo. Così l'orbita della Luna è al sommo eccentrica, quando l'apogeo è in congiunzion col Sole, o in opposizione ad esso, e lo è meno che mai, quando l'apogeo si ritrova nei quarti.

52. Questi cangiamenti nei nodi, nella inclinazion dell'orbita al piano del moto della terra, nell'apogeo, e nella eccentricità, variano conforme le altre inegualità nel moto della Luna, secondo la differente distanza della terra dal Sole; crescendo essi quanto è maggior la loro causa, ch'è quanto più la terra è vicina al Sole.

53. Ho detto al cominciar di questo Capo, che il Sig. Kav. If. Nevvton ha computata la precisa quantità di molte inegualità nella Luna. L'accelerazion del suo moto, che chiamasi variazione, quando è massima, fa allontanarsi la Luna dal luogo, in cui altrimenti si troverebbe, qualche cosa di più; che $\frac{1}{2}$: grado. (a) Nella frase degli Astronomi un grado è $\frac{1}{350}$ parte di tutto il giro della Luna, o di qualche Pianeta. Se la Luna senza l'impedimento dal Sole, descrivesse un circolo concentrico alla terra, il Sole farebbe approssimar la Luna più appresso alla terra nella congiunzione, e opposizione, che nei quarti, nella proporzione incirca di 69. a 70. (b) Abbiamo avuta occasione di dire già innanzi, che li nodi formano il lor periodo, pressocchè in 19 anni. Ciò si trova da gli Astronomi con le osservazioni; e li computi del nostro autore assegnano loro lo stesso periodo. (c) L'inclinazione dell'orbita della Luna, quando è minore, è un'angolo, ch'è incirca $\frac{1}{18}$ parte di quello,

a Princ. lib. 3. prop. 29.

b Ibid. prop. 28.

c Ibid. prop. 32.

lo, che si forma da una perpendicolare, e la differenza tra la massima, e la minima inclinazione dell'orbita si determina per un computo del nostro autore di $\frac{1}{18}$ incirca della minima inclinazione. (*a*) E questo pure si accorda con le osservazioni degli astronomi. Il moto dell'apogeo, e li cangiamenti della eccentricità il Sig. Kav. Is. Nevvton non gli ha computati. L'apogeo fa la sua rivoluzione in 8. anni, e 10. mesi incirca. Quando l'orbita della Luna è al sommo eccentrica, la massima distanza tra essa, e la terra alla minima è prossimamente nella proporzione di 8. a 7. 1.; quando l'orbita è nel minor grado eccentrica, questa proporzione appena è di 12. a 11.

a Nevv. Princ. p. 459.

54. Dimostrasi ancora dal Sig. Kav. Is. Nevvton, come confrontando li periodi del moto dei Satelliti, che girano intorno Giove, e Saturno, con il periodo della nostra Luna intorno la terra, e li periodi di quei Pianeti intorno al Sole con il periodo del moto della nostra terra, le inegualità nel moto di quei Satelliti possano didursi dalle inegualità nel moto della Luna; salvo solamente ciò, che riguarda quel moto dell'asse dell'orbita, che nella Luna fa il moto dell'apogeo; imperciocchè l'orbite di quei Satelliti, quanto noi potiamo scoprire a quella distanza, sembrano poco, o nell'eccentriche, questo moto in quanto didotto dalla Luna dev'esser diminuito.

CAPITOLO IV.

Delle Comete.

NEl primo de' due precedenti Capi è stata spiegata la Potenza, che trattiene in moto quei corpi celesti, il cui corso era stato ben determinato dagli Astronomi. Nell'ultimo Capo noi abbiamo dimostrato, come queste Potenze sono state applicate dal nostro autore a fare una discoperta più perfetta del moto di quei corpi, il cui corso non erasi inteso per avanti, che imperfettamente, imperciocchè alcune delle inegualità, che abbiamo descritte nel moto della Luna, erano incognite a tutti gli Astronomi. In questo Capo passiamo a trattare d'una terza spezie di corpi celesti, il cui vero moto non fu giammai compreso innanzi, che il nostro Autore scrivesse; di modo che quì il Sig. Kav. Is. Nevvton non ha solamente spiegate le cause del moto di questi corpi, ma ha fatta ancora la parte di un'Astronomo, col discoprire quali sono li loro moti.

2. Che questi corpi non siano meteore della nostra aria, è manifesto; perocchè essi sorgono, e tramontano nella stessa maniera, che il Sole, e le Stelle. Gli Astronomi erano andati innanzi nelle ricerche, che riguardano questi corpi, quanto bastava per provar con le loro osservazioni, che muovono negli spazj eterj lungi di sopra alla Luna; ma non avevano affatto alcuna vera notizia del sentiero,

tiero, che descrivevano. L'opinion prevalente innanzi il nostro autore si era, che muovessero in linee rette, ma in qual parte del Cielo, non si determinava. Descartes (a) gli allontanò lungamente al di là della sfera di Saturno, ritrovando il moto retto loro attribuito, inconsistente col Fluido vorticoso, col quale egli spiega il moto de' Pianeti, come abbiamo di sopra riferito. (b) Ma il Sig. Kav. Is. Nevvton prova distintamente con osservazioni Astronomiche, che le Comete passano per la region de' Pianeti, e sono ordinariamente invisibili ad una minore distanza, che quella di Giove. (c)

3. E quindi trovando, che le Comete sono evidentemente dentro la sfera dell' azione del Sole, conchiude, che devono muover necessariamente intorno al Sole, come fanno li Pianeti: (d) Li Pianeti muovono in ellipsi; ma non è necessario, che ogni corpo sottoposto all' influsso del Sole, abbia a muover' in questo genere particolar di linea. Il nostro autore però prova, che la Potenza del Sole essendo reciprocamente in proporzion duplicata della distanza, ciascun corpo, su cui egli opera, deve o cader' a basso direttamente, o muover' in qualche sezion conica; delle quali linee ho di sopra osservato, che si danno tre sorte; l' ellipsi, la Parabola, e l' Iperbola. (e) Se un corpo, che scende verso il Sole sì basso, che l' orbita di un Pianeta, muove con un moto più veloce, che il Pianeta, questo corpo descriverà un' orbita di una figura più bislunga, che quella del Pianeta, ed avrà almeno un' asse più lungo. La velocità del corpo può essere così grande, che muova in una Parabola, e passato che sia una volta sopra del Sole, ascenda per sempre, senza ritornar più; ma il Sole sarà collocato nel Foco di questa Parabola. Con una velocità ancora maggiore il corpo muoverà in un' Iperbola. Ma egli è di gran lunga più probabile, che le Comete muovano in orbite elliptiche, sebbene di una forma bislunga, o con la frase degli Astronomi, molto eccentrica, come si rappresenta nella fig. 107. ove S è il Sole, C la Cometa, ed A B D E la sua orbita, in cui la distanza di S, ed E eccede di gran lunga quella di S ed A. Quindi è, che elleno talvolta si trovano in una distanza moderata dal Sole, ed appariscono dentro la regione Planetaria; e talora ascendono a vaste distanze molto al di là dell' orbita di Saturno, e divengono invisibili. Che in questa guisa muovano le Comete, si prova dal nostro autore con calcoli fondati su le osservazioni, che hanno fatte gli Astronomi di varie Comete. Questi calcoli furono fatti dal Sig. Kav. Is Nevvton su la Cometa che apparve verso l'ultimo termine dell' anno 1680. e il cominciamento dell' anno seguente: (f) ma il Dottissimo Halley proseguì questi computi più a lungo in questa, e in varie altre Comete: (g) li quali computi sono fatti sopra proposizioni degnissime dell' incomparabil' ingegno del nostro autore, cosicchè appena si sarebbero scoperte d' alcuno, che non possedesse l' ultima forza dell' invenzione.

a In Princ. Phil. part. 3. §. 41.
b Cap. 1. §. 11.
c Nevv. Princ. Phil. Lib. 3. Lem. 4.
d Lib. 3. prop. 40.
e Lib. 1. c. 2. §. 82.
f Princ. Phil. Lib. 3. pag. 499. 500.
g Ibid pag. 500 e 510.

4 Que-

4. Questi computi dipendono da questo Principio, che l'eccentricità dell orbite delle Comete è così grande, che se quelle sono realmente ellipticheche, pure si approssimano tanto alla parabola in quella parte di loro, in cui cadono sotto alla nostra vista, che possono prendersi per tali senza alcun sunsibil'errore: (*a*) come nella fig. precedente la Parabola è pochissimo differente nella sua parte inferiore verso A dalla ellipsi DEAB. Sopra del qual fondamento insegna il nostro grand'Autore un metodo di ritrovare con tre osservazioni fatte sopra una Cometa la Parabola; che più prossimamente conviene con la sua orbita. (*b*)

a Princ. Phil. L. 3. prop. 40.

b Ibid. prop. 41.

5. Ora ciò, che conferma tutta questa teorìa sopra ogni sorte di dubbio, si è, che li luoghi delle Comete, computati nelle orbite, che il metodo quì mentovato assegna loro, convengono con le osservazioni degli Astronomi nello stesso grado di esattezza, che li computi dei luoghi de' Primarj Pianeti fanno ordinariamente ritrovare; e ciò nelle Comete, li cui moti sono molto straordinarj. (*c*)

c Ibid. p. 522.

6. Insegna di poi il nostro Autore a far'uso di alcuna piccola aberrazione dalla Parabola, che si osserverà, per determinare, se l'orbite delle Comete sono elliptiche, o no, e così discoprire, se la medesima Cometa ritorna con un certo Periodo. (*d*) E dopo esaminata la Cometa del 1680. con la regola stabilita per questo dissegno, ritrova, che la sua orbita conviene più esattamente con una ellipsi, che con una Parabola, sebbene l'ellipsi sia tanto eccentrica, che la Cometa non potrebbe compier'il suo periodo in essa, che in più di 500. anni. (*e*) Sopra di questo ha osservato il Dottor Halley, che si fa menzion nella storia di una Cometa con una gran coda somigliante a questa, essersi veduta innanzi in tre volte distinte; la prima delle quali fù nella morte di Giulio Cesare, e ciascuna volta era distante dalla prossima antecedente di 575. Egli computò dunque il moto di questa Cometa in una tal'orbita elliptica, come importerebbe questo numero di anni, per la rivoluzione di un corpo per essa: e questi computi convengono eziandio più perfettamente con le osservazioni fatte su questa Cometa, di quello che sarebbero con alcun'orbita Parabolica. (*f*)

d Ibid. prop. 42.

e Princ. Phil. disc. 2. p. 464. 465.

f Ibid. e disc. 3. p. 501. 502.

7. Il comparar'insieme le differenti apparenze di una medesima Cometa, è la sola via di discoprir certamente la vera forma dell'orbita: imperocchè è impossibile di determinar con esattezza la figura di un'orbita così eccessivamente eccentrica, con osservazioni fatte in una sola parte di essa; e perciò il S. Kav. If. Nevvton (*g*) propone di comparar le orbite su la supposizione, che siano Paraboliche, delle Comete, secondo che appariscono in diversi tempi; imperciocchè se trovasi la medesima orbita esser descritta da una Cometa in diversi tempi, con tutta la probabilità sarà la medesima Cometa, che la descrive. E quì egli rimarca col Dot. Halley, che la stessa orbita prossimamente conviene con due apparenze di una Cometa,

g Ibid p. 519.

S nella

nella distanza d'uno spazio di circa 75 anni (a) cosicchè se queste due apparenze sono realmente di una stessa Cometa, l'asse transversale della sua orbita sarebbe incirca 18. volte quello dell'orbita della terra; e la Cometa nella sua massima distanza dal Sole, sebbene stata rimota non meno, che 35. volte, quanto è la distanza media della terra.

a Ibid. p. 520.

8. E questo sembra essere il più breve periodo di qualcuna delle Comete. Ma ciò sarà ulteriormente confermato, se la stessa Cometa tornerà una terza volta dopo un altro periodo di 75. anni. Sebbene non è d'aspettare, che le Comete conservino la stessa regolarità, che li Pianeti, nei loro Periodi, perchè la grand'eccentricità delle lor' orbite le rende soggette a soffrir delle considerabili alterazioni dall'azion de' Pianeti, e delle altre Comete sopra di loro.

9. Sono dunque da prevenire troppo grandi disturbi nel loro moto per coteste cagioni, come ha osservato il nostro Autore; imperocchè mentre li Pianeti girano tutti prossimamente nello stesso Piano, le Comete sono disposte in più piani molto differenti, e per tutte le parti del Cielo distribuite; e quando si trovano nella loro massima distanza dal Sole, e muovono il più lentamente; potrebbero esser rimosse tanto, da trovarsi fuori della sfera di una scambievole azione (b) Ciò corrisponde ancora più in quelle Comete, che movendo con la maggior lentezza nell'Afelio, o nella più rimota distanza dal Sole, discendono vicinissime a lui, collocando l'Afelio di queste alla massima altezza dal Sole. (c)

b Nevv. Princ. Phil. p. 525.

c Ibid.

10. Il nostro Filosofo essendo condotto da questo Principio ad esplicar li moti delle Comete, nella maniera ora riferita, quindi prende occasione di comunicarci li suoi pensieri su la loro natura, ed il loro uso. A questo fine egli prova primieramente, che devono esser corpi solidi, e campatti, nè in alcun modo sorte di vapori, o luce, o sostanza esalata dai Pianeti, e dalle Stelle; perchè nella prossima distanza, in cui si accostano alcune Comete al Sole, l'immenso calore, a cui troverebbonsi esposte, non potrebbe se non dissipar', e sciogliere una tal lucida volatil sostanza. (d) In particolar la Cometa menzionata del 1680. discese così vicina al Sole, che non era lontana dalla sua superfizie appena una sesta parte del diametro di lui. Nella qual situazione sarebbe stata esposta, come dal calcolo apparisce, ad un grado di calore 28000. volte maggiore di quello, con cui il Sole agisce su la nostra terra; e perciò avrebbe contratto un grado di calore 2000. volte più grande, che quello di un ferro rosso infocato. (e) Ora una sostanza, che duri a un calor così intenso, senza esserne dispersa in vapori, dee necessariamente esser fissa, e solida.

d Ibid. p. 503.

e Ibid.

11. Si dimostra pure, che le Comete sono sostanze opache, che risplendono per un lume riflesso, imprestato loro del Sole. (f) Ciò si prova per l'osservazione che le Comete, sebbene si accostino alla terra, pure diminuiscono di splendore, se nello stesso tempo si allon-

f Ibid. p. 484.

si allontanino dal Sole: all'opposto si trova, che crescono quotidianamente in chiarezza, quando avanzano verso il Sole, sebben si discostano dalla terra. (a)

12. Le Comete dunque a questo riguardo rassomigliano li Pianeti; ambedue sono corpi duri, opachi, e si aggirano in Sezioni Coniche intorno al Sole. Ma dippiù le Comete, come la nostra terra, sono da un'atmosfera circondata. L'aria, che noi respiriamo, chiamasi l'Atmosfera della terra; ed è probabilissimo, che tutti gli altri Pianeti siano involti di un simil fluido. Per verità quì si trova una differenza tra li Pianeti, e le Comete. L'atmosfere de' Pianeti sono di una sostanza così raffinata, e sottile, che difficilmente si potrebbero discerner in qualche distanza, per la ragione della piccola quantità del lume, che riflettono, salvo solamente il Pianeta di Marte. Vi è in questo qualche piccola apparenza di una sostanza tale, che lo circondi, siccome le Stelle, che vengono da esso coperte, dicesi, che si osservano per piccolo spazio offuscate, innanzi, che il suo corpo giunga al di sotto di loro; come se la luce nel suo avvicinarsi, venisse intercetta dalla di lui atmosfera. Ma l'atmosfere, che circondano le Comete, sono così grosse, e fisse, che riflettono copiosamente la luce. Sono ancora, a proporzione de' corpi, cui sono intorno, maggiori, che quelle de' Pianeti; se potiamo degli altri giudicare dalla nostra aria; imperciocchè si è osservato delle Comete, che la luce viva, che apparisce nel mezzo di esse, ch'è riflettuta dal corpo solido, appena è una nona, o decima parte di tutta la Cometa.

13. Io parlo solamente del Capo delle Comete, la cui più lucida parte è circondata da una luce più debole, non passando quella ordinariamente una nona, o decima parte di tutto il corpo in larghezza. (b) La loro forma è in apparenza particolare; niuna cosa della stessa natura appartenendo nel minor grado ad alcun'altro de'corpi Celesti. Di quest'apparenze vi sono parecchie opinioni; il nostro Autore le riduce a tre. (c) Le due prime, ch'egli propone, sono da lui riggettate; ma la terza n'è approvata. La prima è, che quelle v..gano da un tratto di lume, trasmesso per il capo della Cometa, nella maniera, in cui si vede una striscia di luce, quando il Sole illumina un luogo oscuro, per mezzo di un picciol buco. Questa opinione; come osserva il Sig. Kav. If. Nevvton, discuopre li suoi Autori totalmente inesperti ne' Principj d'Optica, imperciocchè quella striscia di luce, veduta in una camera oscura, proviene dalla riflessione del lume Solare che provien dalla polvere, e da'corpuscoli, che muovono nell'aria; imperciocchè li raggi stessi della luce non si veggono, se non dall'esser riflettuti all'occhio da qualche sustanza, sopra cui cadono. (d) L'altra opinione esaminata dal nostro Autore è quella del celebre Descartes, che s'immagina esser queste apparenze la luce della Cometa, refratta nel passare a noi;

a Ibid. p. 482. 483.

b Ibid. p. 481.

c Ibid. p. 509.

d Vid. il luogo cit.

noi, e che fa perciò una bislunga rappresentazione; come fa la luce del Sole; quando vien refratta dal Prisma, nell'accennato sperimento, che sarà una gran parte del terzo libro di questo discorso. (*a*) Ma questa opinione è tutta in un tempo distrutta da questa sola considerazione, che li Pianeti non sarebbono più immuni, che le Comete da una tale refrazione, anzi dovrebbero aver' una forma più ampia, e brillante, di quelle, perchè la luce de' Pianeti è più vigorosa. Nondimeno, il nostro Autore ha giudicato proprio di aggiunger' alcune altre obbjezioni contro la suddetta opinione, per esempio, che queste apparenze non sono vajate di colori, come l'immagine prodotta dal prisma, ciò, ch'è inseparabile dalla inegual refrazione, che produce la sproporzionata lunghezza della immagine. Ed in oltre quando la luce nel suo passaggio da differenti Comete alla terra descrive il medesimo sentiero nel Cielo, la refrazione di quella dovrebbe esser per necessità la medesima per tutti li riguardi. Ma ciò è contrario all'osservazione; imperciocchè la Cometa del 1680. a 28. di Dicembre, e l'anteriore dell'anno 1577. li 29. Dicembre, compar, nell'istesso luogo del Cielo vero cioè aggiacenti alle medesime Stelle fisse, essendo pure la terra nel luogo stesso tutte, e due le volte; nondimeno la forma dell'ultima Cometa decadeva dall'opposizion del Sole un poco verso il North, e la forma della prima declinava dall'opposizion del Sole cinque volte tanto verso il Sud. (*b*)

a *Ib. Des-cartes. Princ. Phil. p. 3. §. 134.*

b *Ved. Phil. Natur. Princ. math. p. 511.*

14. Vi sono dell'altre insussistenti opinioni, sebbene men considerate, che queste, che abbiamo ora avanzate in questo particolare. Il nostro eccellente Autore le sorpassa, affrettando l'esplicazione di ciò, ch'egli pensa esser la vera causa di quest' apparenza. Cred'egli, che certamente ciò debbasi attribuire all'esalazioni, e a' vapori del corpo, e della grossa Atmosfera delle Comete, per il calore del Sole; perchè tutte le apparenze si accordano perfettamente con questo sentimento. La forma non è se non piccola, durante il tempo, che la Cometa discende verso il Sole, ma si dilata ad un grado smisurato, sì tosto, che la Cometa ha passato il suo periclio: il che dimostra, che l'apparenza dipende dal grado di calore; che la Cometa riceve dal Sole: E che l'intenso calore a cui le Comete nella maggior vicinanza al Sole sono esposte, faccia da loro esalare una quantità di vapori, è la più ragionevol supposizione, massime se consideriamo, che in quelle libere, e vacue regioni, l'esalazioni ascendono più facilmente, che sopra la superfizie della terra, ove sono soppresse, e impedite dal sollevarsi per il peso dell'aria sovrastante; come troviamo nelle sperienze fatte co' vasi vuotati d'aria, in cui dopo la rimozione dell'aria, varie sostanze fumeranno, e scaricheranno esalazioni, che prima all'aria scoperta non ne tramandavano punto. La forma delle Comete, nella maniera, che fa un vapore, è sempre nel piano delle sue orbite, ed opposta al Sole, se non che nella sua parte superiore inclina verso le parti, che la

Come-

Cometa ha lasciate nel suo moto; rassomigliando perfettamente al fumo di un carbone ardente, il quale ne ascende a drittura perpendicolare, se il carbone sta fisso, ma s' è in moto, ne sale obbliquamente; declinando dal moto del carbone. Ed oltre questo la forma delle Comete può paragonarsi per un' altro rispetto a questo fumo, che tutti e due sono più densi, e più compatti dal lato convesso, che dal concavo. L' apparenza del capo della Cometa, dopo aver passato il suo perielio, differente da quei, ch' era innanzi, conferma grandemente questa opinione della lor forma; imperciocchè il fumo sollevato da un calore intenso, è più nero, e più grosso, che quando è sollevato da un minore; e secondo ciò il capo delle Comete in qualche distanza dal Sole, osservasi men risplendente, e chiaro dopo il perielio, che innanzi, come se fosse oscurato da un tal fumo più denso.

15. *Le* osservazioni dell' Gevelio su l'atmosfere delle Comete apportano ancora più lume alla stessa opinione; poichè riferisce, che l' atmosfere, spezialmente quelle parti di loro, vicine al Sole, sono notabilmente contratte, in vicinanza del Sole, e di poi nuovamente dilatate.

16. Per dare un' idea più compita di queste forme delle Comete, stabilisce il nostro autore una regola; con cui si possa determinare in qualche tempo, quando il vapore nell' estremità di quelle forme, cominci ad ascender dal capo della cometa. Con questa regola si trova, che non è composta la forma di una Cometa d' un vapore passaggiero, disperso sì tosto, che si è levato, ma ch' è di una lunga durata; mentre quasi tutto il vapore, che levavasi circa il tempo del Perielio dalla Cometa del 1680. continuava ad accompagnarla, ascendendo per gradi, e venendo rinfrancato costantemente da nuova materia; che faceva un' apparenza contigua alla Cometa. Da questo computo si trova, che le forme delle Comete partecipano d' un' altra proprietà dei vapori ascendenti, che quando ascendono con la massima velocità, sono il meno incurvate.

17. La sola obbjezione, che può farsi contra questa opinione, è la difficoltà di spiegare, come una sufficiente quantità di vapori possa esser sollevata dall' atmosfera di una Cometa, a riempiere que' vasti spazj, per li quali si estende talvolta la loro forma Questa il nostro Autore la rimuove col seguente computo: la nostra aria essendo un fluido elastico, come innanzi è stato detto, (*a*) è più densa quì presso alla superfizie della terra, dov' è compressa da tutta l' aria di sopra, che in distanza dalla terra, dove ha un minor peso, che le sovrasta. Io ho osservato, che la densità dell' aria è reciprocamente proporzionale al peso, che la preme. Quindi computa il nostro Autore, a qual grado di rarità l' aria si dee dilatare, secondo questa regola, in un' altezza eguale al semidiametro della terra, e trova, che un globo d' aria, come quella, che noi respiriamo quì su la terra, che abbia un polli-

a Lib. 1. Cap 4. §. 11.

pollice solamente di diametro, se fosse dilatato al grado di rarità, che l'aria dee avere all'altezza accennata, riempirebbe tutta la region de' Pianeti, fino alla sfera di Saturno, e oltre questa. Ora se l'aria in una maggior altezza sarà sempre più infinitamente rarefatta, e la superfizie dell'atmosfere delle Comete è ordinariamente dieci volte incirca così lontana dal centro della Cometa, che la superfizie della Cometa stessa, il vapore, che compone quest'apparenze, può ben supporsi così dilatato, che una moderata quantità di materia può riempier tutto quello spazio, che quelle si vedono occupare. Sebbene per verità l'atmosfere delle Comete essendo grosse, possono difficilmente rarefarsi nella forma, che hanno, a quel grado così grande, che può la nostr'aria nelle medesime circostanze; spezialmente potendo esser tal volta condensate si dalla gravitazion loro nel Sole, che dal gravitare scambievolmente una su l'altra; il che si dimostrerà poi esser' una proprietà universale di tutta la materia. (*a*) Il solo scrupolo, che resta, si è, come la luce possa esser riflettuta tanto da un vapor così raro, che porta questo computo. Per rimuover la difficoltà, osserva il nostro Autore, che la più risplendente di queste forme appena apparisce più brillante, che un tratto di lume Solare trasmesso in una Camera oscura per un buco di un semplice pollice in diametro; e che le più piccole stelle fisse sono visibili per entro a quelle senza alcuna sensibil diminuzione della loro chiarezza.

a Cap. 5.

18. Tutte queste considerazioni mettono fuori di dubbio, che questa è la vera natura delle forme delle Comete. Nulla si ha detto per verità, che spieghi quelle figure irregolari, sotto cui queste forme vien riferito, che talvolta siano comparse; ma poichè niuna di queste apparenze è stata giammai ricordata dagli Astronomi, che al contrario, ne attribuiscono una simile a tutte le Comete, il nostro Autore con gran giudizio diduce tutte queste accidentali rifrazioni dall'intervento delle nuvole, o dalle parti della via Lattea contigue alle Comete. (*b*).

b Nevv. Princ. Phil. Natur. a pag. 509. ad 517.

19. La discussione di quest'apparenze delle Comete ha posta il S. Kav. Is. Nevvton in alcune specolazioni concernenti il lor'uso, che io non posso se non estremamente ammirare, rappresentandoci nel più gran lume immaginabile l'estension della Provvidenza del grand'Autore della Natura, che oltre l'aver forniti il globo della terra, e senza dubbio il rimanente de' Pianeti così abbondantemente d'ogni cosa necessaria per il sostentamento, e la continuazione delle numerose spezie di piante, e di animali, ch'egli ha create, ha provveduto in quà, e in là un numeroso equipaggio di Comete, di gran lunga eccedente il numero de' Pianeti, per rettificar continuamente, e ristorare la loro gradual decadenza, ch'è l'opinione del nostro Autore, concernente se stesse. (*c*) Imperciocchè essendo le Comete sottoposte ad un tal grado ineguale di calore, ora essendone

c Lib. III. pa. 515.

acce-

accese con un grado il più intenso, ed ora appena ricevendo alcun sensibile influsso dal Sole; difficilmente si può supporre, che siano destinate per alcun' uso costante, come li Pianeti. Ora le forme, ch' esse rappresentano, simili in tutto all'altre sorte di vapori, si dilatano secondoche ascendono, e per conseguenza sono a poco a poco disperse, e disciolte per tutta la region de' Pianeti, e quindi non possono, che esser raccolte ne' Pianeti, secondo che passano per le lor' orbite: imperciocchè avendo questi una Potenza di far gravitare tutti li corpi incontro a loro, come nel seguito di questo discorso si proverà; (a) questi vapori saranno in progresso di tempo condotti in questo, o in quell' altro Pianeta, che verrà ad agire più fortemente sopra di loro. E penetrando nell'atmosfere della terra, e d' altri Pianeti, si può ben supporre, che contribuiscano alla rinnovazion della faccia delle cose, in particolare a supplir la diminuzione cagionata nelle parti umide dalla vegetazione, e putrefazione. Imperciocchè li vegetabili sono nutriti dall'umido, e dalla putrefazione convertiti in parti grosse di terra secca; e una sostanza terrestre va sempre a fondo ne' liquori, che si fermentano. onde le parti secche de' Pianeti devono perciò crescer continuamente, e le fluide venir meno, anzi in una sufficiente lunghezza di tempo restar' esauste, se non venga loro supplito per un qualche simile mezzo. Ella è ancora opinione del nostro Autore, che le più sottili, e attive parti dell'aria, da cui principalmente dipende la vita delle cose, sono a noi derivate, e supplite dalle Comete. Tanto son' elleno lontane dall' annunciarci alcuna sciagura, o cosa infausta, cui li naturali timori degli uomini sono così atti a suggerire dall'apparenza di qualche cosa straordinaria, e sorprendente.

(a) Cap. 3.

10. Che queste forme delle Comete abbiano qualche simil uso importante, sembra ragionevole, se consideriamo, che questi corpi non tramandano quei fumi puramente per la lor' approssimazione al Sole; ma sono formati di una tessitura, che li dispone in un modo particolare a fumar' in tal guisa: imperciocchè la terra senza tramandar' alcun simil vapore, si trova più che la metà dell'anno in minor distanza dal Sole, che la Cometa dell'anno 1664. e 1665. quando era nella sua maggior vicinanza ad esso; similmente le Comete del 1682. e 1783. non si accostarono mai al Sole più vicine di Venere, che d'una settima parte incirca, ed erano all'incontro più che d'una metà lontane, quanto n'è Mercurio; pure non lasciavano di formar queste apparenze.

11. Dalla grande approssimazione della Cometa del 1680. il nostro Autore ricava un'altra specolazione: imperciocchè se il Sole ha un'atmosfera intorno a sè, pare che la Cometa menzionata sia discesa quanto basta vicina al Sole, per entrarvi dentro. S'è così, ella dev'essere stata ritardata in parte dalla resistenza, che avrà incontrata; e per conseguenza nella seguente sua discesa al Sole ella

le ella ſe gli accoſterà più, che ora; in queſto modo ella incontrerà una maggior reſiſtenza, e verrà ancora più ritardata. L'evento di che ſarà infine, ch'ella darà nella ſuperfizie del Sole, e ſuppliraſſi con ciò a qualche decreſcimento, che gli può eſſer' accaduto per una lunga emiſſion di luce, o altrimenti. E qualche coſa di ſimile a queſto, conghiettura il noſtro Autore, che poſſa eſſer' il caſo di quelle Stelle fiſſe, che per nuovi gradi di ſplendore ci ſono ſtate viſibili per certo tempo, ſebbene ordinariamente ſono ſparite alla noſtra viſta. Vi ha invero una ſorte di Stelle fiſſe, che appajono, e ſpariſcono in regolari, ed eguali intervalli; una cauſa fiſſa ſi dee quì ricercare: queſte Stelle muovono per avventura intorno al proprio aſſe, come fa il noſtro Sole, (*a*) ed hanno qualche parte del loro corpo più lucida, che l'altra, onde abbiaſi a vedere, quando la parte più lucida è verſo noi, e ſvaniſcano dalla viſta, quando ci rivoltano la parte oſcura.

a Ved. Cap. I. §. 11.

22. Se il Sole diminuiſca realmente come è ſtato quì ſuggerito, è difficile a provare; nondimeno o ſia così, o la terra creſca, o ſia l'uno, e l'altro, è reſo probabile dall'oſſervazion dell'Halley; (*b*) imperciocchè comparando la proporzione, che il tempo periodico della Luna aveva altre volte a quello del Sole, con la proporzione, ch'è al preſente tra di loro, ſi trova, che la Luna è in parte accelerata in riguardo del Sole. Ma ſe il Sole diminuiſce, li periodi de' Pianeti Primarj ſaranno allungati; e ſe la terra creſce, li periodi della Luna raccorciati: come apparirà dal ſeguente Capo, in cui proveraſſi, che la Potenza del Sole, e della terra è il riſultato della medeſima Potenza ripoſta in tutte le lor parti, e che queſto principio di produr gravitazione negli altri corpi è proporzionale alla materia ſolida di ciaſcun corpo.

b Nevv. Princ. Phil. p. 525. 526.

Un computo di tutte le Stelle delle due ſorte, che ſono comparſe negli ultimi 150. anni può vederſi nelle Tranſaz. Filoſ. vol. 29 num. 346.

CAPITOLO V.

Dei Corpi del Sole, e de' Pianeti.

1. IL noſtro Autore dopo aver diſcoperto, che li moti celeſti ſi fanno per una forza eſteſa dal Sole, e dai Pianeti Primarj, ſiegue queſta Potenza nei più profondi riceſſi di queſti corpi ſteſſi, e prova, che la medeſima accompagna le menome particelle, di cui ſono quelli compoſti.

2. Per un preliminare a queſto egli dimoſtra primieramente, che ciaſcun de' corpi celeſti ne attrae il reſto, e tutti li corpi, con un differente grado di forza, ſecondo che la forza dello ſteſſo corpo attraente ſi adopera ſopra gli altri eſattamente in proporzione della quantità di materia nel corpo attratto. (*c*)

c Nevv. Princ. Phil. Lib III. prop. 6.

3. La prima prova, ch'egli ne apporta, è cavata dalle ſperienze fatte ſopra la terra. Si è dimoſtrato di ſopra, che la Potenza, la quale

quale influisce sopra la Luna, è la medesima, che questa quì nella superfizie della terra, e che noi chiamiamo gravità. (a) Ora uno degli effetti del Principio di gravità si è, che tutti li corpi discendono per questa forza dalla medesima altezza in tempi eguali. Di ciò si ha presa già tutta la notizia, essendo stati inventati metodi per dimostrar, che la sola causa, per cui si osserva, che alcuni corpi discendono dalla medesima altezza più presto, che alcuni altri, è la resistenza dell'aria. Tanto abbiamo innanzi riferito, (b) e quindi provato, che li corpi resistendo ad ogni mutazione del loro stato, di quiete in moto, o di moto in quiete, in proporzione della quantità della materia, che contengono; la Potenza, che può muover differente quantità di materia egualmente, dev'esser proporzionale alla quantità. La sola obbjezione sarebbe quì, che si può difficilmente esser certo, se questa proporzione nell'effetto della gravità sopra differenti corpi sia perfettamente esatta, in virtù di queste sperienze; per la ragione, che la gran velocità, con cui cadono li corpi, previene tutta la nostra abilità a determinar' il tempo della loro discesa con tutta la ricercata esattezza. Per rimediar dunque a questo inconveniente, il nostro Autore sostituisce altri più certi sperimenti in luogo di quelli, che si fanno nel cader de' corpi. Il Pendolo è fatto vibrare dal Principio stesso, che fa discender li corpi: essendo la Potenza di gravità, che mette questo, non meno, che gli altri, in moto. Ma se la palla di un pendolo, della stessa lunghezza, che un'altro, fosse più, o meno attratta in proporzion della quantità della materia solida, ch'è nella palla, il pendolo dovrebbe conforme a ciò muover più, o men presto dell'altro. Ora le vibrazioni de' pendoli continuano per una buona pezza di tempo, e il numero delle vibrazioni che fanno, possono facilmente determinarsi, senza sospetto d'errore; cosicchè questo sperimento può portare a quel grado di esattezza, che si vuole; ed il nostro Autore ci assicura di aver esaminate con questo metodo varie sostanze, come oro, argento, piombo, vetro, arena, sal comune, legno, acqua, e frumento; nei quali tutti ha trovato, che non vi era il minor difetto dalla proporzion mentovata, sebbene abbia fatti gli sperimenti in modo, che nei corpi dello stesso peso una differenza nella quantità della loro materia minore, che una millesima parte del tutto, sarebbe stata nondimeno sensibile. (c) Egli apparisce dunque, che tutti li corpi discendono per la Potenza di gravità quì presso alla superfizie della terra, con uno stesso grado di velocità. Noi abbiamo di sopra osservato, che questa discesa è secondo la proporzione di 16. $\frac{1}{12}$ piedi nel primo secondo di tempo dal cominciamento della loro caduta. E' stato ancora osservato, che se qualche corpo, il quale cadesse quì alla superfizie della terra, fosse scagliato in alto all'altezza della Luna, egli scenderebbe di là con lo stesso grado di velocità, con cui è attratta la Luna verso la terra: e perciò la Potenza della terra sopra

a Cap. 3. §. 6.

b Lib. I. Cap. 2. §. 14.

c Nevv. Princ. Phil. Lib. III. prop. 6.

la Luna ſta nella medeſima proporzione alla potenza, che avrebbe ſopra quel corpo alla ſteſſa diſtanza, come la quantità di materia nella Luna, ſta alla quantità, che foſſe in quel corpo.

4. Così l'aſſerzione propoſta è provata nella terra; che la Potenza della terra ſopra di ogni corpo, ch'ella attrae, ſia alla medeſima diſtanza dalla terra, proporzionale alla quantità della materia ſolida, ch'è nel corpo attratto. Quanto al Sole, è ſtato dimoſtrato, che la Potenza della ſua azione ſopra uno ſteſſo Pianeta Primario è reciprocamente in proporzion duplicata della diſtanza; e che la Potenza del Sole diminuiſca per tutto nella medeſima proporzione, il moto delle Comete, che traverſano tutta la region de' Pianeti, lo teſtifica. Queſto prova, che ſe qualche Pianeta foſſe rimoſſo dal Sole a qualſiſia altra diſtanza, il grado della ſua accelerazione verſo il Sole pur reſterebbe reciprocamente in proporzion duplicata della ſua diſtanza. Ma egli è ſtato ancora dimoſtrato, che il grado di accelerazione, che dà il Sole a ciaſcun Pianeta, e reciprocamente in una proporzion duplicata della ſua diſtanza. Il che tutto combinate inſieme mette fuori di dubbio, che la Potenza del Sole ſopra ciaſcun Pianeta, rimoſſo nel luogo di qualunque altro, gli darebbe la ſteſſa velocità di diſceſa, che deſſe all'altro; e in conſeguenza, che l'azion del Sole ſopra differenti Pianeti, alla medeſima diſtanza, ſarebbe proporzionale alla quantità di materia, ch'è in ciaſcuno. E' ſtato di più dimoſtrato, che il Sole attrae li Pianeti Primarj, e li lor riſpettivi Secondarj, quando ſono nella medeſima diſtanza, in maniera di comunicar'ad entrambi lo ſteſſo grado di velocità; e perciò la forza, con cui opera il Sole ſu li Pianeti Secondarj, ſta nella ſteſſa proporzione alla forza, con cui alla medeſima diſtanza attrae li Primarj, come la quantità della materia ſolida nel Pianeta Secondario ſta alla quantità della materia, ch'è nel Primario.

5. E dunque provata queſta proprietà d'ambe le ſorte di Pianeti, riſpetto al Sole. E per tanto il Sole poſſede una qualità, che trovaſi nella terra, di agire ſu'corpi in un grado di forza proporzionale alla quantità di materia, ch'è nel corpo, che riceve l'influſſo.

6. Che la Potenza di attrazione, di cui ſono dotati gli altri Pianeti, ſia differente da quella della terra, ſi può difficilmente ſupporlo, ſe noi conſideriamo la ſomiglianza, che paſſa tra queſti corpi; e che non ve n'abbia a queſto riguardo, ſi prova ancora co' Satelliti di Saturno, e di Giove, che ſono attratti dal lor riſpettivo Primario, ſecondo la ſteſſa legge, val'a dire, nella ſteſſa proporzion' alle loro diſtanze, che ſono li Primarj attratti dal Sole; coſicchè quanto ſi è conchiuſo del Sole, riſpetto a' Pianetti Primarj, può di queſti giuſtamente conchiuderſi riſpetto a' lor Secondarj, e in conſeguenza di queſto, riſpetto a tutti gli altri corpi, ch' eſſi attirano ciaſcun corpo in proporzion della quantità di materia ſolida, che eſſo contiene.

7. Quindi ne ſegue, che queſt' attrazione ſi eſtende e ciaſcuna

par-

particella di materia nel corpo attratto; e che non vi è alcuna, qualsisia porzion di materia esente dall' influsso di questi corpi, a cui abbiamo provato, che questa Potenza attrattiva appartenga.

8. Prima, che ci avanziamo più oltre, potiamo quì rimarcare, che questa Potenza attrattiva del Sole, e dei Pianeti di già apparisce, che sia totalmente della stessa natura in tutti, imperciocchè ella opera in tutti nella stessa proporzione alla distanza, e nella stessa maniera sopra ciascuna particola della materia. Questa Potenza dunque nel Sole, e ne' Pianeti non è di una natura differente da questa Potenza nella terra; che si è già provata la stessa, che quella noi chiamiamo Gravità. (*a*)

a Cap. 3. §. 6.

9. E questa ci apre una via da provare, che la Potenza attrattiva posta nel Sole, e nei Pianeti, appartiene ancora a cadauna parte di essi; e che le loro Potenze rispettive sopra il medesimo corpo sono proporzionali alla quantità della materia, di cui sono eglino composti; per esempio, che la forza, con cui la terra attrae la Luna, sta alla forza, con cui la medesima è attratta dal Sole alla stessa distanza, come la quantità della materia solida, che si contien nella terra, stassi alla quantità contenuta nel Sole. (*b*)

b Nevvt. Princ. Phil. Lib 3. prop 7. coroll. 1.

10. La prima di quest'asserzione è una evidente conseguenza dell' altra. Prima di passar' alla prova, bisogna dimostrar, che la terza Legge del moto, che fa l'azione, e la riazione eguali, ha luogo in queste Potenze attrattive. La più rimarcabil forza attrattiva, dopo la Potenza di Gravità, è quella, per cui opra la calamita attrae il ferro. Ora se una calamita si ponga su l'acqua; e sia sostentata da qualche sostanza particolare, da un legno, o corteccia d'albero, cosicchè ella vi stia nuotando; e se un pezzo di ferro vi si faccia similmente star' a gala dell' acqua; sì tosto, che le calamita comincerà ad attrarre il ferro, questo muoverà verso quella, ed ella muoverà verso il ferro, e quando s' incontrano, si arresteranno l' un l' altro, e resteranno attaccati insieme senza alcun moto. Ciò prova, che le velocità, con cui s' incontrano, sono reciprocamente proporzionali alla quantità della materia solida, ch' è in cadaun corpo; e che la calamita attraendo a sè il ferro, ne riceve ella stessa altrettanto di moto, prendendo questa parola in senso Filosofico rigoroso, (*c*) quanto ella ne comunica al ferro; imperciocchè fu dichiarato di sopra, esser' un' effetto della percossa di due corpi, che s' eglino s' incontrano con velocità reciprocamente proporzionali a' rispettivi corpi, saranno arrestati dal concorso, se non se la loro elasticità li metta in un nuovo moto: ma se incontransi con qualche altra velocità, riterranno qualche moto, dopo l' incontro. (*d*) L' ambra, il vetro, la cera spagna, ed altre sostanze acquistano per istroffinamento una Potenza, che per esser rimarcabile particolarmente nell' ambra, è detta elettrica. Con questa Potenza, durante qualche tempo dopo lo stroffinamento, attraggono a sè de' corpi leggieri, se sono portati

c Vid. Lib. 1. Cap 1. §. 25.

d Ibid. §. 6. e 6.

entro la Sferà della loro Attività. Dall'altra parte Mr. Boyle ha trovato, che se un pezzo d'ambra sospendasi da una cordella in una perpendicolar positura, ella stessa sarà portata verso il corpo, su'l qual'è stata fregata, se questo corpo le sarà posto vicino. Così nella calamita, come ne' corpi elettrici noi ascriviamo ordinariamente la Potenza ad un corpo particolare, la cui presenza noi troviamo necessaria per produrre l'effetto. La calamita, ed un pezzo di ferro attireranno l'un l'altro, ma in due pezzi di ferro non si osserva ordinariamente alcun tal'effetto: noi chiamiamo dunque questa Potenza attrattiva la Potenza della calamita: sebbene vicino alla calamita due pezzi di ferro ancora si attireranno l'un l'altro. In simil guisa lo strofinamento dell'ambra, del vetro, o di altri simili corpi, fin'a tanto, che comincino a riscaldarsi, essendo necessario per produr qualche azione tra questi corpi, ed altre sostanze, noi ascriviamo la Potenza elettrica a questi corpi Ma in tutti questi casi a parlare correttamente, e a non estender oltre a quello che vediamo, il senso delle nostre espressioni, noi potiamo dir solamente, che la vicinanza della calamita, e di un pezzo di ferro è accompagnata da una Potenza, da cui sono spinti l'un verso l'altro, la calamita, e il ferro; e che lo strofinamento de' corpi elettrici fa nascer'una Potenza, onde questi corpi, ed altre sostanze scambievolmente si attraggono. Così noi dobbiamo intender'ancora nella Potenza della gravità, che due corpi vengono ad avvicinarsi uno all' all'altro per l'azion di questa Potenza. Quando il Sole attrae un Pianeta, il Pianeta ancora attrae il Sole; ed il moto, che riceve il Pianeta dal Sole, sta al moto che il Sole stesso riceve, come la quantità della materia solida nel Sole sta alla quantità della stessa nel Pianeta. Sin'ora per cagione di brevità, in parlando di queste forze, le abbiamo generalmente ascritte al corpo, che meno mosso, come quando chiamiamo la Potenza attrattiva del Sole, quella, che agisce tra il Sole, ed un Pianeta; ma a parlar correttamente, noi dovremmo piuttosto chiamarla in tutti li casi la forza, che agisce tra il Sole, e la terra, tra il Sole, e Giove, tra la terra, e la Luna, &c. imperciocchè tutti e due li corpi sono mossi da una Potenza, che opera tra di loro, nella stessa maniera, che quando due corpi sono legati insieme da una cordella, se questa cordella o inumidita, o altrimenti venga a restringersi, e con ciò li corpi abbiano ad approssimarsi, ella comunicherà ad ambedue lo stesso grado di moto, e li farà accostarsi insieme con velocità reciprocamente proporzionali ai rispettivi corpi. Da questa scambievole azione tra il Sole, e li Pianeti ne segue, com'è stato innanzi osservato. (a) che il Sole, e li Pianeti muovono ciascun' intorno al lor comun centro di gravità. H rappresenti il Sole (nella fig. 108) B un Pianeta, C il lor comun centro di gravità. Se questi corpi fossero un tempo in quiete, per la loro scambievole attrazione si approssimerebbero

a Cap. 2. §. 8.

bero l'uno all'altro con tali velocità, che il lor comùn centro di gravità resterebbe in quiete, e li due corpi infine s'incontrerebbero in questo punto. Se il Pianeta B ricevesse un'impulso, come nella direzione della linea B, questo impedirebbè li due corpi dal concorrer' insieme, ma il lor comun centro di gravità sarebbe portato in moto nella direzione della linea C F equidistante da B E. In questo caso il Sig. Kav. If. Nevvton prova, (a) che il Sole, e il Pianeta descriverebbero intorno il loro comun centro di gravità orbite similari; nel mentre il centro procederebbe con un moto uniforme su la lineà C F; e così il sistema de' due corpi muoverebbe tutto col centro di gravità senza fine. Ma per trattenere il sistema in un medesimo luogo, sarebbe necessario, che quando il Pianeta ricevesse il suo impulso nella direzione B E, il Sole ancora ne ricevesse un'altro per la parte opposta, talchè il centro di gravità C si arrestasse senza alcun moto; imperciocchè se questi cominciassero una volta a muoversi, senza dar' alcun moto al loro comun centro di gravità, questo rimarrebbesi mai sempre fisso.

a Nevvt. Princ. Lib. I. prop. 63.

11. Con questo può intendersi, in qual maniera l'azione tra il Sole, e li Pianeti è scambievole. Ma noi dimostrammo quì innanzi, (b) che la Potenza, la qual'agisce tra il Sole, e li Pianeti, è perfettamente della stessa natura con quella, che agisce tra la terra, e li corpi nella sua superfizie, o tra la terra, e le sue parti, e con quella, che agisce tra li Pianeti Primarj, e li loro Secondarj; dunque tutte queste azioni debbono ascriversi alla stessa causa. (c) Egli è stato altresì provato, che in differenti Pianeti la forza dell'azion del Sole sopra ciascuno di quelli alla medesima distanza, è proporzionale alla quantità della materia solida nel Pianeta; (d) dunque la riazione di ciascun Pianeta sopra del Sole alla medesima distanza, o il moto, che il Sole riceverebbe da ciascun Pianeta, è ancora proporzionale alla quantità della materia nel Pianeta; ch'è quanto dire, che questi Pianeti alla medesima distanza agiranno su lo stesso corpo con gradi di forza proporzionali alla quantità della materia solida di ciascuno.

b §. 8.

c Ved. Introd. §. 23.

d §. 4. 5.

12. In appresso diduce il nostro Autore da ciò, ch'è stato ora provato, quest' altra conseguenza non men sorprendente, ch'elegante; che ciascuna delle particelle, di cui li corpi del Sole; e de' Pianeti sono formati, esercita la sua Potenza di gravitazione con la medesima legge, e nella stessa proporzione alla distanza, che li corpi grandi, che sono da quelle composti. A questo fine egli dimostra primieramente, che se un globo fosse composto di parti, che attraessero quelle di qualche altro corpo reciprocamente in proporzion duplicata delle loro distanze, tutto il globo attirerebbe le stesse in proporzion reciproca duplicata delle loro distanze dal centro del globo; purchè il globo fosse in tutto d'una densità uniforme. (e) E da questo il nostro Autore diduce il rovescio, che se un globo agisce

e Nevvt. Princ. Phil. Lib. 1. prop. 74.

agisce sopra corpi distanti, con la legge testè specificata; e la Potenza del globo nasca dall'esser quello composto di particole attrattive; ciascuna di queste sarà attraente con la medesima proporzione. (a) La maniera di dedur questo, non è spiegata per esteso dal nostro Autore, ma ella si è, come segue. Si suppone, che un globo agisca sopra le particole di un corpo; fuori di esso, costantemente in proporzion reciproca duplicata delle loro distanze dal suo centro, e perciò alla medesima distanza del globo, da qualsisia lato si trovi il corpo, il globo agirà egualmente sopra di lui. Ora poichè se le parti, di cui il globo è composto, agissero sopra quelle di fuori in proporzion duplicata reciproca delle loro distanze, tutto il globo agirebbe sopra di loro nella maniera, ch'egli fa; ne segue, che se le particole del globo non hanno alcune di loro questa proprietà, alcune debbano agir più forte, alcune più debolmente di quel che porta la detta proporzione: e se questa è la condizione del globo, è chiaro, che quando il corpo attratto è in una tal situazione rispetto al globo, che in maggior numero le particole più forti siano più vicine ad esso, sarà il corpo attratto più efficacemente; che quando girando il globo, una maggior quantità delle parti deboli sarà la più vicina al corpo, sebbene la distanza del corpo rimanga la medesima dal centro del globo. Il che è contrario a ciò, ch'è stato da principio osservato, che il globo da tutti li suoi lati opera con la medema forza alla stessa distanza. Quindi apparisce, che nissun'altra costituzione del globo si può accordare con questo.

a Ibid. coroll. 3.

13. Da queste proposizioni si raccoglie ancora, che se tutte le parti di un globo attirano tutte le parti di un'altro nella proporzione tante volte menzionata, il globo attraente agirà sopra l'altro nella stessa proporzione alla distanza tra il centro del globo, che attrae, e il centro di quel, ch'è attratto; (b) e dippiù, che questa proporzione tiene ancora, sebbene o un de' globi, o tutti, e due siano composti di parti dissimilari, alcune più rade, altre più dense; purchè solamente tutte le parti dello stesso globo egualmente distanti dal centro siano omogenee. (c) E ciò ancora, se due globi si attraggono scambievolmente l'un l'altro. (d) Il che tutto mette fuori di contraddizione, che questa proporzione ha luogo, con tanta esattezza appresso, o in vicinanza della superfizie de' globi attraenti, quanto alle maggiori distanze da essi loro.

b Lib. 1. prop. 75. & Lib. 3. prop. 8.

c Lib. 1. prop. 76.

d ib. coroll. 5.

14. Così il nostro Autore, senza una pomposa profunzione di spiegar la cagione della gravità, vi ha fatto un passo importantissimo, dimostrando, che questa Potenza ne' corpi maggiori dell'Universo deriva dalla medesima Potenza posta in ciascuna particola della materia, che li compone; e in conseguenza, che questa proprietà non è men, che universale a qualunque materia, sebben questa Potenza sia troppo piccola per produrre qualche visibil'effetto su' piccioli corpi, tra' quali noi siamo, mercè la loro scambievol-

azione

azione d'un ſopra l'altro. (a) Nelle Stelle fiſſe in vero non abbiamo una prova particolare, che abbiano queſta Potenza; imperciocchè non abbiamo apparenze per dimoſtrare, che o agiſcano con queſta forza, o ſiano con queſta legge all'altrui azione ſoggette. Ma poichè queſta Potenza ſi trova appartenere a tutti li corpi, ſu' quali ſi eſtendono le noſtre oſſervazioni; e vediamo, ch'ella non e alterata da cangiamento alcuno nella forma de' corpi, ma che gli accompagna coſtantemente in qualunque forma, ſenza diminuzione, reſtando ſempre proporzionale alla quantità della materia ſolida di ciaſcun d'eſſi; una tal Potenza dee dunque ſenza dubbio appartenere univerſalmente a tutta la materia.

15. Ella è dunque queſta una Legge Univerſale della materia, che ſi raccomanda non meno per eſſer'ella così piana, e ſemplice, che per le ſorprendenti diſcoperte, a cui ella ci porta. Con queſto Principio noi conoſciamo il peſo differente, che uno ſteſſo corpo avrà ſu la ſuperfizie del Sole, e di diverſi Pianeti; e col medeſimo noi potiamo giudicare della compoſizione di queſti corpi celeſti, e ſapere la denſità di ciaſcuno; qual'è formato di una più compatta, e qual di una più rara ſoſtanza. Gli averſarj di queſta Filoſofia riflettono quì, ſe caricando queſto Principio con l'appellazione di una qualità occulta, o di perpetuo miracolo, o con altri termini di diſprezzo; queſto ſia baſtante per ritrarci dal coltivarlo: poichè queſta qualità, ch' eſſi chiamano occulta, ci porta a conoſcere tali coſe, che ſarebbe ſtata riputata follìa da ciaſcuno, prima che ſi diſcopriſſero, fino il conghietturare, che le noſtre facoltà aveſſero giammai ad arrivar così lungi.

16. Vediamo, quanto naturalmente ſiegua tutto ciò da' Principj antecedenti in que' Pianeti, chè hanno ſatelliti, moventi intorno a loro. Per mezzo dei tempi, in cui queſti Satelliti formano le loro rivoluzioni, comparati con le loro diſtanze dal ſuo riſpettivo Primario, ſi conoſcerà la proporzione tra la Potenza, con cui un Primario attrae li ſuoi Satelliti, e la forza, con cui un'altro attrae li ſuoi; e la proporzione della Potenza, con cui un Pianeta attrae il ſuo ſecondario, alla Potenza, con cui attrae un corpo nella ſua ſuperfizie, ſi determina comparando la diſtanza del Pianeta ſecondario dal centro del ſuo Primario, con la diſtanza della ſuperfizie di queſto dal centro ſteſſo: e quindi ſi ricava la proporzione tra la Potenza della gravità nella ſuperfizie di un Pianeta, e la gravità, ch'è nella ſuperfizie di un'altro. Per un ſimil metodo di comparar li tempi periodici di un Pianeta Primario intorno al Sole, con la rivoluzione di un Satellite intorno al ſuo Primario, può trovarſi la proporzione della gravità, o del peſo di un corpo ſopra la ſuperfizie del Sole, alla gravità, o al peſo dello ſteſſo corpo ſopra la ſuperfizie del Pianeta, che porta in giro il Satellite.

17. Con queſte ſorte di computo ſi ritrova, che il peſo di uno

stesso corpo, sopra la superfizie del Sole, sarà 23. volte incirca così grande, ch'egli è quì sopra la superfizie della terra, ma 10. volte incirca, quanto sopra la superfizie di Giove; e presso a 19. volte, quanto sopra la superfizie di Saturno. (a)

a Nevv. Princ. lib. 3. prop. 8. corol. 1.

18. La quantità della materia, che compone ciascun di questi corpi, è proporzionale alla Potenza, che hanno sopra d'un corpo ad una data distanza. In questa maniera si trova, che il Sole contiene 1067. volte quanto di materia è in Giove; Giove 158. $\frac{1}{2}$ volte, quanto ve n'ha nella terra; e 2. $\frac{5}{6}$ volte, quanto ve n'è in Saturno. (b) Il diametro del Sole è circa 92. volte il diametro della terra; quel di Giove 9 e quel di Saturno 7. volte incirca.

b Ibid. corol. 2.

19. Comparando la quantità della materia in questi corpi, e le loro grandezze, si trova, che da' loro diametri si deducono realmente le loro densità rispettive: essendo la densità di ciascun corpo misurata dalla quantità della materia, contenuta sotto una fresca mole, com'è stato di sopra rimarcato. (c) Così trovasi, che la terra è 4. volte e $\frac{1}{4}$ più densa di Giove; Saturno ha una densità tra $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$ di quella di Giove; ma il Sole ha una quarta parte solamente della densità della terra. (d) Dal che il nostro autore ricava questa considerazione; che il Sole è rarefatto dal suo gran calore, e che dei tre Pianeti nomati il più denso è più vicino al Sole, che il più raro; siccome era ragionevole l'aspettare, che li corpi più densi ricercassero maggior calore, per agitar' e metter' in moto le loro parti; ma al contrario li Pianeti, che sono più rari, sarebbero stati resi inutili al lor'uffizio, se fossero stati esposti al calor dei più densi. Così l'acqua de' nostri Mari, rimossa che fosse alla distanza di Saturno dal Sole, rimarrebbesi in un perpetuo agghiacciamento; e s'ella fosse vicina al Sole, quanto Mercurio, non sarebbe, che continuamente bollire. (e)

c Lib. 3. Cap. 4. §. 2.

d Ibid. corol. 2.

e Ibid.

20. Le densità dei tre Pianeti Mercurio, Venere, e Marte, che non hanno Satelliti, non possono assegnarsi espressamente; ma da quello si trova negli altri, è probabilissimo, ch'essi pure abbiano una tal differenza di gradi in densità, che universalmente il Pianeta più vicino al Sole, sia fatto d'una sostanza più fissa.

CAPITOLO VI.

Delle Parti fluide dei Pianeti.

QUesto globo, che noi abitiamo, è composto di due parti, di terra solida, che ci dà il fondamento, per sostentarvici' e di Mari,

Mari, ed altre acque, che somministrano le pioggie, e li vapori necessarj per render la terra fruttifera, e produttiva di quello, che si ricerca per lo sostentamento della vita. E che la Luna, sebbene Pianeta Secondario, sia composta in somigliante guisa, generalmente si crede, per li differenti gradi di luce, che appariscono nella sua superfizie; supponendosi fluide le parti del Pianeta, che riflettono una luce debole, ed imbeonsi de' raggj del Sole, mentre più copiosamente il riflettono le parti solide. Alcuni invero non riconoscono per concludente quest' argomento; ma che si possano distinguere, o no le parti fluide dal resto nella superfizie della Luna, nondimeno è probabilissimo, che vi si dia una tal differenza di parti, e con più di ragione ancora potiamo ascriver lo stesso agli altri Pianeti Primarj, che rassomigliano ancora più la nostra terra. Questa è ancora circondata da un' altro fluido, ch'è l'aria; e abbiamo già rimarcato, che probabilmente il resto de' Pianeti è circondato da qualche cosa di simile. Queste parti fluide in particolare impegnano l'attenzione del nostro Autore, e per la ragione di alcune rimarcabili differenze particolari ad esse, e per certi effetti ancora, ch' esse fanno sopra tutti li corpi, a cui appartengono.

2. E' stato di già trattato de' fluidi in generale, per rapporto all' effetto, che fanno su li corpi solidi moventi per entro ad essi, (a) ora dobbiamo considerarli per rapporto all' operazione della Potenza di gravità sopra di loro. Da questa Potenza son' eglino resi pesanti, come tutti gli altri corpi, in proporzione della quantità di materia, che in essi è compresa. E in ogni quantità di un fluido, le parti di sopra premono quelle di sotto, quanto un corpo solido preme un' altro, su cui giace. Ma io considererò quì particolarmente un'effetto della pressione de' fluidi su'l fondo del vase, entro a cui son contenuti. La forza sostenuta dal fondo di un tal vase non è semplicemente il peso della quantità del fluido nel vase; ma è eguale al peso di quella quantità del fluido, che sarebbe contenuta in un vase dello stesso fondo, e di una larghezza eguale per tutta l'estension del vase, quando questo fosse riempito alla medesima altezza, che quella, a cui è riempito il vase proposto. Supponete, che l'acqua contenuta nel vase A B C D (fig. 109.) lo riempia all'altezza E F. Quì egli è manifesto, che se una parte del fondo, come G H, ch'è direttamente sottoposta a qualche parte dello spazio E F, si consideri separatamente, apparirà insieme, che questa parte sostiene il peso di tanto fluido, quanto perpendicolarmente le sta di sopra all' altezza di E F; cioè a dire, menandosi le due perpendicolari G I, ed H K; la parte G H del fondo sostenterà tutto il peso del fluido rinchiuso tra queste due perpendicolari. E dippiù, io dico, che ogni altra parte del fondo egualmente larga, che questa, sosterrà pure un' egual pressione. La parte L M sia supposta della stessa larghezza, che G H. Quì menandosi le perpendicolari L O, ad M N, la

(a) Lib. 1.

quantità dell' acqua contenuta tra queste perpendicolari non è sì grande, che quella contenuta tra le perpendicolari G I, ed H K; ciò non ostante, io dico, che la pressione sopra L M sarà eguale a quella sopra G H. Ciò apparirà dalle seguenti considerazioni. Egli è evidente, che se fosse rimossa la parte dal vase tra O, ed N, l'acqua incontinenti ne scorrerebbe fuori, e si abbasserebbe la superfizie E F; imperciocchè essendo tutte le parti dell'acqua egualmente gravi, ella deve immantinenti comporsi a nivello, se non ne sia impedita dalla forma del vase, che la contiene. Dunque poichè all'acqua non è permesso il levarsi dal lato N O del vase; egli è manifesto, ch' ella premerà contro N O con qualche grado di forza. E con altre parole, l'acqua tra le perpendicolari L O, ed M N fa sforzo per estendersi con un certo grado di forza; o parlando più giusto, l'acqua ambiente preme questa colonna, e rende a farla crescer ad una maggior lunghezza. Ma poichè questa colonna d'acqua è sostenuta tra N O, ed L M, ciascuna di queste parti del vase sarà egualmente premuta dalla Potenza, con cui questa colonna fa sforzo per estendersi. In conseguenza L M sostiene questo sforzo oltre il peso della colonna d'acqua tra L O, ed M N. Per conoscer' il grado di questa forza espansiva, sia rimossa la parte O N del vase, e si prolunghino le perpendicolari L O, ed M N; indi per mezzo di un cannello piantato sopra N O, l'acqua s' infonda tra queste perpendicolari fino a P Q altezza eguale ad E F. Quì l'acqua tra le perpendicolari L E, M Q è di un altezza eguale a quella della superfizie più alta dell' acqua nel vase; dunque l'acqua nel vase non può con la sua pressione forzarla a salir più alto, nè questa colonna abbassarsi; perchè se ciò fosse, si elevarebbe l'acqua nel vase ad un'altezza maggiore, che l'altra. Ma quindi egli segue, che il peso dell'acqua contenuta tra P O, e Q N è una bilancia giusta alla forza, con cui la colonna tra L O, ed M N procura di estendersi. Così la parte L M del fondo, che sostien questa forza, e il peso dell'acqua tra L O, ed M N, è premuta da una forza eguale al peso unito dell'acqua tra L O, ed M N; e di quella tra P O, e Q N: val'a dire, ella è premuta da una forza eguale al peso di tutta l'acqua contenuta tra L P ed M Q. E questo peso è eguale a quello dell'acqua contenuta tra G I, ed H K, ch'è il peso sostenuto dalla parte G H del fondo. Ora ciò verificandosi di ciascuna parte del fondo D C, egli è evidente, che se un'altro vase R S T V si faccia d'un fondo eguale al fondo B C, e sia per tutta la sua altezza d' una medesima larghezza, quando questo vase si riempia d'acqua così alto, che n'è riempito il vase A B C D, li fondi di questi due vasi saranno da una egual forza premuti. Se il vase fosse più largo alla sommità, che al fondo, è manifesto, che il fondo sosterrà la pressione di tanto fluido, quanto ve n' ha perpendicolarmente sopra di esso, e li lati del vase sosterranno il resto. Questa proprietà de' fluidi è un corollario d' una propos. del nostro

auto-

autore; (a) d'onde ancora egli diduce gli effetti della pressione de' fluidi su li corpi, che in quelli si trovano: e sono, che ciascun corpo più grave d'un fluido, andrà a fondo del vase, in cui si contiene il fluido; e nel fluido peserà quanto il proprio peso eccede quello d' una quantità eguale del fluido; un corpo, che non si può comprimere, della stessa densità, che il fluido, resterà ovunque si ponga nel fluido, senza patir la minima mutazione o nel luogo, o nella figura dalla pressìon di un tal fluido, e non vi sarà più alterato, che le parti stesse del fluido. Ma ogni corpo, di minor densità del fluido, nuoterà nella superfizie di questo, e una parte solamente ne verrà ricevuta dentro il fluido. La qual parte sarà egual nella mole ad una quantità del fluido, il cui peso sia eguale al peso di tutto il corpo; imperciocchè in tal modo le parti del fluido sotto al corpo soffriranno un'egual pressione a quella, cui sostiene ogni altra parte del fluido, tanto sotto della superfizie, quanto son queste.

a Lib. 2. prop. 2. corol. 2.

3. In appresso, per rapporto all'aria, noi abbiamo fatta menzione di sopra, com'essendo l'aria, che circonda la terra, un fluido elastico, la Potenza della gravità farà sopra di lei quest'effetto, che le parti più basse verso la superfizie della terra, siano più compatte, e compresse insieme dal peso dell'aria, che le sovrasta, che le parti più alte, le quali sono premute da una minor quantità d'aria, e perciò sostengono un minor peso. (b) E' stato ancora osservato, che il nostro autore ha stabilita una regola per computar'il grado esatto della densità nell'aria a tutte le altezze dalla terra. (c) Ma quì è da considerarsi distintamente un'altro effetto, che nasce dall' esser l'aria premuta dalla Potenza di gravità. Essendo l'aria elastica, e in uno stato di compressione, ogni corpo tremolante propagherà il suo moto per l'aria, e vi eccitera vibrazioni, che diffondendosi da questo corpo, si estenderanno a grandi distanze. Questa è la causa efficiente del suono; imperciocchè questa sensazione è prodotta dall'aria, che conforme le sue vibrazioni, percuote l'organo dell'udito. Come questa materia era estremamente difficile, così il successo del nostro grande Autore è maraviglioso.

b Cap. 4. §. 17.
c ibid.

4. Io m'ingegnerò di spiegar'alquanto diffusamente la sua dottrina su quest'articolo. Ma antecedentemente a questo si dee dimostrare ciò, che in generale egli ha esposto della pressione propagata per gli fluidi, e ciò ancora, ch'egli ha provato intorno a quel moto simile all'onde, che si vede su la superfizie dell'acqua, allorchè resta agitata dal gettarvi dentro qualche cosa, o dal moto reciproco di un dito, ec.

5. In ordine alla prima di queste cose, egli è provato, che la pressione diffondesi per gli fluidi non solo avanzando a drittura in linee rette, ma ancora lateralmente, pressocchè con una stessa forza, e facilità. Del che si propone un'esempio comune nello sperimento; ch'è di agitar la superfizie dell'acqua con un moto reci-

proco del dito innanzi, e indietro solamente; imperciocchè sebbene il dito non le dia alcun moto circolare, pure le onde eccitate nell'acqua, si diffonderanno da ciascun lato della direzione del moto, e circonderanno il dito ben tosto. Nè quello, che osserviamo ne' suoni, è differente da questo, che non si avanzano solo in linee rette, ma odonsi, quantunque una montagna vi sia frapposta, è quando entrano in una camera per una parte di essa, si spargono per tutti gli angoli; nè già per riflessione dalle muraglie, come alcuni si sono immaginati, ma per quanto il senso può giudicare, direttamente dalla parte, per cui entrano.

6. Come le onde vengano ad eccitarsi nella superfizie di un'acqua stagnante; si può concepire così. Supposta in qualche luogo l'acqua elevata sopra del resto in forma di una piccola collinetta, l'acqua immediatamente si abbasserà, e farà levarsi quella, che la circonda, sopra il nivello delle parti più rimote, a cui il moto non può esser comunicato per più lungo tempo. E dippiù l'acqua col profondarsi acquisterà, come tutti li corpi in cadendo, una forza, che la porterà più in giù del nivello della superfizie, finchè infine la pressione dell'acqua ambiente prevalendo, ella si alzerà di nuovo, e ciò con forza eguale a quella, con cui discendeva, che la porterà ancora sopra il nivello. Ma frattanto l'acqua ambiente, prima innalzata, calerà, come quella faceva, profondandosi sotto al nivello; e così facendo, non solo si leverà l'acqua, che prima abbassavasi, ma quell'ancora appresso, ch'è fuori di essa. Cosicchè al presente oltre la prima collinetta, avremo un'annello, che la circonda, a qualche distanza pur' elevato sopra il piano della superfizie, e tra di loro l'acqua s'abbaserà sotto il rimanente della superfizie. Dopo di questo, la prima collinetta, e la nuova formata intorno a guisa d'annello, discenderanno, elevandosi l'acqua tra di loro, che prima era depressa, e così pure la parte aggiacente della superfizie di fuori. Così verranno a spargersi successivamente quelle onde in forma d'annelli un fuori dell'altro. Imperciocchè come la collinetta profondandosi produce un'annello, e questo cadendo fà sorger la collinetta, ed un secondo annello; così la collinetta, ed il secondo annello profondandosi insieme, sorgono il primo, ed un terzo annello; indi questo primo, ed il terzo annello abbassandosi, sorgono la prima collinetta, il secondo, ed un quarto annello; e così di continuo, finchè il moto per gradi si estingue. Ora egli è dimostrato, che questi annelli ascendono, e discendono nella maniera, che fà un pendolo; discendendo con un moto continuamente accelerato finchè restano a nivello con la superfizie piana del fluido, ch'è la metà dello spazio, per cui discendono; ed essendo nuovamente ritardati per que' gradi stessi, ond'erano prima accelerati, finchè restano depressi sotto della superfizie piana, quanto innanzi vi erano al di sopra elevati: egli è ancora dimostrato, che quest' aumentazione, e dimi-

nuzio-

nuzione di velocità si fa co' gradi stessi, che quelli di un pendulo, che scorre per una cicloide, e la cui lunghezza fosse una quarta parte della distanza tra le due onde aggiacenti; e dippiù, che ad ogni annello di nuovo prodotto, ciascuna volta, un pendulo d'una lunghezza quattro volte eguale alla prima, cioè eguale all' intervallo tra le sommità delle due onde, compisce una oscillazione. (*a*)

a *Vid. Nevv. Lib. I. prop.46.*

7. Ora questo ci apre la strada ad intender' il moto susseguente ai tremori dell' aria, eccitati dalle vibrazioni de' corpi risuonanti; il che dobbiamo concepire, che si faccia nel modo seguente.

8. Nella fig. 110 A, B, C, D, E, F, G, H rappresentino una serie di particole dell'aria, a distanze eguali fra di loro: I K L una corda musicale di cui mi servirò per un corpo tremolante, e sonoro, per render' il concetto più semplice, che si può. Supponete questa corda distesa tra li punti I, ed L, e a forza tenuta nella situazione IKL, cosicchè nel suo punto di mezzo K ella divenga contigua alla parte A: poi comincj a ritrarsi da questa situazione premendo contro A, che con ciò sarà posto in moto verso B; ma le parti A, B, C essendo equidistanti, la Potenza elastica, per cui B fugge A, eguaglia la Potenza, con cui egli scappa da C, e da questa vien bilanciata: dunque la forza elastica, onde B è respinto da A, non porrà B in alcun grado di moto, finchè A è portato dal moto della corda più vicino a B, di quel che B è a C, ma tosto, che ciò sia fatto, la parte si resterà mossa verso C, e fatta approssimarsi a C, farà muover' anche questa; la quale con questo avanzamento similmente metterà in moto D; e così seguitando; dunque la parte A essendo mossa dalla corda, le parti seguenti dell'aria B, C, D ec resteranno successivamente mosse. In oltre, se il punto K della corda muove innanzi con una velocità accelerata, talche la parte A muova contro B di un passo avvanzante, e guadagni terreno a questa, approssimandosi sempre di vantaggio, A coll'approssimarsi premerà più contro B, e le darà ancora più della velocità, per la ragione, che quanto diminuisce la distanza tra le parti, tanto cresce la Potenza elastica, per cui si fuggono una l'altra. Quindi la particola B non men, che A, avrà il suo moto accelerato per gradi, e in questa maniera si approssimerà sempre più a CE, per la stessa cagione C si approssimerà sempre più a D; e così delle altre. Ora supponete, poichè l'agitazione di queste particole si è dimostrato, ch' è successiva, e che segue una l'altra, ch' E sia la più lontana particola, che vien mossa, nel mentre la corda muove dalla sua situazion curva I K L, a quella di una linea retta, come IKL; ed F la prima, che rimane senza moto, ma solo in punto di esser mossa lei pure. Allora le particole A, B, C, D, E, F, G, quando il punto K è mosso in K, avranno acquistata la disposizione, rappresentata dai punti aggiacenti a, b, c, d, e, f, g, in cui *a* è più vicino a *b*, che *b* a *c*, e *b* più vicino a *c*, che *c* a *d*, e *c* più vicino a *d*, che *d* ad *e*, e *d* più vicino ad *e*, ch' *e* ad *f*, e finalmente *e* più vicino ad *f*, che *f* a *g*.

9 Ma

9. Ma avendo poi la corda ricuperata la sua situazion rettilinea IKL, ne verrà alterato il moto, che indi ne segue; imperciocchè il punto K, il quale prima avanzava con un moto sempre più accelerato, sebben con la forza, che ha acquistata, continuerà a muover dello stesso modo, che innanzi, finchè sia avanzato pressocchè tanto innanzi, quanto era prima rimosso indietro; ciò non ostante il moto di esso resterà da quì in poi diminuito. L'effetto di questo su le particole a, b, c, d, e, f, g sarà, che quando la corda si sarà il più lungi avanzata, e sarà per tornar indietro, queste particole si troveranno collocate in una contraria disposizione; cosicchè *f* sarà più vicina a *g*, che *e* ad *f*; ed *e* più vicina ad *f*, che *d* a *e*; e così delle altre, finchè arriviate alle prime *a*, *b*, la cui distanza sarà allora o prossimamente, o del tutto quella di prima. Il che tutto si farà più palese nel modo, che segue. La distanza di presente tra *a* e *b* è tale, che la Potenza elastica, con cui *a* rispinge *b* è abbastanza forte, per conservar questa distanza, sebbene *a* avanza con la velocità, con cui la corda riassume la sua figura retta, ed il moto della particella *a* essendo di poi più lento, l'elasticità presente tra *a*, e *b* sarà più di quella, ch'è sufficiente per conservar la distanza fra di loro. Dunque nel mentre quest'accelera *b*, ritarderà *a*. La distanza *bc* diminuirà sempre, finchè *b* divenga incirca così prossima a *c*, che quella al presente lo è ad *a*; imperciocchè dopo, che le distanze *ab*, *bc*, sono rese eguali, la particella *b* continuerà nella sua velocità superiore a quella di *c*, per la sua potenza d'inattività; finchè l'aumento di elasticità fra *b*, e *c* maggiore, che fra *a*, e *b*, sopprima il suo moto; imperciocchè come la potenza d'innattività in *b* fa necessaria una maggior'elasticità dal canto di *a*, che dal canto di *c* per far'avanzare *b*, così quello, che di moto *b* ha acquistato, lo conserverà per la stessa potenza d'innatività, finchè venga soppresso da una elasticità maggiore dal canto di *c*, che dal canto di *a*. Ma sì tosto, che *b* comincia a rallentar'il passo, la distanza di *b* da *c* si dilaterà, quantò era prima la distanza *ab*. Ora come *a* agisce sopra di *b*, così farà *b* sopra *c*, *c* sopra *d*, ec., talchè le distanze tra tutte le parti, a, b, c, d, e, f, g saranno successivamente ristrette alla distanza di *a* da *b*, e quindi di nuovo dilatate. Ora perchè il tempo, in cui la corda descrive questa metà presente della sua vibrazione è incirca eguale a quello, ch'ella metteva in descriver la prima; le parti *a*, *b* staranno tanto in dilatar la loro distanza, quanto prima in accorciarla, e ritorneranno prossimamente alla loro primiera distanza. E dippiù, le parti *b*, *c*, che non cominciano ad approssimarsi sì tosto, che *a*, *b*, stanno incirca altrettanto, prima di cominciar'a scostarsi, e così le parti *c*, *d*, le quali cominciando ad approssimarsi dopo *b*, *c*, cominciano ancora a separarsi dopo. Quindi apparisce, che le parti, la cui distanza cominciò a diminuirsi, quando quella di *a*, *b* primieramente cresceva, cioè le parti *f*, *g* sarebbero incirca

circa alla loro più vicina distanza, quando a, e b avessero ricuperato il loro primo intervallo. Così le parti a, b, c, d, e, f, g avranno cangiata la loro prima situazione nella maniera, che si è asserito. Ma in oltre, come le parti f, g, o F, G, si approssimano per gradi un' all' altra, muoveranno pure per gradi le parti succedenti a tanta distanza, che hanno fatto le parti A, B per una simil' approssimazione. Cosicchè quando la corda abbia fatto il suo più grande avvanzamento, arrivata alla situazione I K L, le parti per essa mosse avranno la disposizione segnata dai punti α, β, γ, δ, ε, ζ, η, ϑ, λ, μ, ν, ξ; dove α, β, sono alla distanza originale delle parti nella linea A H; ζ, η sono le più vicine di tutte, e la distanza η ξ è eguale a quella fra α, e β.

10. Nel tempo, che la corda I K L comincia a ritornare, e la distanza tra le parti α, β ad estendersi alla sua grandezza originale, α ha perduta tutta quella forza, che aveva acquistata dal suo moto, ora essendo in quiete; e perciò tornerà con la corda, facendo la distanza fra α, e β maggior, che la naturale: imperciocchè β non ritornerà sì tosto, perchè il moto, con cui si avanza, non è ancora soppresso del tutto, non essendo la distanza $\beta\gamma$ ancora dilatata alla sua prima dimensione; ma il ritorno di α, col diminuirsi la pressi on, che nasce dalla sua elasticità, sopra β, farà, che il moto di β sia arrestato in breve tanto dall' azione di γ, e quindi β comincerà a ritornar indietro: al qual tempo la distanza fra γ, e δ dall' azion superiore di δ sopra β sarà allargata alla dimensione della distanza β γ, e perciò incontinenti dopo a quella di α β. Così egli apparisce, che ciascuna di queste parti continua ad avanzar col moto, finchè la sua distanza dalla precedente è eguale alla original sua distanza; mentre tutta la serie α, β, γ, δ, ε, ζ, η, ha un moto d' ondeggiamento, con cui avanza, e ch' è arrestato per gradi dall' eccesso della potenza espansiva delle parti antecedenti sopra quella delle posteriori. Così sono queste parti successivamente arrestate, com' erano per lo innanzi mosse; cosicchè quando la corda ha ricuperata la sua situazion retta d' espansion delle parti d' aria avrà sì lungi avanzato, che l' intervallo ζ η, che al presente è il più ristretto, sarà quindi restituito alla sua natural lunghezza; le distanze fra η, e ϑ, fra ϑ e λ, λ, μ, μ, e ν, ν, e ξ essendo successivamente ristrette alla presente distanza di η da ζ, e di nuovo ampliate, talchè lo stesso effetto sarà prodotto su le parti, al di là di ζ η, per la dilatazione della distanza fra queste due parti, ch' era prodotto su le parti α, β, γ, δ, ε, ζ, η, ϑ, λ, μ, ν, ξ, dall' essersi allargata la distanza $\alpha\beta$ alla sua natural' estensione. E perciò il moto nell' aria si estenderà d' una metà più, che al presente, e la distanza fra ν, e ξ si ristringerà a quella, che al presente è fra ζ, ed η, prendendo tutte le parti dell' aria in moto la disposizione, espressa nella fig. 111. dal punto α, β, γ, δ, ε, ζ, η, ϑ, λ, μ, ν, ξ, π, ρ, σ, τ, φ; in cui le parti da α a ξ hanno le loro

loro diſtanze una dall' altra per gradi diminuite, eſſendo le diſtanze fra le parti ν ξ riſtrette al maggior grado dalla natural diſtanza fra di loro, e la diſtanza α, β, altrettanto aumentata, e quella tra le parti di mezzo ζ, η divenendo egual' alla naturale. Le parti π, ρ, σ, τ, φ, che vengono dietro a ξ, hanno le loro diſtanze per gradi ſempre maggiori, mentre le parti ν, ξ, π, ρ, σ, τ, φ, ſono diſpoſte, come le parti, a, b, c, d, e, f, g, o come le parti ζ, η, ϑ, λ, μ, ν, ξ nella prima figura. Quì ſarà inteſo da ciò, che ſi è innanzi ſpiegato, che le parti ζ η eſſendo nella loro natural diſtanza una dall'altra, la parte ζ è in quiete, mentre le parti ε, δ, γ, β, α, tra d' eſſe, e la corda ſi muovono indietro, e il rimanente delle parti η, ϑ, λ, μ, ν, ξ, π, ρ, σ, τ ſi muove innanzi; ciaſcuna delle parti fra η, ξ movendo più preſto, che quella, che immediatamente la ſegue; ma ciaſcuna di quelle fra ξ, e φ muovendo per l'oppoſto indietro più preſto di quelle, che la precedono.

11. Ma avendo poi la corda ricuperata la ſua figura retta, ſebbene continuerà a rinculare, finchè ritorni alla ſua prima ſituazione I K L, pure, vi ſarà un cangiamento nel ſuo moto; talchè dove ella ritornava dalla ſituazione I K L con un moto accelerato. Del qual cangiamento l'effetto ſù le parti dell' aria ſarà queſto. Come dal moto accelerato della corda, α contigua ad eſſa moveva più preſto di β, onde l'intervallo α β diveniva più grande, che l'intervallo $\beta\gamma$, e quindi β ſimilmente moveva più preſto di γ, e la diſtanza fra β, e γ era reſa maggiore, che la diſtanza fra γ, e δ, e così delle altre, ora il moto di α eſſendo diminuito, β la raggiugnerà, e la diſtanza fra α, e β ſarà ridotta a quella, che al preſente è fra β, o γ, l'intervallo fra β, e γ eſſendoſi allargato alla preſente diſtanza tra α, e β; ma quando l'intervallo fra β e γ, è creſciuto a quello, ch'è di preſente fra α, e β, la diſtanza fra γ, e δ ſarà allargata alla preſente diſtanza fra γ, e β, e la diſtanza fra δ, ed ε alla diſtanza preſente fra γ, e δ, e così del reſto. Ma la corda ſempre più rallentandoſi, la diſtanza fra α, e β ſempre più ſi farà minore, e in conſeguenza di queſto la diſtanza fra β, e γ ſarà di nuovo contratta, prima alla ſua preſente dimenſione, e poi ad uno ſpazio più anguſto; mentre l'intervallo γ δ ſi dilaterà a quello, ch'è al preſente fra α, e β, e toſto, che ſia tanto dilatato, riſtrigneraſſi di nuovo. Così per l'eſpanſione, e contrazione reciproca dell'aria fra α, e ζ per quel tempo, che la corda ha acquiſtata la ſituazione I K L, l'intervallo ζ η ſarà dilatato alla diſtanza preſente fra α, e β; e per queſto tempo ancora la diſtanza preſente di α, da β ſarà riſtretta al naturale intervallo fra queſte parti; imperciocchè queſta diſtanza ſtarà incirca tanto tempo a riſtringerſi, quanto ne aveva impiegato in dilatarſi, poichè la corda ſtarà tanto à ritornar dalla ſua figura retta, quanto è ſtata a ricuperarla dalla ſua ſituazione I,

L. Que-

L. Questo è il cangiamento, che si farà nelle parti fra α, e ζ. Quanto a quelle fra ζ, e ξ, e perchè ciascuna parte antecedente avanza più presto di quella, che immediatamente la segue, la distanza loro sarà successivamente dilatata a quella che al presente è fra ζ ed η. E tosto, che due parti sono arrivate alla lor naturale distanza, quella, che è più di dietro sarà arrestata, e immediatamente dopo ritornerà, essendo la distanza tra le parti ritornanti maggior della naturale. E questa dilatazion di distanza giungerà tanto lungi, per quel tempo, che la corda ritorna alla sua prima situazione IKL, finchè le parti ν ξ si saranno scostate alla loro naturale distanza. Ma la dilatazione di ν ξ farà ristringer l' intervallo φ τ a quello, che di presente è fra ν, e ξ, e la contrazion di distanza fra queste due parti τ, e ψ porrà in agitazione una parte dell'aria, che è al di là, cosicchè quando la corda è ritornata alla situazion IKL, avendo compita un' intera vibrazione, le parti di aria mosse prenderanno la disposizione, esposta dai punti l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, vv, x, y, z, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8; dove l, m sono nella natural distanza delle parti, la distanza m, n è maggiore di l, m, ed n, o maggior di m, n, e così seguitando, finchè arriviate a q, r, la più grande di tutte, e quindi le distanze grado a grado diminuiscono non solo fino alla natural distanza, come vv, x, ma finchè siano contratte, quanto era prima ξ π; il che aviene ai punti 2 3, d'onde le distanze di nuovo crescono, finchè si giunga ad una parte d' aria, che resti intatta.

12. Questo è il moto, in cui l' aria è posta, mentre la corda fa una vibrazione, e tutta la lunghezza dell' aria così agitata nel tempo di una vibrazion della corda, dal nostro Autor' è chiamata la lunghezza di un polso. Quando la corda fa un' altra vibrazione, non solamente continuerà ad agitar l' aria di presente in moto, ma stenderà la pulsazione dell' aria altrettanto più, e per gli gradi stessi di prima. Imperciocchè quando la corda ritorna alla sua situazion retta IKL, l m sarà ristretto alla sua più gran contrazione, q r, che ora è nello stato della sua maggior dilatazione, sarà ridotto alla sua naturale distanza, li punti vv, x, che ora sono nella loro distanza naturale, saranno nella lor più grande distanza; 2, 3, che ora hanno la maggior contrazione, veranno allargati alla distanza loro naturale; e li punti 7, 8 ridotti allo stato più ristretto; e la contrazion loro porterà l' agitazione dell' aria tanto al di là di essi, quanto questo moto era portato dalla corda, quando ella dapprincipio moveva dalla situazione IKL alla sua retta figura. Quando la corda passa alla situazione I κ L, l m ricupererà la sua natural dimensione, q r sarà ridotto al suo stato di massima contrazione, vv x portato alla sua natural dimensione, la distanza 2 3 alla sua ultima lunghezza, e li punti 7, 8 avranno ricuperata la distanza loro naturale; e così restituiti agiteranno l' aria a tanta lunghezza al di là di essi, a quanta ella moveva innanzi di là della corda, quando arrivò primie-

ramente alla situazion I x L. Quando la corda è di nuovo tornata indietro alla sua situazion retta, l m sarà nella sua estrema dilatazione, q r di nuovo rimesso alla sua distanza naturale, vv x ridotto al suo stato della maggior contrazione, 2 3 ricupererà la sua dimension naturale, e 7 8 sarà nel suo stato di massima dilatazione. Col qual mezzo l'aria sarà mossa tanto di là de' punti 7, 8, quanto lo era di là dalla corda, quando prima tornava indietro alla sua retta situazione; imperciocchè le parti 7, 8 sono state cangiate dal loro stato di quiete, e dalla loro naturale distanza in uno stato di contrazione, e quindi sono passate a ricuperare la lor natural distanza, e dopo questo a dilatarla; nella stessa maniera, che le parti contigue alla corda erano prima agitate. In ultimo luogo, quando la corda è restituita alla situazione I K L, le parti di aria da 1 a 8 acquisteranno la loro presente disposizione, e il moto dell'aria si estenderà tanto più oltre. E accadrà il medesimo al fine d'ogni vibrazion della corda.

13. In ordine a questo moto del suono, dimostra il nostro Autore, come si fa a computarne la velocità, o in qual tempo esso giungerà ad una proposta distanza dal corpo sonoro. A questo fine egli ricerca, che si conosca l'altezza dell'aria, che sia d'una stessa densità, che le parti quì alla superfizie della terra, e la qual' equivalesse nel peso a tutta la soprastante atmosfera. Questo è da trovarsi con il barometro, o col termometro comune. In questo stromento sta incluso del mercurio in una canna di vetro vuota, e turata esattamente alla sommità. Il fondo è aperto, ma immerso nel mercurio contenuto in un vase scoperto all'aria. Quando la parte inferior della canna è immersa, si prende mira, che tutta la canna sia piena di Mercurio, e che non vi s'insinui dell'aria. Lo stromento essendosi così disposto, e stando il Mercurio nella canna più alto, che nel Vase, se la sommità di quella si aprisse, il fluido sì tosto precipiterebbe dalla canna di vetro, finchè si trovasse a nivello con quel del Vase. Ma essendo turata la sommità della canna, talchè l'aria, che ha tutta la libertà di premer' il Mercurio nel Vase, non può far nulla su quello, ch'è nella canna, il Mercurio nella canna rimarrà sospeso a tal'altezza, da bilanciar la pressione, che fa l'aria su'l Mercurio del Vase. Egli è quì evidente, che il peso del Mercurio nella canna di vetro equivale alla pressione di tant'aria, quanta ve n' ha di perpendicolare sopra il vuoto della canna; imperciocchè se la canna viene aperta, onde l'aria vi possa entrare, il Mercurio non valerà più a sostener la pressione dell'aria esterna; perchè il Mercurio nella canna, come si è digià osservato, s'abbasserà a nivello con quel di fuori. Quindi dunque se si conosca la proporzione tra la densità del Mercurio, e dell'aria, che respiriamo, potiamo saper qual'altezza di un'aria tale formerebbe una colonna eguale nel peso alla colonna del Mercurio dentro la canna di vetro. Quando il Mercurio è sostenuto nel barometro all'altezza di 30. pollici, l'altezza di

una tal colonna d'aria sarà incirca 29725. piedi; imperciocchè in questo caso l'aria ha incirca $\frac{1}{870}$ della densità dell'acqua, e la densità del Mercurio eccede quella dell'acqua incirca 13½ volte, cosicchè la densità del Mercurio eccede quella dell'aria 11890. volte incirca; e così tante volte 30. pollici fanno 29725. piedi. Ora il K. Is. Nevvton determina, che mentre un pendolo della lunghezza di questa colonna facesse una vibrazione, lo spazio, a cui qualche suono si sarebbe mosso, avrà a questa lunghezza la medesima proporzione, che ha la circonferenza di un circolo al suo diametro, ch'è la proporzione incirca di 355. a 113 (a) Solo considera quì il nostro Autore semplicemente il progresso, che fa il suono nell'aria per gradi di parte in parte nella maniera, che abbiamo spiegata, senza considerar la grandezza di queste parti. E sebbene ricerca tempo per far propagare il moto da una parte all'altra, nondimeno egli si comunica a tutta una stessa parte in un'istante: qualunque proporzione per tanto la grossezza di queste parti abbia alla loro distanza d'una dall'altra, nella stessa proporzione sarà più veloce il moto del suono. Inoltre l'aria, che respiriamo, non è semplicemente composta di parti elastiche, da cui il suono è inviato, ma in parte di vapori, che sono d'una natura differente; e nel computare il moto del suono dobbiamo trovar l'altezza di una colonna di quest'aria pura solamente, il cui peso fosse eguale al peso del Mercurio nella canna del barometro, e quest'aria pura essendo una parte solamente di quella, che respiriamo, la colonna di quest'aria pura sarà più alta, che 29725. piedi. Su queste due considerazioni il moto del suono si trova esser'incirca 1142. piedi in un secondo di tempo, o presso a 13. miglia in un minuto, laddove per il computo proposto di sopra, non muoverebbe che per 979. piedi in un secondo.

a Princ. Phil. L. II. prop. 49.

14. Osserveremo quì, che da queste dimostrazioni del nostro Autore ne viene, che tutti li suoni acuti, o gravi muovono egualmente presto, e che il suono è volocissimo, quando il Mercurio è alla maggior' altezza nel barometro.

15. E tanto basterà delle apparenze, che sono cagionate in questi fluidi dalla loro gravitazione verso la terra. Essi gravitano ancora verso la Luna; imperciocchè nell'ultimo capo è stato provato, che la gravitazione tra la terra, e la Luna è reciproca, e che questa gravitazione di tutti li corpi proviene da quella Potenza, che agisce in tutte le loro parti; cosicchè ciascuna parte della Luna gravita verso la terra, e ciascuna parte della terra verso la Luna. Ma la gravitazione di questi fluidi verso la Luna non produce alcun sensibil effetto, fuorchè solamente nel Mare, in cui ella cagiona il flusso.

16. Che li flussi dipendano dalle influenze della Luna, ella è stata opinion ricevuta per tutta l'antichità, e non vi ha invero la minor' ombra di ragione, per supporre altrimenti, considerando quanto

X 2 stabil-

ftabilmente accompagnano il corfo della Luna. Sebbene poi come la Luna li cagionaffe, e per quai principj ella foffe capace di produrre un'apparenza così diftinta, è ftato un fecreto lafciato da fviluppare a quefta Filofofia; la quale infegna, che non vi ha parte folamente la Luna, ma che il Sole ancora ne ha una confiderabile nella loro produzione; febben fiano ftati generalmente attribuiti all'altro Luminare, perchè il fuo effetto è maggiore, e perciò li fluffi feguono più immediatamente il fuo moto; mentre il Sole difcuopre il fuo influffo più con l'ingrandire, o minorar la Potenza della Luna, che con effetti diftinti. Il noftro Autore ritrova, che la Potenza del Sole a quella della Luna ha la proporzione incirca di $4 \frac{1}{2}$ ad 1. Egli lo ricava dalle offervazioni fatte all' imboccatura del Fiume Avon, tre miglia da Briftol, del Capitano Sturmey, ed a Plymouton del Sig. Colepreffe dell'altezza, a cui l'acqua s'innalza nella congiunzione, ed oppofizione de'luminari, comparata con la fua elevazione, quando la Luna è nei quarti; la prima effendo cagionata dalle azioni unite del Sole, e della Luna, e l'altra dalla differenza loro, come fi moftrerà nel profeguimento.

17. Che il Sole produca fu'l mare un'effetto fimile a quel della Luna, è manifefto; poichè il Sole, come la Luna attrae ciafcuna particola di quelle, che compongono la terra. E poichè nei due luminari la Potenza di gravità è reciprocamente in proporzion duplicata della diftanza, non attraggono tutte le parti dell'acque nella fteffa maniera; ma fu le più vicine fi adoperano con maggior forza, che fu le più lontane, producendo per quefta inegualità un moto irregolare. Ora procureremo di moftrare, come le azioni del Sole, e della Luna, combinate infieme producono tutte le apparenze, che ne'fluffi fi offervano.

18. Per cominciare, il lettore fi rifovverrà di quello, ch'è ftato detto di fopra, che fe la Luna fenza il Sole defcriveffe un'orbita concentrica alla terra, l'azione del Sole farebbe l'orbita ovale, e porterebbe la Luna più appreffo alla terra ne' Plenilunj, Novilunj, che nei quarti. (a) Il noftro eccellente Autore offerva, che fe invece d'una Luna fi fupponga un'anello di Lune contigue, e che occupino tutta l'orbita della Luna, la fua dimoftrazione avrebbe fempre luogo, e proverebbe, che le parti di queft'anello paffando dai quarti alla congiunzione, o all'oppofizione, avrebbero un moto accelerato, e di nuovo farebbero ritardate paffando dalla congiunzione, o dalla oppofizione al proffimo quarto. E come queft'effetto non dipende dalla grandezza dei corpi, di cui è compofto l'anello, farebbe lo fteffo, febbene la grandezza di quefte Lune diminuiffe tanto, e crefceffe il lor numero, finchè elleno formaffero un fluido. (b) Ora la terra gira continuamente intorno al fuo proprio centro, facendo con ciò la vicenda del giorno, e della notte, nel mentre con

a Cap. 3. §. 8.

b Nevv. Princ. Phil. L. 1. prop. 66. coroll. 18.

con la ſua rivoluzione ciaſcuna parte della terra è ſucceſſivamente portata verſo il Sole, e indi allontanata di nuovo nello ſpazio di 24. ore. E come l'Oceano gira inſieme con la terra ſteſſa in queſto moto diurno, egli rappreſenterà in qualche maniera un tal' anello fluido.

19. Ma come l'acqua dell'Oceano non gira con tanto di velocità, che la porti intorno al centro della terra nel circolo, ch'ella deſcrive, ſenza eſſer ſoſtenuta dal corpo della terra; ſarà neceſſario conſiderar l'acqua ſotto tre differenti caſi. Il primo caſo ſuppone, che l'acqua muova col grado di velocità, ricercato a portar' un corpo intorno al centro della terra, ſciolto da eſſa, in un circolo alla diſtanza del ſemidiametro della terra, come un'altra Luna. Il ſecondo caſo è, che le acque non facciano, che un giro intorno l'aſſe della terra nello ſpazio di un meſe, tenendo uno ſteſſo paſſo con la Luna; coſicchè tutte le parti dell'acqua conſervino ſempre la medeſima ſituazione, riſpetto alla Luna. Il terzo caſo ſarà il ſolo reale delle acque, che muovono con una velocità tra queſte due, nè così preſto, che nel primo caſo ſi ricerca, nè così lentamente, che nel ſecondo.

20. Nel primo caſo, le acque, come il corpo, a cui foſſero eguali in velocità, ſarebbero portate per l'azion della Luna più vicine al centro, ſotto, e oppoſte alla Luna, che quando ſi trovaſſero nelle parti di mezzo verſo levante, o ponente. Che un tal corpo alteraſſe così la ſua diſtanza per l'azion della Luna ſopra di lui, è manifeſto per quello è ſtato detto di ſimili mutazioni del moto della Luna, prodotte dal Sole. (a) E il calcolo moſtra, che la differenza tra la maſſima, e la minima diſtanza di un tal corpo non paſſerebbe di molto $4 \frac{1}{2}$ piedi. Ma nel ſecondo caſo, dove tutte le parti dell'acqua conſervano la medeſima ſituazione continuamente, riſpetto alla Luna, il peſo di queſte parti ſotto, e oppoſte alla Luna ſarà diminuito dall'azion della Luna, e le parti di mezzo tra queſte, avranno il lor peſo aumentato: ciò facendoſi appunto nella ſteſſa maniera, che il Sole diminuiſce l'attrazion della Luna verſo la terra, nella congiunzione, e oppoſizione, ma l'aumenta nei quarti. Imperciocchè come la prima di queſte conſeguenze dall'azion del Sole ſopra la Luna è cagionata dall'eſſer la Luna più attratta dal Sole nella congiunzione, che la terra, e meno di queſta nella oppoſizione; e perciò nel comun moto della Luna, e della terra, la Luna avanza verſo il Sole in un caſo troppo preſto, e nell'altro è come laſciata indietro: così la terra non avrà le ſue parti di mezzo attratte verſo la Luna così efficacemente, come le più vicine, e nondimeno più efficacemente, che le più rimote: e perciò poichè la terra, e la Luna muovono ciaſcun meſe intorno al lor comun centro di gravità, (b) nel mentre la terra muove intorno queſto centro, ſarà prodotto lo ſteſſo effetto ſu le parti dell'acqua più vicine a queſto centro, o alla Luna, che la Luna riſente dal Sole, quando è in congiunzione

a §. 8.

b Cap. 3. §. 5.

zione, e l'acqua dalla parte contraria della terra riceverà quell'impression dalla Luna, che questa dal Sole, quando è in opposizione; (a) val' a dire, in tutti e due li casi il peso dell'acqua, o la sua propensione verso il centro della terra, sarà diminuita. Le parti di mezzo tra queste avranno il lor peso aumentato, per esser premute verso il centro della terra per la direzione obliqua dell'azion della Luna sopra di loro alla sua azione sopra il centro della terra, appunto come il Sole accresce la gravitazion della Luna nei quarti per la stessa cagione. (b) Ora egli è manifesto, che dove il peso della medesima quantità d'acqua è minore, ella vi sarà accumulata; nel mentre le parti, che hanno il maggior peso, si abbasseranno. Dunque in questo caso non vi sarebbe flusso, o quell'alternativa di sollevarsi, e abbassarsi l'acqua, ma l'acqua stessa prenderebbe una figura bislunga, il cui asse prolungato passerebbe per la Luna. Per il computo del Kav. If. Nevvton, l'eccesso di quest' asse sopra il diametro perpendicolare ad esso, val' a dire, dell'altezza dell'acque sotto, e opposte alla Luna, in confronto della loro altezza nel mezzo tra questi luoghi verso levante, o ponente, cagionata dalla Luna, e di piedi incirca 8 $\frac{2}{3}$.

a Cap. 3. §. 17.

b Ibid.

21. Così la differenza dell'altezza in quest'ultima supposizione è poco meno, che due volte la differenza, ch'è nella precedente. Ma il caso dell'Oceano è di mezzo fra queste due: imperciocchè un corpo, che si aggiri intorno al centro della terra alla distanza di un semidiametro, senza premer su la superfizie della terra, dee formare il suo periodo in meno, che un'ora, e mezza, laddove la terra non gira, che una volta al giorno; e nel caso, che le acque andassero di un passo con la Luna, non farebbero il suo giro, che dentro un mese: cosicchè il moto reale dell'acque è tra li moti ricercati in questi due casi. E dippiù, se le acque si raggirassero così velocemente, che nel primo caso ricercasi, il loro peso sarebbe affatto tolto via dal lor moto; imperciocchè questo caso suppone, che il corpo muova in maniera ravolgendosi in un circolo, intorno la terra per la Potenza di gravità, senza premer punto su la terra, che il suo moto sostenga il suo peso. Ma se la Potenza di gravità fosse stata solamente $\frac{1}{289}$ parte di ciò, ch'ella è, il corpo sarebbesi mosso; senza premer su la terra, e sarebbe stato in giro sì lungamente, che la terra stessa. In conseguenza il moto della terra toglie dal peso dell'acqua nel mezzo tra li poli, dove il suo moto è velocissimo $\frac{1}{289}$ parte del suo peso, e non più. Poichè dunque nel primo caso il peso dell'acque dev' essere intieramente tolto dal loro moto, e per il moto reale della terra, esse ne perdono solamente $\frac{1}{289}$ parte; dal moto dell'acqua si scemerà

metà così il lor peso, che la loro figura sarà molto più vicina a rassomigliare il caso, in cui andassero di un passo con la Luna, che l'altro. Dopo tutto, se le acque movessero con la velocità necessaria a condurre un corpo intorno il centro della terra alla distanza del suo semidiametro, senza esser portato su la sua superfizie, l'acqua andrebbe più lenta sotto la Luna, e s'innalzerebbe secondo, che movesse con la terra verso levante, finchè giungesse a mezzo il viaggio verso il luogo opposto alla Luna, d'onde di nuovo si abbasserebbe, finchè arrivasse all'opposizione, ove diverrebbe così lenta, che prima; appresso s'innalzerebbe di nuovo, finchè giungesse alla metà del viaggio nel luogo sotto la Luna; e quindi ella si abbasserebbe, finchè pervenisse la seconda volta sotto la Luna. Ma nel caso, che l'acqua vada di un passo con la Luna, ella sarebbe più alta, dove nell'altro caso è più bassa, e più bassa, dove nell'altro è più alta; dunque essendo il moto diurno della terra fra li moti di questi due casi, farà cadere il luogo più alto dell'acqua tra li siti della massima altezza, ch'ella avrebbe in quei casi. L'acqua passata che sia dal luogo sotto la Luna per qualche tempo s'innalza, ma di bel nuovo discende prima di giungere alla metà del viaggio verso la parte opposta, e arriverà alla sua minor' altezza prima, che divenza apposta alla Luna; poi ella s'innalzerà di nuovo, continuando così, finchè abbia passato il luogo opposto alla Luna, ma si abbasserà prima di giunger' al mezzo tra il luogo opposto alla Luna, e quello sotto ad essa; e finalmente arriverà al suo luogo più basso prima di giungere la seconda volta sotto la Luna. Se A (nella fig. 112. 113. 114.) rappresenti la Luna, B il centro della terra, l'ovale C D E F nella fig 112. rappresenterà la situazione dell'acqua nel primo caso; ma se l'acqua andasse di un passo con la Luna, la linea C D E F nella fig. 113. rappresenterebbe la situazione dell'acqua: ma la linea C D E F rappresenta la medesima nel moto reale dell'acqua, come ell'accompagna la terra nella sua diurna rivoluzione; C, ed E essendo in tutte queste figure li luoghi, dove l'acqua è più bassa, D, e F li luoghi, dove è più alta. Conforme questa determinazione si trova, che su le spiaggie più esposte all'alto mare, l'acqua alzata ordinariamente si abbassa incirca tre ore dopo, che la Luna ha passato il Meridiano di ciascun luogo.

22. Questo basti in generale per ispiegar la maniera, in cui la Luna opera su li mari. In oltre è da osservare, che questi effetti sono massimi, quando la Luna è sopra l'equator della terra, (a) cioè, quando ella riluce perpendicolarmente su le parti della terra, che sono nel mezzo tra li poli. Imperciocchè se la Luna fosse collocata sopra uno de' poli, non farebbe alcun'effetto su l'acque, per farle ascendere, e discendere. Cosicchè quando la Luna dichina dall' equatore, verso uno, o l'altro de' poli, la sua azione dev'essere alquanto diminuita, e ciò a misura, ch'ella si scosta. Li flussi parimenti

a *Ved. §. 44. di sot.*

rimenti saranno maggiori, quando la Luna è più vicina alla terra, essendo allora più forte la sua azione.

23. Tanto dell' azion della Luna. Che il Sole eziandio produca lo stesso effetto, sebbene in un minor grado, ella è una cosa troppo facile, per ricercarne una particolar' esplicazione; ma come innanzi si è avvertito, essendo quest' azione del Sole più debole, che quella della Luna, ciò sarà, che li flussi appartengano più prossimamente al corso della Luna, e che l'azion del sole si dimostri principalmente con l'accrescere, o diminuire gli effetti dell'altro Luminare. Il che fa che li flussi più alti si trovino circa la congiunzione, e la opposizione de' luminari, essendo allora prodotti dall'azion loro unita, e li più deboli verso li quarti della Luna: perchè la Luna in questo caso sollevando l'acque, quando il Sol le deprime, e deprimendole, ove il Sole le innalza, l' azion più forte della Luna è in parte rintuzzata, e indebolita da quella del Sole. Il nostro Autore computa, ch' il Sole aggiungerà pressocchè due piedi all'altezza dell'acqua nel primo caso, e altrettanti ne sottrerrà nel secondo. In qualunque modo, li flussi in ambedue si conformano con la stessa ora della Luna. Ma in altro tempo tra la congiunzione, od opposizione, e li quarti, il tempo si scosta da questo mentovato, verso l'ora, in cui dal Sole si alzerebbe l'acqua, sebbene si tenga sempre più vicino all' ora della Luna, che del Sole.

24. In oltre hanoo li flussi qualche altra varietà per la situazione de' luoghi, dove succedono, verso settentrione, o mezzo giorno. p P (nella fig. 115.) rappresenti l' asse, su cui la terra fa la sua rivoluzione diurna, h p HP rappresenti la figura dell' acqua, e n BND sia un globo iscritto in questa figura. Supposto, che la Luna si avanzi dall' equatore verso il Polo di tramontana, cosicchè h H asse della figura dell'acqua p A H P E h inchini verso il suddetto polo N: prendete qualche luogo, come G, più vicino al polo di tramontana, che di mezzo giorno, e dal centro della terra C tirate C G F; G F dinoterà l' altezza, a cui l' acqua per il flusso s' innalza, quando la Luna è sopra dell' orizonte; nello spazio di dodeci ore avendo la terra compita la metà del suo giro intorno l'asse, il luogo G sarà rimosso a g, ma l' asse h H avrà ritenuto il suo luogo, conservando la sua situazione, rispetto della Luna, al più non si sarà mosso più di quello abbia fatto la Luna in questo tempo, che ora non è necessario porre in considerazione. Ora in questo caso l'altezza dell' acqua sarà eguale a gf, che non è così grande, che G F. Ma dove G F è l' altezza nell' alta marca, quando la Luna è sopra l' orizonte, gf sarà l' altezza della medesima, essendo la Luna sotto l' orizonte. L' opposto succede verso il polo di mezzo giorno, imperciocchè K L è minore di kl. Quindi è provato, che quando la Luna declina dall' equatore, in que' luoghi, che sono dalla stessa parte dell' equatore con la Luna, li flussi sono maggiori, quando la

Luna

Luna è sopra l'orizonte, che quando ella è sotto; e che l'opposto succede dall'altro lato dell'equatore.

25. Ora con questi principj si possono spiegare tutte le apparenze, che conosciamo, nei flussi; solamente con l'assistenza di questa nuova rimarca, che il moto di fluttuazione, che l'acqua ha nel flusso, e nel riflusso, è di una durevol natura, e continuerebbe per qualche tempo sebben cessasse l'azione dei due luminarj; imperciocchè questo fa, che la differenza tra li flussi quando la Luna è sopra l'orizonte, e gli stessi, quando ella è sotto, non sia così grande, che la regola stabilita ricercherebbe. Ciò parimenti fa, che li massimi flussi non cadano esattamente nei Plenilunj, e Novilunj, ma uno, o due flussi dopo; come a Bristol, e a Plymouth succedono dopo il terzo.

26. Questa dottrina dimostra ancora, perchè l'alta marea non conviene coi Plenilunj, e Novilunj, e la bassa coi quarti; ma ancora perchè addiviene, che la più alta marea succeda verso gli equinozi; poichè li luminari sono allora uno di essi sopra l'equatore, e l'altro non lungi. Egli apparisce ancora, perchè le basse maree, che gli accompagnano, sono le minori di tutte; imperciocchè il Sole continuando sempre sull'equatore, continua ad aver la massima Potenza per diminuir l'azione della Luna, e questa ne' suoi quarti essendo sì lungi scostata verso uno de' poli, ha con ciò la sua Potenza indebolita.

27. Dippiù essendo più forte l'azion della Luna, quando è vicina alla terra, che quando n'è più lontana, se la Luna, quando è nuova, sia supposta alla sua minor distanza dalla terra, ella ne sarà alla maggior distanza, quando è piena; quindi è, che due delle alte maree più grandi non si succederanno mai l'una all'altra immediatamente.

28. Perchè il Sole nel suo passaggio dal solstizio d'inverno a quel della state si allontana dalla terra, e passando dal Solstizio della state a quello d'inverno, le si accosta, e perciò è più vicino alla terra innanzi l'equinozio di Primavera, che dopo, ma più vicino dopo l'equinozio d'autunno, che innanzi; li massimi flussi più sovente precedono l'equinozio di Primavera, di quel, che lo seguano; e nell'equinozio d'autunno per lo contrario più sovente lo seguono, di quello che lo precedano.

29. L'altezza, a cui l'acqua cresce nell'Oceano aperto, corrisponde assai bene ai mentovati calcoli; imperciocchè com'è dimostrato, l'acqua nell'alta marea crescerebbe all'altezza di 10 od 11. piedi, e nella bassa a 6, o 7: e secondo questo, negli Oceani Pacifico, Atlantico, Etiopico nelle parti fuori dei Tropici, l'acqua si osserva alzarsi circa 6, 9, 12, o 15. piedi. Nell'Oceano Pacifico questa elevazione si dice esser più grande, che negli altri, come dev'essere, per la ragione della vasta estensione del mare. Per la stessa ragione, nell'Oceano Etiopico dentro li tropici l'acqua

Y ascen-

ascende più, che al di fuori per la ragione della ristrettezza dell'acqua fra le coste dell'Africa, e le parti più meridionali dell'America. E le Isole in tali mari angusti, se sono lungi dai lidi, hanno flussi minori, che le costiere. Ora in que' porti, dove l'acqua corre con una gran violenza, ai passi dei fiumi, e alle secche, la forza, ch'ella con ciò acquista, la porterà ad un'assai maggior'altezza; cosicchè la farà ascender', e discendere fino a 30, 40, o anche 50. piedi, e più; di che abbiamo esempj a Plymouth, e nella Severna vicino a Chepstovv, a S Michele, e Auranches in Normandia; a Cambay, e Pegù nell'Indie Orientali.

30. In oltre, li flussi stanno considerabilmente a passare per li luoghi lunghi, ristretti, e di poco fondo. Così li flussi, che si fanno su le coste Occidentali dell'Irlanda, e su le coste di Spagna alla terza ora dopo il passaggio della Luna per il Meridiano, nei porti Orientali verso il Canal Brittannico succedono più tardi, e come l'alta marea accade in questo canale sempre più, e più tardi, così questo flusso mette 12. ore intiere ad arrivare al ponte di Londra.

31. In ultimo luogo, possono li flussi arrivare ad uno stesso porto da differenti Mari, e siccome possono esser opposti fra di loro, e diversamente incontrarsi, produrranno effetti particolari. Supposto, che il flusso da un mare venga ad un porto alla terza ora dopo il passaggio della Luna per il Meridiano del luogo; ma che da un' altro Mare impieghi sei ore di più nel suo passaggio; qui un flusso farebbe alzar l'acqua, mentre ella si abbasserebbe per l'altro; cosicchè quando la Luna è sopra l'equatore, e li due flussi sono eguali, non vi sarebbe affatto nè crescer, nè calare dell'acqua; impercioochè quanto di acqua vien rimosso da un flusso, altrettanto ne sarebbe supplito dall'altro. Ma quando la Luna dichina dall'equatore, dalla stessa parte, dove si trova il porto situato, abbiamo dimostrato, che dei due flussi dell'Oceano, che si fanno ogni giorno, quello, che si fa, quando la Luna è sopra l'Orizonte, è maggiore dell'altro. Dunque in questo caso, come ciascun giorno arrivano quattro flussi a questo porto, li due più grandi vi arriveranno alla terza, e alla nona ora dopo il passaggio della Luna per il Meridiano, e li due minori alla decima quinta, e alla ventesima prima. Così dalla terza alla nona ora più di acqua sarà in questo porto per li due flussi massimi, che dalla nona alla decima quinta, o dalla ventesima prima alla terza seguente, dove l'acqua è portata da un grande, e da un piccolo flusso; ma vi sarà ancora portato più di acqua da questi flussi, che quella si troverebbe tra li due flussi più piccioli, cioè tra la decima quinta ora, e la ventesima prima. Dunque nel mezzo tra la terza, e la nona ora, o verso il tramontar della Luna, l'acqua crescerà alla sua maggior altezza; tra la nona, e la decimaquinta, o anche tra la ventesima prima, e la terza seguente, ella avrà un'altezza mezzana; e sarà bassissima tra l'ora decima-

quin-

quinta, e ventunesima, ch'è al levar della Luna. E per tanto l'acqua non avrà quì che un'alta marea, ed una bassa in ciascun giorno. Quando la Luna è dall'altra parte dell'equatore, l'alta marea si convertirà nella bassa, e la bassa nell'alta; questa accadendo al levar della Luna, e quella al tramontare. Ora questo è il caso del porto di Batsham nel Regno di Tunquin nell'Indie Orientali, al qual porto vi sono due entrate, una tra il continente, e l'Isole Manillas, e l'altra tra il continente, e Borneo.

32. La cosa da considerarsi in appresso è l'effetto, che cotesti fluidi dei Pianeti fanno su le parti solide de' corpi, a cui appartengono. E in primo luogo io dimostrerò, ch'era necessario per riguardo di questi fluidi, si formassero li corpi de' pianeti d'una figura alquanto differente da quella di un globo perfetto. E ciò perchè la diurna rivoluzione; che la nostra terra fa intorno al suo asse, ed il moto simile, che noi vediamo in qualche altro pianeta (il che è una sufficiente convinzione, che tutti facciamo lo stesso) diminuirà la forza, con cui li corpi sono attratti in tutte le parti della lor superfizie, salvo che ai poli, su cui quelli si aggirano. Così una pietra, o altra sostanza pesante, che si trovi su la superfizie della terra, per la forza, ch'ella riceve dal moto comunicatole dalla terra, se il suo peso non la impedisse, continuerebbe questo moto in una linea retta dal punto, in cui lo ricevesse, e secondo la direzione, in cui si trovasse, val'a dire, in una linea, che toccherebbe la superfizie in quel punto; di sortecchè ella muoverebbe dalla terra in quella maniera, in cui un peso legato ad una corda, e girato attorno si sforza continuamente di allontanarsi dal centro del moto, e incontinenti lo farebbe, se venisse sciolto dalla corda, che lo ritiene. E in oltre, come la forza centrifuga, con cui un tal peso si distende dal centro del moto, è tanto più grande, quanto è maggior la velocità, con cui esso muove; così un corpo tale, qual si è quì supposto, su la terra scapperebbe ad essa con tanto più di forza, quanto fosse maggior la velocità, con cui movesse quella parte della superfizie della terra, su cui quello posa, val'a dire, quanto più fosse lontana dai poli. Ora la Potenza della gravità basta per impedire, che li corpi in questa maniera siano portati via dalla terra in qualunque parte di essa; comunque sia egli è chiaro, che avendo li corpi uno sforzo contrario a quello della gravità, sebben' assai più debole di questo, il loro peso, ch'è il grado di forza, con cui sono premuti verso la terra, verrà con ciò a diminuire, e sarà tanto più diminuito, quanto è maggiore lo sforzo contrario; ovvero in altre parole, il medesimo corpo peserà più ad uno dei poli, che sopra ogni altra parte della terra; e se un corpo venga rimosso da un polo verso l'equatore, egli perderà più, e più del suo peso, e sarà meno pesante, che ovunque, nell'equatore, cioè nel mezzo tra li poli.

33. Ora è facile applicar questo alle acque del mare, e mostrar, che l'acqua sotto li poli preme più efficacemente verso la terra, che all' equatore, o vicino a questo; e in conseguenza quella, che preme meno, deve dar luogo, finchè ne trova per ricever' una maggior quantità, che con l'aggiunta del suopeso possa metter' il tutto in bilancia. Per illustrar questo più particolarmente, mi servirò della fig 116. sia in questa un circolo A C B D, per la cui rivoluzione intorno il diametro A B venga a formasi un globo, che rappresenti il globo solido della terra. Supposto questo globo coperto d' acqua da tutti li lati alla medesima altezza, per esempio di E A, o di B F, alla qual distanza il circolo E G F H circonda il circolo A C B D; è evidente, che se il globo della terra è in quiete, l'acqua, che lo circonda, sarà in questa situazione Ma se il globo si aggiri incessantemente sopra il suo asse A B, e l'acqua pure abbia lo stesso moto, è ancora evidente da quello è stato detto, che l'acqua tra li circoli E H F G, e A D B C, non rimarrà molto nella presente situazione, le sue parti fra H, e D, e fra C, e G diventando per questa rivoluzione meno pesanti, che le parti fra E, ed A, e fra B, ed F: cosicchè l'acqua su li poli A, e B deve per necessità abbassarsi, e accumularsi in D, e C, finchè una maggior quantità in queste ultime parti supplisca al diffetto del suo peso. Questo sarebbe il caso, se fosse il globo tutto coperto d'acqua. E la medesima figura conserverebbesi ancora nella superfizie, se qualche parte dell' acqua aggiacente al globo in ogni sua parte si convertisse in terra solida, come è evidente, nè ha bisogno di prova; perchè rimanendo le parti dell' acqua in quiete, è la stessa cosa, sia, che continuino nello stato di esser facilmente separabili, che le fa dinominar fluide, o che vengano consolidate insieme, onde formino un corpo duro; e ciò pure riguardo alla sua superfizie, se l'acqua in alcune parti vi restasse consolidata. Il che prova, che la forma delle parti solide della terra non fa alterazione nella figura, che prenderà l'acqua; e in conseguenza, quanto all' impedire, che alcune parti di terra siano intieramente innondate, e altre parti del tutto lasciate scoperte, le parti solide della terra devono avere la medesima figura, che se tutta la terra fosse coperta d' acqua da tutti li lati.

34. Io dico in oltre, che questa figura della terra è la medesima, che quella riceverebbe, se fosse intieramente un globo d' acqua, purchè l'acqua fosse della medesima densità, che la sustanza del globo. Imperciocchè supposto, che il globo A C B D fosse liquefatto, e che il globo E H F G divenuto intieramente acqua, per la sua rivoluzione intorno all' asse ricevesse una tal figura, che testè dicemmo, e poi il globo A C B D restasse di nuovo consolidato, la figura dell' acqua certamente non resterebbe alterata da una tale consolidazione.

35. Ma su quest' ultima osservazione il nostro autore si fonda per deter-

determinare la proporzione tra l'asse della terra condotto da un polo all altro, e il diametro dell'equatore, su la supposizione, che tutte le parti della terra siano di una egual densità; lo che fa egli computando in primo luogo la proporzione della forza centrifuga delle parti sotto l'equatore alla Potenza di gravità; e quindi considerando la terra come una sferoide, fatta dalla rivoluzion di un' ellipsi intorno al suo asse minore, val' a dire supponendo, che la linea M I L K sia un'esatta ellipsi, da cui ella può esser poco differente, per esser piccola la differenza, ch' è tra il minor'asse M L, ed il maggiore I K. Da questa supposizione, e da quello è stato provato innanzi, che tutte le parti componenti la terra abbiano la Potenza attrattiva, spiegata nel capo precedente, egli trova, a qual distanza le parti sotto l'equatore debbano esser rimosse dal centro, perchè la forza con cui saranno attratte verso il centro, dimuinuita dalla loro forza centrifuga, sia sufficiente per ritener queste parti contrappesate con quelle, che giacciono sotto ai poli. E su questa supposizione, che tutte le parti della terra abbiano lo stesso grado di densità, la superfizie della terra nell'equatore dev'essere incirca 17. miglia più distante dal centro, che sotto ai poli. (*a*)

36. Dopo questo, si dimostra con la proporzione del diametro dell'equator della terra al suo asse, come lo stesso può determinarsi di ogni altro pianeta, di cui si conoscano la densità in comparazion della densità della terra, e il tempo della rivoluzione intorno al suo asse. E per la regola a questo fine esposta, si trova che il diametro dell'equatore in Giove ha la proporzione di 10. a 9. incirca, al suo asse, (*b*) e conforme a questo, il Pianeta apparisce di una forma ovale agli astronomi. Il nostro autore prende ancora a considerare li più notabili effetti di questa figura sferoidale; uno de'quali è, che li corpi non sono egualmente pesanti in tutte le distanze dai poli; ma vicino all'equatore, ove la distanza dal centro è massima, sono più leggieri, che verso li poli; e prossimamente in questa proporzione, che la Potenza attuale, onde sono essi attratti al centro, risultante dalla differenza tra la loro assoluta gravità, e la forza centrifuga, è reciprocamente come la distanza dal centro. Perchè ciò non sembri ripugnar'a quello, che è stato detto di sopra, dell'alterazione della Potenza di gravità, proporzionale alla mutazion della distanza del centro, è proprio da considerar con attenzione, che il nostro autore ha dimostrate tre cose in questo particolare; la prima è quella diminuzion della Potenza di gravità, secondo che ci allontaniamo dal centro, ch'è stata pienamente spiegata nell'ultimo capo, su la supposizione, che la terra, e li pianeti siano sfere perfette, da cui sono così poco differenti per molti gradi, che nulla importa ricercar questa differenza per il presente dissegno; la seconda è, che o sian'eglino sfere perfette, o tali sferoidi esattamente, quali abbiamo testè mentovate, la Potenza di gravità secondo, che si discen-

a *Nevv. Princ. Lib. III. prop. 19.*

b *Ibid.*

discende per la stessa linea verso il centro, e in tutte le distanze, come la distanza del centro, mentre le parti della terra di sopra il corpo, attraendo il corpo verso di loro, diminuiscono la sua gravitazion verso il centro, (*a*) e tutte e due queste asserzioni si riferiscono alla gravità sola: la terza cosa è quella, che si e mentovata in questo luogo, che la forza attuale sopra diverse parti della superfizie, da cui vengono li corpi attratti verso il centro, è nella proporzione qui assegnata. (*b*)

a *Lib.* 1. *prop.* 73.

b *Lib.* 3. *prop.* 20.

37. L'altro effetto di questa figura della terra è un'obvia conseguenza del primo; che li pendoli della stessa lunghezza in differenti distanze dal polo non fanno le loro vibrazioni nello stesso tempo; ma verso li poli, dove la gravità ha più di forza, muovono più presto, che vicino all'equatore, dove hanno un minor' impulso al centro; e conforme a questo, li pendoli, che con le loro vibrazioni sono la misura di uno stesso tempo, devono esser più lunghi verso li poli, che ad una maggior distanza da questi. Le quali due didduzioni in fatto si trovano vere; del che il nostro autore ha riferite in particolare varie sperienze, e vi ha trovato, che gli oriuoli esattamente aggiustati alla vera misura del tempo a Parigi, quando erano trasportati appresso l'equatore, divenivano fallaci, e si movevano troppo lentamente, ma erano ridotti al lor vero moto, col raccorciarne li pendoli. Il nostro autor' è particolare in rimarcar, quanto essi perdano del loro moto, mentre non si alterano li pendoli, e a qual segno hanno detto gli osservatori, che bisognava raccorciarli, per rimetterli al tempo. E gli sperimenti, che sembrano essere stati fatti con maggior diligenza, provano, che la terra s'innalza nel mezzo tra li poli, quanto il nostro autore ha trovato col suo computo. (*c*)

c *Ibid.*

38. Il nostro Autore fu esatto nell'esaminar questi sperimenti sopra li pendoli, ricercando particolarmente, quanto l'estension, che si fa della verga del pendolo, per il gran calor della zona torrida, possa contribuir' alla necessità di raccorciarlo. Imperciocchè da uno sperimento fatto dal Picart, e da un' altro di Mr. de la Hire, si trovò, che il caldo sebbene non molto intenso aveva aumentata la lunghezza delle verghe di ferro. Lo sperimento del Picart si fece con una verga lunga un piede, la qual d'inverno, in tempo di gelo, riscaldata al fuoco, si trovò esser cresciuta in lunghezza: nello sperimento di Mr. de la Hire, una verga di 6. piedi in lunghezza, riscaldata solamente dal calor della state, si trovò cresciuta ad una maggior lunghezza di quello, che fosse nella predetta stagione fredda. Dalle quali osservazioni sorse un dubbio, se la verga de' pendoli ne' sopraddetti sperimenti si estendesse per avventura a cagione de' caldi climi a tutto quell'eccesso di lunghezza, che gli osservatori si trovano obbligati di troncar dalle stesse. Ma gli sperimenti ora mentovati dimostrano il contrario. Imperciocchè nel primo

primo di queſti la verga di un piede non ſi allungava più, che $\frac{1}{3}$ di quel, che ſotto l'equatore ſi doveva troncare dal pendolo; e perciò una verga della lunghezza del pendolo, non ſi ſarebbe eſteſa più di $\frac{1}{3}$ di queſta lunghezza. Nell'altro ſperimento, in cui era minor' il calore, la verga di ſei piedi non ſi eſtendeva più di $\frac{3}{10}$ di quanto il pendolo ſi dovea raccorciare; coſicchè una verga della lunghezza del pendolo non avrebbe guadagnato più di $\frac{3}{20}$ o $\frac{1}{7}$ di queſta lunghezza. Ed il calore in queſt' ultimo ſperimento, ſebben minor, che nel primo, era nondimeno maggiore di quel, che la verga di un pendolo ordinariamente poſſa contrarre ne' paeſi più caldi; imperciocchè li metalli ricevono un gran calore, quando ſi eſpongono al Sole, certamente maggiore, che quello di un corpo umano. Ma li pendoli non ſono ordinariamente così eſpoſti, e certamente in queſti ſperimenti ſi mantenevano abbaſtanza freddi, per ſembrar tali al tatto; come ſarebbero in un luogo caldiſſimo, collocati all' ombra. Il noſtro autore perciò trova queſto ſufficiente per riconoſcer quì $\frac{1}{10}$ incirca della differenza oſſervata ſu la conſiderazione del maggior calore del pendolo.

39. Un terzo effetto preſo a conſiderar dal noſtro autore, è quello, che l'acqua fa ſu la terra, col cangiare la ſua figura; per la cui ſpiegazione proveremo in primo luogo, che li corpi diſcendono perpendicolarmente alla ſuperfizie della terra in tutti li luoghi. La maniera di ricavarlo dall' oſſervazione, è come ſegue. Le ſuperfizie di tutti li fluidi ſi conſervano parallele a quella parte della ſuperfizie del mare, ch' è in uno ſteſſo luogo con loro, alla cui figura, come particolarmente ſi è dimoſtrato, la figura di tutta la terra ſi è conformata. Imperciocchè ſe qualche vaſe vuoto, aperto nel fondo, foſſe immerſo nel mare; è chiaro, che la ſuperfizie del mare dentro del vaſe conſerverebbe la medeſima figura, che aveva, prima di eſſer l'acqua contenuta dal vaſe; poichè il vaſe non toglie la ſua comunicazione con l'acqua eſterna; ma tutte le parti dell'acqua reſtando ferme, è viſibile, che ſe il fondo del vaſe veniſſe chiuſo, la figura dell'acqua, non riceverebbe quindi maggior alterazione, ſebbene il vaſe veniſſe cavato fuori dal mare, che dalla inſenſibil alterazione della Potenza di gravità, ſuſſeguente all' aumentazione della diſtanza dal centro. Ora è chiaro, che li corpi diſcendono in linea perpendicolare alla ſuperfizie de' fluidi in quiete; imperciocchè ſe la Potenza di gravità non agiſſe perpendicolarmente alla ſuperfizie de' fluidi, li corpi, che in eſſi galeggiano, non ſi fermerebbero, come li vediamo fare; poichè ſe la gravità attraeſſe

esse li corpi in una direzione obbliqua alla superfizie, entro a cui giacciono, certamente sarebbero posti in mano, e portati al lato del vase, in cui il fluido era contenuto, da quella parte, a cui l'azion della gravità inclinava.

40. Quindi egli segue, che stando noi ritti; li nostri corpi sono perpendicolari alla superfizie della terra. Dunque andando da tramontana a mezzogiorno, li nostri corpi non si conservano in una direzion parallela. Ora in tutte le distanze dal polo la medesima lunghezza presa su la terra non sarà il medesimo cangiamento nella positura de' nostri corpi, ma più noi siamo vicini ai poli, e una maggior lunghezza si dee prendere, perchè in ciò accada la medesima variazione. M I L K rappresenti la figura della terra (nella fig. 117.) M L li poli, I K li due punti opposti nel mezzo tra questi poli. Siano due archi T V, e P O, e T V più rimoto dal polo L: tirate T V V, V X, P Q, O R, ciascuna perpendicolar' alla superfizie della terra, e T V V, V X s' incontrino in Y, e P Q, O R in S. Qui è manifesto, che in passando da V a T la positura del corpo d' un uomo cangierebbe per l'angolo T Y V, imperciocchè in V, starebbe nella linea Y V, continuata, e in T nella linea Y T; ma da O passando a P, la positura di questo corpo cangierebbe per mezzo dell'angolo O S P. Ora io dico, che se questi due angoli sono eguali, l' arco O P è più lungo che T V; imperciocchè la figura M I L K essendo bislunga, ed I K più lunga di M L, sarà la figura più incurvata verso I, che verso L; cosicchè le linee T V V, ed V X s' incontreranno in Y, prima di esser tirate a così gran lunghezza, che quella, a cui debbono esser continuate P Q, ed O R, prima che s' incontrino in S. Poichè dunque Y T, ed Y V sono più brevi; che P S, ed S O, T V dev' esser minore di O P. Se questi angoli T Y V, O S P sono ciascuno $\frac{1}{90}$ parte dell' angolo fatto da una linea perpendicolare, dicesi, che ciascun di loro contiene un grado. E la lungezza differente degli archi O P, e V T dà occasion all' asserzione, che passando da tramontana a mezzogiorno li gradi su la superfizie della terra non sono di egual lunghezza, ma che sono più grandi quelli vicini ai poli, che quelli verso dell' equatore. Imperciocchè la lunghezza dell' arco, che giace su la terra fra due perpendicolari, che fanno un'angolo di un grado insieme, si chiama la lunghezza di un grado su la superfizie della terra.

41. Questa figura della terra fa qualche effetto su l'ecclissi. È stato osservato di sopra, che talvolta li nodi dell'orbita della Luna si trovano in una linea retta, menata dal Sole alla terra; nel qual caso la Luna s' incroccia col piano del moto della terra, ai Novilunj, e Plenilunj. Ma qualunque volta la Luna passa vicino a questo piano nei Plenilunj, qualche parte della terra impedisce il lume del Sole, e poichè la Luna non risplende, che della luce presa in prestito

dal

dal Sole, quando la luce vien' impedita dal giungere á qualche parte della Luna, altrettanto del di lei corpo resterà oscurato. Quando ancora nei Novilunj si trova la Luna presso al piano del moto della terra, gli abitanti di qualche parte della terra, vedranno la Luna venir sotto al Sole, e il Sole restarne loro coperto o tutto, o in parte. Ora la figura, che noi mostrammo appartenere alla terra, farà che l'ombra della terra su la Luna non sia perfettamente rotonda, ma che il diametro da Levante a Ponente sia alquanto più lungo, che quello da settentrione a mezzogiorno. Nell' ecclissi del Sole questa figura della terra farà qualche piccola differenza nel luogo, dove il Sole apparirà o intieramente, o in qualche data parte coperto. A B C D (nella fig. 118.) rappresenti la terra, A C l'asse, in cui s' aggira cotidianamente, E il centro. F A G C rappresenti un globo perfetto, iscritto dentro la terra; H I una linea menata per li centri del Sole, e della Luna, che taglia la superfizie della terra in K, e la superfizie del globo iscritto in L. Menate indi E L, che sarà perpendicolare alla superfizie del globo in L, e K M in tal modo, che sia perpendicolare alla superfizie della terra in K. Ora poichè l' ecclisse apparirebbe centrale in L, se la terra fosse il globo A G C F, e realmente apparisce così in K; dico, che la latitudine del luogo K su la terra reale, è differente dalla latitudine del luogo L su'l globo F A G C. Ciò che si chiama la latitudine di un luogo, si determina con l'angolo, che la linea perpendicolare alla superfizie della terra in quel luogo fa con l'asse: mentre la differenza fra quest' angolo, e quello fatto da una linea perpendicolare, o norma si chiama la latitudine di ciascun luogo. Ma egli potrebbe quì provarsi, che l' angolo fatto da K M con M C è minore dell'angolo fatto tra L E, ed E C; e in conseguenza la latitudine del luogo K è maggiore di quella, che ha il luogo L.

42. Un' altro effetto, che segue dalla figura della terra, è quel cangiamento graduale nella distanza delle Stelle fisse dai punti equinoziali, che gli Astronomi hanno osservato. Ma prima che questo si possa spiegare, fa di mestieri dire in particolar qualche cosa di più, che quello si è detto, concernente la maniera del muoversi la terra intorno al Sole.

43. Di già è stato detto, che la terra s' aggira ogni giorno intorno al suo asse, nel mentre tutto il corpo è portato intorno al Sole una volta in un' anno. Ora come questi due moti si combinino insieme si può concepirlo in qualche maniera col moto di una boccia da giuoco su'l terreno, in cui la boccia andando gira continuamente sopra il suo asse, e nello stesso tempo tutto il suo corpo è portato in linea retta. Ma per esprimersi di vantaggio, A rappresenti il Sole (nella fig. 119.) B C D E quattro differenti situazioni della terra nella sua orbita, che fa intorno al Sole. F G dappertutto rappresenti l'asse, su'l quale la terra cotidianamente s' aggira: Li punti

F, G sono chiamati li poli della terra; e quest' asse si suppone mantenersi sempre parallelo a sè stesso, in ciascuna situazione della terra, se non se per un piccolo disviamento, la cui causa sarà spiegata di poi. Quando la terra è in B, la metà H I K sarà illuminata dal Sole, l' altra metà H L K sarà oscura. Ora prendendo su 'l globo qualche punto di mezzo tra li poli, questo punto descriverà per il moto del globo il circolo M N, di cui una metà è nella parte illuminata del globo, e una metà nella parte oscura. Ma si suppone, che la terra muova intorno il suo asse con un moto equabile, e perciò su questo punto del globo il Sole sarà veduto la metà del giorno, e sarà invisibile per l' altra metà. E lo stesso accadrà a ciascun punto di questo circolo in tutte le situazioni della terra, durante la sua intiera rivoluzione intorno al Sole. Questo circolo M N si chiama l' equatore, di cui abbiamo fatta menzione di sopra.

44. Ora supposto, che si prenda qualche altro punto su la superfizie del globo verso il polo F, che nella rivoluzione cotidiana del globo descrive il circolo O P; è manifesto, che più della metà di questo circolo è illuminato dal Sole, e in conseguenza, che in ogni punto particolare di questo circolo il Sole sarà veduto più lungamente, che nella parte di dietro, val' a dire, che il giorno sarà più lungo della notte. All' incontro, se consideriamo lo stesso circolo O P su 'l globo situato in D, parte opposta a B, si vedrà, che in ogni punto di questo circolo la notte sarà quì altrettanto più lunga del giorno.

45. In queste situazioni del globo della terra una linea menata dal Sole al centro della terra sarà obbliquamente inclinata verso l' asse F G. Ora supponendo, che una tal linea menata dal Sole al centro della terra, quando è in C, o in E, fosse perpendicolare all' asse F G; in questo caso il Sole risplenderebbe perpendicolarmente sopra dell' equatore, e in conseguenza la linea menata dal centro della terra al Sole s' incrocierebbe con l' Equatore, passando per la superfizie della terra; laddove in tutte le altre situazioni del globo, questa linea passerebbe per la superfizie del globo in distanza dall' equatore verso tramontana, o verso mezzogiorno. Ora in questi due casi la metà del circolo O P sarà illuminata, e l' altra metà all' oscuro; e perciò in ciascun punto di questo circolo il giorno sarà eguale alla notte. Così apparisce, che in queste due opposte situazioni della terra il giorno è eguale alla notte, in tutte le parti del globo; ma in tutte le altre situazioni questa eguaglianza si troverà solamente ne' luoghi situati di mezzo fra li poli, cioè nell' equatore.

46. Si chiamano equinozj li tempi, ne' quali accade una tal' eguaglianza universale tra il giorno, e la notte. Ora è stato a luogo osservato dagli astronomi, che dopo esser partita la terra da uno degli equinozj, per esempio da E (che sarà equinozio di Primavera, se F sia il polo di tramontana) lo stesso equinozio ritornerà un poco

prima, che la terra abbia fatta una compita rivoluzione intorno al Sole. Questo ritorno dell'equinozio, precedente la intera rivoluzione della terra, si chiama Precessione dell'equinozio, ed è cagionata dalla protuberanza nella figura della terra.

47. Poichè il Sole risplende perpendicolarmente su l'equatore, quando la linea menata dal centro del Sole al centro della terra è perpendicolare all'asse di questa, in tal caso il piano che taglierebbe la terra all'equatore, può estendersi a passar per il Sole; ma ciò si farà in alcun'altra positura della terra. Ora consideriamo la parte prominente della terra verso l'equatore, come un'annello solido, che muove con la terra intorno al Sole. Al tempo degli Equinozj quest'annello avrà una sorte di situazione rispetto al Sole, che vi ha l'orbita della Luna, quando la linea dei nodi è diretta al Sole, e in tutti gli altri tempi si rassomiglierà all'orbita della Luna nelle situazioni. In conseguenza quest'annello, che altrimenti conserverebbe sempre il suo moto parallelo a sè stesso, riceverà qualche mutazione nella sua positura dall'azion del Sole sopra di lui, salvo solamente al tempo dell'equinozio. La maniera, in cui si fa questo cangiamento, si può intender, come segue. Nella fig. 120. A B C D rappresenti cotesto annello, E il centro della terra, S il Sole, A B C G un circolo descritto nel piano del moto della terra dal centro E. Quì A, e C sono li due punti, in cui l'equator della terra s'incrocia col piano del moto della terra; e il tempo dell'equinozio succede, quando la linea retta A C continuata passerebbe pe'l Sole. Ora raccogliamo quello dicevamo di sopra, concernente la Luna, quando la sua orbita era nella stessa situazione, che quest'annello. Di là si comprenderà, supponendo un corpo muovere in qualche parte di questo circolo A B C D, qual'effetto farebbe l'azion del Sole su 'l corpo circa il cangiar la positura della linea A C. In particolare menando H I perpendicolare ad S E, se il corpo fosse in qualche parte di questo circolo fra A, ed H, o fra C, ed I, la linea A C sarebbe talmente voltata, che il punto A muoverebbe verso B, e C verso D: ma s'egli fosse in qualche altra parte del circolo, o tra H, C, o tra I, ed A, la linea A C sarebbe girata dalla parte opposta. Quindi egli siegue, che conforme quest'annello solido gira intorno al centro della terra, il Sole opra talmente su le parti di esso, che sono fra A, ed H, e fra C, ed I, che rendono queste a cangiar la situazione della linea A C, talchè il punto A muova verso B, e C verso D; ma tutte le parti dell'annello fra H, e C, e fra I, ed A avranno una opposta tendenza, e disporranno la linea A C a muover dal lato contrario. E poichè queste ultime parti più estese delle altre prevaleranno sopra di loro, talchò per l'azion del Sole su quest'annello, la linea A C si girerà talmente, che A muoverà sempre più verso D, e C verso B Così non sì tosto il Sole col

suo moto visibile sarà partito da A, che il moto della linea AC affretterà il suo rincontro con C, e quindi il moto di questa linea affretterà di nuovo la seconda congiunzione del Sole con A; imperciocchè come questa linea gira in modo, che A continuamente muove verso D, così il moto visibile del Sole è dalla stessa parte, che si farebbe da S verso T.

48. La Luna farà su quest'annello lo stesso effetto, che il Sole, ed oprerà sopra di lui più efficacemente nella proporzione, in cui la sua forza su'l mare eccede quella del Sole sopra lo stesso. Ma l'effetto dell'azione de' due luminari sarà grandemente diminuito per la ragione, che quest'annello è connesso co'l rimanente della terra; imperciocchè in questa maniera il Sole, e la Luna non avranno a muovere solamente quest'annello, ma anche tutto il globo della terra, sopra la cui parte sferica non hanno essi alcun'influsso immediato. In oltre vien'ancora minorato l'effetto per la ragione, che la parte prominente della terra non è tutta raccolta sotto l'equatore, ma si diffonde gradualmente verso li poli. Dopo tutto, sebbene il Sole basta egli solo a portar li nodi della Luna per una intiera rivoluzione in 19. anni incirca, la forza unita dei due luminari su la parte prominente della terra, appena potrà far circolare intieramente l'equinozio in uno spazio di tempo minore di 26000. anni.

49. A questo moto degli equinozj dobbiamo aggiungere un'altra conseguenza di cotesta azione del Sole, e della Luna su le parti elevate della terra, che questa parte annullare della terra intorno l'equatore, e in conseguenza l'asse della terra cangierà due volte in un'anno, e tre per mese la sua inclinazione al piano del moto della terra, e vi sarà di nuovo restituito, come appunto l'inclinazione dell'orbita della Luna per l'azion del Sole è due volte all'anno diminuita, ed altrettante ella ricupera la sua original grandezza. Ma questo cangiamento è insensibile.

50. Finirò il presente Capo con una ricerca, che fa il nostro grande Autore della figura de' Pianeti Secondarj, particolarmente della nostra Luna, su la cui figura le sue parti fluide non avranno alcun'influsso. La Luna volta sempre lo stesso lato verso la terra, e in conseguenza non si aggira che una volta sola intorno al suo asse nello spazio di un mese intero; imperciocchè uno spettatore collocato fuori del circolo, in cui muove la Luna, osserverebbe in questo tempo tutte le parti della Luna successivamente passare una volta innanzi la sua vista, e non più, val'a dire, tutto il globo della Luna avrebbe fatta una sola rivoluzione. Ora la gran lentezza di questo moto renderà assai debole la forza centrifuga delle parti dell'acqua, cosicchè la figura della Luna non può, come nella terra, esser così disposta dalla sua rivoluzione attorno l'asse; ma la figura di quell'acque è resa differente dalla sferica

per

per un'altra cagione, ch'è l'azion della terra ſopra di loro; con che ſaranno elleno ridotte ad una forma bislunga ovale, il cui aſſe prolungato paſſerebbe per la terra; per la ragione medeſima, per cui dicevamo innanzi; che le acque della terra prenderebbero una ſimil figura, ſe moveſſero così lentamente, da andar di un paſſo con la Luna. E la parte ſolida della Luna deve corriſpondere a queſta figura della parte fluida; ma çoteſta elevazione delle parti della Luna non è di molto sì grande, che la protuberanza della terra all'equatore; perocchè ella non eccederà 93. piedi Ingleſi.

51. Le acque della Luna non avranno fluſſo, ſalvo quello che provenirà dal moto della Luna, intorno la terra. Imperciocchè la converſion della Luna intorno al ſuo aſſe è equabile, onde la inegualità nel moto attorno la terra ci ſcopre talvolta piccole parti della ſuperfizie della Luna verſo levante, o ponente che in altro tempo ſi trovano di dietro; e come l'aſſe, ſu cui muove la terra, è obbliquo al moto, che fa intorno alla terra, talora piccole parti della ſua ſuperfizie verſo tramontana, e talora anche verſo mezzodì divengon viſibili, che in altro tempo rimangano fuori della viſta. Queſte apparenze formano ciò, che chiamaſi la libbrazion della Luna, diſcoperta dall' Hevelio. Ora come l'aſſe della figura ovale delle acque ſarà diretto verſo la terra, ne dovrà provenir' in eſſe qualche fluttuazione, e in oltre per il cangiamento di diſtanza della terra dalla Luna, non avranno elleno ſempre una medeſima altezza.

L I-

LIBRO TERZO.

CAPITOLO PRIMO

Concernente la causa de' colori inerenti alla luce.

DOpo questo saggio, che abbiamo dato dai principj matematici di Filosofia del Sig. Kav. If. Nevvton, e dell'uso, che egli ha fatto di loro nello spiegare il sistema del Mondo, ec. il corso di questo mio diffegno ci porta a rivolgere gli occhi verso quell'altra opera Filosofica, ch'è il suo trattato di Optica, in cui noi troveremo che l'ingegno innarrivabile del nostro grande Autore non si è men dimostrato, che nella prima; se non forse di vantaggio, poichè quest' Opera ci dà tanti esempj della sua singolar forza di ragionare, e delle sue illimitate invenzioni, quantunque non assistito cotanto da quelle regole, e da quei precetti generali, che facilitano il ritrovamento de' Teoremi di Matematica. Nè quest' opera è inferiore all'altra in utilità, imperocchè come quella ci ha fatto conoscere un gran principio in natura, per cui li moti celesti sono continuati, ed onde ciascun globo la propria forma conserva; così questo punto ci apre un' altro principio non meno universale, dal quale dipendono tutte quelle operazioni nelle parti più piccole della materia, per riguardo a cui la maggior forma dell' Universo è ordinata; poichè tutti quegl' immensi globi, onde tutto il Cielo è seminato, sono senza dubbio stabiliti solamente come tanti convenevoli appartamenti, per cui passare alla più nobile operazione della natura nella vegetazione, e nella vita amabile. La qual sola considerazione ci dà una prova abbondante della eccellenza di questa scelta del nostro Autore, nell' applicar sè stesso ad esaminare con particolar cura l'azione tra la luce, e li corpi, così necessaria per tutta la varietà di quelle produzioni, che niuna di esse potrebbe promuoversi con successo senza il concorso del calore in un maggiore, o minor grado.

2. E' vero, che il nostro Autore non ha fatta una così piena discoperta del principio, da cui questa scambievole azione è cagionata tra la luce, ed i corpi; come egli ha fatto, riguardo alla Potenza, da cui li Pianeti sono trattenuti ne' loro corsi; nondimeno però egli ci ha posti sull' ingresso ad una tal discoperta, ed additato così chiaramente il cammino, che deve esser seguito per arivarvi; che si può dire con franchezza, che qualunque uomo abbia ad essere il fortunato nel perfezionare questa sorta di umana cognizione, deriverà tutto così direttamente da i principj stabiliti dal nostro Autore in questo libro, che la maggior parte del-

te della lode dovuta a questa scoperta si troverà appartenere ad esso.

3. Parlando dei progressi fatti dal nostro Autore, io proseguirò distintamente tre cose, le due prime rapportandole ai colori de' corpi naturali: imperciocchè nel primo capo dimostrerò come questi colori provengono dalle proprietà dalla luce stessa; e nel secondo da quali proprietà dei corpi dipendano: ma nel terzo capo del mio discorso tratterò della operazione de' corpi sulla luce rifrangendola, e riflettendo, ed inflettendo la stessa.

4. La prima di queste cose, che sarà l' affare del presente capo, si contiene in questa sola proposizione: che il lume diretto del Sole non è uniforme riguardo al colore, non essendo in ciascuna delle sue parti disposto ad eccitare l' idea della bianchezza, cui tutto intiero fa nascere; ma per lo contrario è una composizione di differenti sorte di raggi, una sorta de' quali produrrebbe solamente il sentimento di rosso, un' altra di color d' arancia, una terza di giallo, una quarta di verde, una quinta di turchino, una sesta d' indaco, ed una settima sorta di violetto: che tutti questi raggi insieme con la mistura delle loro sensazioni imprimono sull' organo della vista il sentimento di bianchezza, quantunque ciascun raggio v' imprima sempre il suo proprio colore; e tutta la differenza, che è tra li colori de' corpi veduti alla luce del giorno, proviene da questo, che li corpi colorati non riflettono tutte le sorte di que' raggi, che cadono sopra di loro in egual numero, ma alcune sorte di raggi vengono riflettute più copiosamente, che alcune altre; apparendo il corpo di quel colore, del quale la luce, che ne risalta agli occhi è più composta.

5. Che la luce del Sole sia composta, come si è detto, si prova col rifrangerla per mezzo di un prisma. Per un prisma intendo qui un vetro, o altro corpo di figura triangolare, come è rappresentato nella fig. 121. Ma innanzi che passiamo ad illustrar la proporzione, che abbiamo ora avvanzata, sarà necessario impiegar' alcune poche parole nello spiegare ciò, che s' intende per la refrazione della luce; come il dissegno della nostra presente fatica è di dare qualche nozion del soggetto, in cui ci siamo impiegati, a coloro, che non sono versati nelle matematiche.

6. Egli è ben noto, che quando un raggio di luce passando per l'aria cade obbliquamente sopra la superfizie di un qualche corpo trasparente, come l'acqua, od il vetro, e lo penetra; il raggio non passa in questo corpo per la linea stessa, che egli descriveva per l'aria, ma viene allontanato dalla superficie, talchè è meno inclinato ad essa dopo averla penetrata di quello fosse innanzi. ABCD (nella fig. 122.) rappresenti una porzione d'acqua, o un vetro; A B siane la superfizie, sulla quale il raggio di luce E F vien a cadere obbliquamente, questo raggio non andrà dritto seguendo il corso delineato da F G; ma dalla superficie A B piegherà alla linea FH, meno inclinata, che la linea DE alla superficie A B, in cui cade il raggio, seguendo la direzione D F.

7. Dall'

7. Dall'altra parte, quando la luce passa da un tal corpo all'aria, ella ne vien piegata in una maniera opposta, restando dopo la sua emersione più obbliqua, che innanzi, verso la superficie per cui è passata. Così il raggio F H quando esce dalla superficie C D, verrà piegato verso questa superfizie, uscendo all'aria sulla linea H I.

8. Codesto deviamento della luce dal suo viaggio, che si fa quando ella passa da un corpo trasparente in un'altro, si chiama la sua refrazione. Tutti e due questi casi possono provarsi in un facile spetimento, con un catino, e con dell'acqua. Per il primo caso sia un catino vuoto in un luogo chiaro, o vicino ad una candela, che abbia un segno sul fondo alla estremità dell'ombra, gettata dall' orlo del catino, infondendo poi l'acqua nel catino, osserverete, che l'ombra si ritira e si ristringe, lasciando il fondo del catino illuminato ad una sensibil distanza dal segno suddetto. A B C nella fig. 123. rappresenti un catino vuoto. E A D la luce, che passando per l'orlo lo illumina, in modo che tutta la parte A B D resta oscura. Fatto poscia un segno in D, e versando nel catino dell' acqua (come nella fig. 124.) fino ad I G, osserverete la luce, che innanzi terminava in D, ora allontanarsene, e cader sul fondo nel punto H, lasciando il segno D un buon pezzo addentro della parte illuminata; il che dimostra, che il raggio E A, quando entra nell'acqua in I, non continua il cammin dritto, ma alquanto s' incurva nel suddetto punto, e si accosta di più che innanzi alla perpendicolare. Si può provare l'altro caso, mettendo qualche picciol corpo in un catino vuoto, situato più basso, che il vostro occhio, e poi ritirando si dal catino, finchè potiate precisamente vedere esso corpo di là dall' orlo. Dopo di che riempiendo d' acqua il catino, osserverete, che il corpo è visibile, quantunque vi siate allontanato dal catino. A B C nella fig. 125. rappresenti un catino, come innanzi, D il corpo in esso, E il luogo del vostro occhio, quando precisamente vedete il corpo per l' estremità A, mente il catino è vuoto. Riempitelo d' acqua, osserverete, che il corpo continuerà ad esser visibile, sebbene avrete ritirato l' occhio dalla prima situazione. Supposto che vediate il corpo in questo caso precisamente per l' orlo in A; essendo ora il vostro occhio in F, è chiaro, che il raggio di luce, il quale viene dal corpo al vostro occhio, non vi viene per lo stesso cammin dritto, ma s' incurva al punto A, piegando più di sotto, e restando più inclinato alla superficie dell'acqua tra A, ed il vostro occhio in F, di quel che sia tra lo stesso A, ed il corpo in D.

9. Questo è, credo io, sufficiente per far' apprendere a tutti li nostri lettori ciò, che intendono gli Scrittori di Optica quando fanno menzione della rifrazion della luce, o parlano de' raggi di essa in quantocchè vengono refratti. Passeremo ora dunque a provare l'asserzione avanzata nella proposizione già mentovata per rapporto

alle

alle differenti forte di colori, che la luce diretta del Sole rappresenta a'nostri sensi; il che può farsi nella maniera seguente.

10. Oscurando una camera, fate, che il Sole entri ad illuminarla per un picciolo pertuggio aperto negli scuri della finestra, ed il lume venga a cadere immediatamente sopra un prisma diverso; quel tratto di luce in passando per un tal prisma resterà diviso in raggi, che rappresenteranno tutti li colori quì sopra mentovati. In questa maniera se A B, (nella fig. 126.) ci rappresenti lo scuro della finestra; C il buco, che vi è aperto; DEF il prisma; Z Y un trattò di lume, che parte dal Sole, e passa per il buco, cadendo sopra del prisma in Y, e se il prisma si rimovesse andrebbe in X, ma entrando nella superfizie E F del vetro, egli piegherà come si è spiegato, per la via YVV cadendo sulla seconda superfizie del prisma D F in V V, donde uscendo all'aria, ne resterà piegato di bel nuovo Ora la luce passato, che abbia il prisma, venga ricevuta sopra un foglio di carta tenuto in una propria distanza, e vi dipingerà la pittura, l'immagine, o lo spettro L M. di figura bislunga, la cui lunghezza, eccederà notabilmente la larghezza; sebbene la figura non sarà ovale, essendo l'estremità L, ed M semicircolari, e li lati due linee rette. Questa figura sarà variata, e sparsa di colori in questo modo. Dall' estremita M fino ad una certa lunghezza per esempio fino alla linea *no*, ella sarà di un rosso carico; da *no* fino *pq* ella sarà di un aranciato; da *pq* fino ad *rs* ella sarà di color giallo; di quà fino a *tu* ella sarà verde; quindi fino a *vux* turchina; quindi fino ad *yz* d'indaco; e in fine di violetto fino all' altra estremità.

11. Così apparisce, che il bianco lume del Sole nel suo passaggio per un prisma, viene a cangiarsi dividendosi in raggi, li quali rappresentano tutti codesti varj colori. La quistione si è, se li raggi nel tempo innanzi a questa refrazione di un tratto di lume solare, possedono queste proprietà distintamente; talchè qualche parte di esso abbia, senza tutto il restante, a dar il color rosso, e un'altra parte abbia a dar solamente l'aranciato, ec. Che questo possa essere il caso, quindi apparisce, che mettendosi un vetro convesso tra la carta, ed il prisma, che possa raccogliere tutti li raggi, ch' escon fuori dal prisma nel suo foco, come un vetro Ustorio fa de' raggi diretti del Sole; e cadendo questo foco sulla carta, la macchia impressa da un tal vetro sulla carta apparirà bianca, appunto come la luce diretta del Sole. Supponendo tutto come innanzi, sia P Q nella fig. 127. un vetro convesso, che fa incontrarsi li raggi sulla carta H G I K nel punto N, dico, che questo punto, o più tosto questa macchia lucida comparirà bianca senza la minor tintura di alcun colore. Ma egli è evidente, che in questa macchia sono al presente riuniti tutti que' raggi, che innanzi quando erano separati, rendevano tutti que' differenti colori; lo che mostra, che la bianchezza si può produrre colla mescolanza di questi colori: specialmen-

te ſe conſideriamo, che egli ſi può provare, che il vetro P Q non altera il colore de' raggi, che paſſano per mezzo ad eſſo. Il che ſi fa così: ſe la carta ſi approſſimi al vetro P Q, li colori ſi renderanno manifeſti quanto lo permetterà la grandezza dello ſpettro, che riceveſi dalla carta. Poſto che ella ſia nella ſituazione h g i k, e che ella riceva così lo ſpettro l m, queſto ſpettro ſarà molto più piccolo di quello che ſarebbe rimovendo il vetro P Q, e per ciò li colori non poſſono eſſere tanto ſeparati; ma nondimeno l'eſtremità *m* comparirà manifeſtamente roſſa, e l'altra *l* ſarà violetta; e queſti colori non meno, che quelli di mezzo ſi diſcopriranno più perfettamente, allontanandoſi di vantaggio la carta dal punto N, vale a dire, lo ſpettro diverrà più grande: la medeſima coſa ſuccede ſe la carta ſi rimuova più lungi da P Q, di quel che ſia N. Suppoſta la nella poſitura $\vartheta\gamma\pi\kappa$; lo ſpettro $\lambda\mu$ dipintovi ſopra, diſcuoprirà di nuovo li ſuoi colori, e ciò più diſtintamente, che la carta ſi rimuove più lungi, ma con un ordine roveſcio: imperocchè come innanzi, quando la carta era più vicina al vetro conveſſo, che ad N, la parte ſuperiore dell' immagine era violata, e roſſa la inferiore, ora la più alta ſarà roſſa, e la più baſſa violata, per la interſecazione, che faſſi dei raggi in N.

12. Si può ancora provare, che la bianchezza nel foco N è prodotta dalla union de' colori, con attraverſare una parte della luce vicino al vetro per mezzo dell' interpoſizione di un corpo opaco, ſenza rimuover punto la carta dal detto foco; imperocchè ſe la parte di ſotto, che è roſſa, o più propriamente li raggi, che fanno il roſſo, come ſono chiamati dal noſtro Autore, vengano intercetti, la macchia prenderà un colore, che trae al turchino; e ſe più d' altri raggi inferiori reſti troncato, ſicchè nè quei che fanno il roſſo, nè gli aranciati, nè li gialli cadano ſopra la macchia; queſta inclinerà più, e più a' rimanenti colori. In ſimil guiſa ſe voi troncate la parte ſuperiore de' raggj, che fanno il colorato violetto, o l'indaco; la macchia tornerà a roſſeggiare, e diverrà più, e più di quegli oppoſti colori a quelli, che ſono intercetti.

13. Io penſo, che ciò provi abbondantemente, che la bianchezza può eſſer prodotta da una miſtura di tutti li colori di queſto ſpettro. Almeno non vi è, che una via di ſcappare al preſente argomento, ch' è coll' aſſerire, che i raggi di luce, paſſato il priſma, non hanno differenti proprietà per rappreſentare queſto, o quell' altro colore, ma a queſto riguardo ſono perfettamente omogenei, coſicchè li raggi, che paſſano alla parte inferiore dell' immagine, che è roſſa, non ſono differenti in qualſivoglia proprietà da quelli, che vanno alla parte ſuperiore, e violetta della immagine ſteſſa; ma, che li colori dello ſpettro ſono prodotti ſolamente da alcune nuove modificazioni de' raggi, fatte alla loro incidenza ſulla carta da differenti terminazioni di luce, e di ombra; ſe però queſta aſſer-

zione

zione si può approvare dopo quello, che è stato detto: imperocchè sembra, che a questa si abbia sufficientemente ovviato coll'ultima parte della precedente sperienza, che ove sia intercetta la parte inferiore del lume, che esce dal prisma, la macchia bianca riceverà un colore, che trae al turchino, e coll'impedire, che la parte superiore di esso lume vi giunga, la macchia tornerà rossa, e in ambedue li casi ricupera il suo colore, quando si lascia, che il lume intercetto passi avanti; sebbene in tutte queste prove vi sia una simile terminazione di luce, e di ombra. Quantunque il nostro Autore abbia ordinati varj sperimenti per dimostrar' espressamente l'assurdità di questa supposizione; pure egli ha tutto ciò spiegato, e dedotto in maniere così distinte, ed espressive, che egli non sarebbe punto necessario ripetergli in questo luogo. (a) Io farò menzione solamente di quelli, che si possono provare nella sperienza antecedente. Se drizzerete la carta H G I K, e per la macchia N tirerete la linea V V X paralella all'orizonte, e poi se la carta s'inclinerà nella situazione r s u t, la linea V V X rimanendo paralella all'orizonte, la suddetta macchia N perderà la sua bianchezza, e riceverà una tinta turchina; ma ove sarà inclinata altrettanto in una maniera contraria, cangierà il suo color bianco con una tinta rossiccia. Il che tutto non può giammai spiegarsi per alcuna differenza nella terminazione della luce, e dell'ombra, che non vi è punto; ma spiegasi facilmente col supporre, che la parte superiore de' raggi, comunque vengano all'occhio sono disposti a produrre la sensazione di questi colori turchino, indaco, e violetto smorti, e la parte superiore è atta a produrre chiari li colori giallo, aranciato, e rosso: imperocchè quando la carta è nella situazione r s t u, e chiaro, che la parte superiore del lume vi cade più direttamente, che la parte inferiore, e perciò que' raggi saranno più copiosamente riflettuti; e la loro abbondanza nel lume riflesso la farà inclinare al lor colore. Così pure quando la carta ha una inclinazione contraria, riceverà più direttamente li raggi inferiori, e perciò tignerà la luce, ch'ella riflette, de' loro colori.

a Opt. l. 1 par. 2. prop. 1.

14. Ora è da provare, che queste disposizioni de' raggi della luce a produrre questo, e quel colore, il quale manifesti dopo la loro refrazione, non sono prodotte da alcuna azione del prisma sopra di quelli, ma sono originariamente inerenti a questi raggi, e che il prisma non fa che dare un'occasione a ciascuna specie di dimostrarsi con una distinta qualità, mentre li separa gli uni dagli altri, la quale era innanzi nascosta, mentre quelli erano mescolati insieme in un tratto diretto dal lume solare. Ma che questo sia così, resterà provato, se possa dimostrarsi, che nissun prisma ha alcuna potenza sopra li raggi, li quali dopo il loro passaggio per un prisma resi si sono semplici, e non contengono in sè, che un colore, sia per divider questo colore in alcuni altri, come si divide la luce del Sole, sia per

cangiarlo, come si fa di questa, in qualche altro colore. Ciò proverassi collo sperimento, che segue. (a) Restando tutto come innanzi nella prima sperienza, siavi un altro prisma N O nella fig. 228. disposto, o immediatamente, o a qualche distanza dietro al primo in una situazione perpendicolare, cosicchè abbia a rifrangere li raggi, che sortiscono obbliquamente dal primo. Ora se questo prisma dividesse la luce, che vi cade sopra in raggi colorati, nella maniera, che fa il primo, egli dividerebbe lo spettro secondo la sua larghezza in vari colori, come innanzi era diviso secondo la sua lunghezza, ma nulla di simile vi si osserva. Se L M fosse lo spettro, cui il primo prisma D E F dipingesse sul foglio H G I K; P Q che sta in una positura obbliqua sarà lo spettro formato dal secondo, e sarà diviso per lunghezza in colori corrispondenti a quelli dello spettro L M, e li produrrà nella stessa maniera, che si fa per la refrazione del primo prisma, ma la sua larghezza non riceverà alcuna simile divisione; per lo contrario ciascun colore di lato a lato sarà uniforme, come nello spettro L M, il che prova tutta l'asserzione.

a Nevv. Opt. Lib. I. par. I. experim. 5.

15. Viene lo stesso confermato ancor di vantaggio da un'altro sperimento. C'informa il nostro Autore, che li colori dello spettro L M nel primo sperimento sono nondimeno composti, sebbene non quanto nel lume diretto del Sole. Per tanto egli dimostra come si vengono a separare li colori della immagine, e a farli semplici in un grado di esattezza, collocando un prisma in distanza dal foro, e servendosi di un vetro convesso (b). Ed egli dimostra quando ciò siasi fatto sufficientemente, che se voi fate un piccolo pertuggio nella carta, che riceve la immagine, per il quale una qualche sorta di raggi possa passare, e così un raggio colorato venga a cadere sopra di un prisma, in guisa d'esserne rifratto, egli non cangierà in qual sisia caso il suo colore, ma sempre mai lo conserverà perfettamente, come prima, in qualunque modo sia egli rifratto. (c)

b Ibid. prop. 4.

16. Nè questi colori dopo una tale perfetta separazione soffriranno alcuna mutazione nella riflession loro da corpi di differenti colori, dall'altra parte faranno apparire tutti li corpi posti in questi colori di quel colore, che gl'illumina: (d) imperocchè il minio nel lume rosso apparirà come nel chiaro del giorno; ma nel lume giallo apparirà giallo; e ciò ch'è più straordinario, nel verde comparirà verde, nel turchino, turchino, e nel violetto, violetto; in simil maniera comparirà un verderame nel lume di questo colore; cosicchè il verderame posto nel lume rosso non sarà abile a comunicare la minor tintura turchina a questo lume, nè alcun'altro color differente dal rosso; nè il minio posto nel lume indaco, o violetto rappresenterà la minor apparenza di rosso, o da altro colore distinto di quello, in cui è collocato. La sola differenza si è, che ciascuno di questi corpi apparisce più luminoso, e brillante nel colo-

c Nevv. Opt. Lib. I. part. 2. esper. 5.

d Ibid. exper. 6.

colore, che corrisponde a quello, che ei fa vedere nel chiaro del giorno, e più fosco nei colori più rimoti da questo; vale a dire, sebbene il minio, ed il verderame posti nel lume azzurro, compariranno ambedue azzurri, ciò nondimeno questo comparirà di un'azzurro brillante, e quello di uno smorto, ed oscuro; ma se il minio, e'l verderame si confrontino insieme nel lume rosso, quello renderà un rosso vivo, e questo un colorito più debole, sebbene della stessa spezie.

17. E questo non solo prova la immutabilità di tutti questi colori semplici, ed incomposti; ma ancora sviluppa tutto il mistero, per cui li corpi appariscono al chiaro del giorno di tali differenti colori, questo non consistendo in altra cosa, se non che dove il bianco lume del giorno è composto di tutte le sorte di colori, alcuni corpi riflettono li raggi di una sorte in una maggior abbondanza, che li raggi di un'altra (a). Sebbene ciò apparisce nel sopraccitato sperimento, che tutti questi corpi in circa riflettono qualche porzione di raggi di ciascun colore, e producono il sentimento di colori particolari solamente, perchè una sorta di raggi predomina più del rimanente; e ciò, ch'è stato innanzi spiegato del comporre il bianco colla mescolanza di tutti li colori della immagine, chiaramente dimostra, che per vedere li corpi di color bianco non si ricerca più, che una potenza di rifletter' indifferentemente li raggi di ciascun colore. Ma ciò apparirà di vantaggio col seguente metodo: Se presso una immagine colorata nella prima nostra sperienza si tenga un pezzo di carta bianca in maniera, che sia egualmente illuminata da tutte le parti di questa immagine, ella apparirà bianca; la dove se sia tenuta più appresso al termine rosso della immagine, che ad un'altro, ella diverrà rossiccia, se più vicina all'azzurro, parteciperà di questo. (b)

a Lib. I. prop. 10.

b Ibid. experim. 9.

18. Il nostro indefesso, e circospetto Autore ha esaminata ancora la sua teoria col mescolare polveri di varj colori, di cui li pittori si servono, in ordine alla possibilità di produrre una polvere bianca con una tale composizione. (c) Ma in questo egli ha trovate alcune difficoltà, per le seguenti ragioni. Ciascuna di queste polveri colorate, non riflette, che una parte del lume, che sopra esse vi cade; le polveri rosse riflettendo poco di verde, o d'azzurro, e le polveri azzurre molto poco del rosso, o del giallo, e le polveri verdi riflettendo prossimamente tanto di rosso, o d'indaco, e violetto, quanto degli altri colori, ed inoltre quando alcuna di queste si esaminano allume omogeneo, come il nostro Autore chiama li colori del prisma, che sono mercè di questo ben separati, sebbene ciascuna apparisce più brillante, e luminosa nel suo proprio colore del giorno, che in alcun'altro; nondimeno li corpi bianchi, per esempio la carta bianca, in questi colori eccede quei corpi medesimi colorati nella chiarezza; cosicchè li corpi bian-

c Lib. I. par. I. 15. exper.

bianchi non solamente riflettono più di tutto quel lume, che li corpi colorati riflettono nel chiaro dal giorno, ma ancora più di quel colore, che essi riflettono più copiosamente. Tutte queste considerazioni fanno manifesto, che una mescolanza di questi corpi non rifletterà una quantità così grande di luce, che un corpo bianco della medesima mole; e perciò comporrà un tal colore quale risulterebbe da una mescolanza di bianco, e nero come sono tutti li colori grigi, e scuri, piuttosto che un bianco forte. Ora un tal colore egli componeva di certi ingredienti, cui egli perpendicolarmente descrive, in tal modo, che quando la composizione era fortemente illuminata dal lume diretto del Sole, ella apparisse più bianca, che la stessa carta bianca, se è notabilmente dall'ombra offuscata. In oltre egli trova con isperienze la proporzione del grado d'illuminazione della suddetta composizione, e della carta, cosicchè uno spettatore in una propria distanza non saprebbe ben determinare qual fosse di un color più perfetto; come egli non solo ha sperimentato per se stesso, ma ancora per la opinione concorrente di un' amico, che per avventura si trovò a visitarlo nel mentre stava facendo questa prova. Non posso quì tralasciare un'altro metodo di provare la bianchezza di una tal composizione, proposto in una lettera del nostro Autore su questo soggetto: (a) che è di illuminare la composizione con un tratto di lume Solare, che entri in una camera oscura, e poi ricevere il lume, che non è riflettuto sopra un pezzo di carta bianca, osservando se la carta apparisce bianca da questa riflessione. Imperciocchè se ciò accade è una prova dell' esser bianca questa composizione; perchè quando la carta riceve la riflessione da un corpo colorato, ella si vede di questo colore. Conforme a ciò è la prova, che egli ha fatta coll'acqua, impregnata di sappone, ed agitata nella sua schiuma: (b) imperciocchè quando questa schiuma dopo breve tempo rappresentava nelle piccole bolle, che la componevano, una gran varietà di colori, sebbene questi colori ad uno spettatore in piccola distanza distintamente si discoprivano; nondimeno quando l'occhio era così discosto, che ciascuna piccola bolla più non si distingueva, tutta la schiuma per la mescolanza di tutti que' colori compariva intensamente bianca.

a Transf. Filos. No. 88. p. 5099.

b Opt. Lib. 1. part. 2. experim. 14.

19. Avendo il nostro Autore intieramente soddisfatto sè stesso con queste, e altre parecchie sperienze per conoscere il risultato dalla mescolanza di tutti li colori del prisma; passa in appresso ad esaminare, se codesta apparenza di bianchezza nasca da' raggi di queste differenti sorte, che incontrandosi operino in maniera uno su l'altro, che ciascun d'essi imprimano il sentimento di bianchezza sopra del nervo optico; o se ciascun raggio faccia su l'organo della vista la medesima impressione, che oprando separatamente, e da sè solo, dimodo che l'idea di bianchezza non sia prodotta dalla impressione di alcuna parte di questi raggi, ma risulti dalla mescolanza di

za di tutte queste differenti sensazioni. E che questa ultima opinione sia la sola vera egli lo prova con innegabili sperienze.

20. In particolare lo sperimento precedente (a) in cui si adoprò un vetro convesso, ne somministra delle riprove. Quando la carta è portata nella situazione $\delta\gamma\eta\kappa$, al di là di N, li colori che in N sparivano, cominciano a comparire di nuovo; il che dimostra, che mescolandoli in N, non perdevano le loro qualità colorifiche, sebbene per qualche ragione non comparivano, ovvero erano nascosti. Questo apparisce di vantaggio in quella parte dello sperimento, in cui la carta, finchè era nel foco, era diretta ed esser inclinata da differenti lati; imperciocchè quando la carta era in una tal situazione, che doveva per necessità rifletter li raggi, li quali prima di arrivare al punto N avrebbero reso il color azzurro, questi raggi nel punto stesso abbóndando nel lume riflesso lo tingevano del medesimo colore: così quando la carta riflette più copiosamente di tutti que' reggi, che prima di toccare il punto N esibiscono il rosso, questi medesimi raggi tingono la luce riflessa da quel punto della carta del loro proprio colore.

a Ibid. exper. 10.

21. Avvi una certa condizione relativa alla vista, che somministra l'opportunità di esaminar questo punto più pienamente: ella si è, che la impressione della luce rimane qualche breve tempo sopra dell'occhio; come quando un carbone acceso si fa girare in un circolo; se il moto è veloce l'occhio non sarà abile a distinguer il carbone, ma vedrà un circolo intero di fuoco. La ragione di questa apparenza si è, che la impressione fatta dal carbone sopra dell' occhio in qualunque situazione, non è cancellata prima che il carbone ritorni di nuovo al medesimo luogo, e vi rinovi la sensazione. Questo suggerì al nostro Autore il pensiero di provare, se questi colori potrebbero esser trasmesse successivamente all'occhio così presto, che niun de' colori distintamente si percepisse, ma la mescolanza delle sensazioni producesse una bianchezza uniforme, quando li raggi non agissero un su l'altro, perchè giammai non s' incontrerebbero, ma verrebbero all'occhio un dopo l'altro. E questo pensiero fu da lui eseguito con un tale spediente. (b) Egli fa uno stromento di figura simile alla forma di un pettine, quale egli applica in vicinanza del vetro convesso, cosicchè muovendolo su, e giù lentamente, li denti di quello potessero impedir il passaggio or d'uno, or di un'altro colore; e secondo questo la luce riflettuta dalla carta situata in N, cangiasse continuamente colore. Ma ora quando il suddetto stromento muovevasi velocemente, l'occhio perdeva ogni percezione distinta dei colori, che venivano ad esso di volta in volta; risultando una perfetta bianchezza dalla mescolanza di tutte quelle distinte impressioni sopra il sensorio. Ora in questo caso non si può sospettare, che varj raggi colorati oprino un su l'altro, e facciano qualche mutazione scambievolmente fra

b Opt. p. 122.

di lo-

di loro nella maniera di muover il ſenſo, poichè non vi s'incontrano inſieme.

22. Il noſtro Autore ſi avanza ancora ad inſegnarci il modo d'oſſervare lo ſpettro de' colori prodotti nel primo ſperimento, con un altro priſma, coſicchè appariſcano all'occhio ſotto la forma d'una macchia rotonda, e perfettamente bianca. (*a*) E in queſto caſo ſe dal pettine uſato innanzi reſtino intercetti alternativamente alcuni colori, che compongono lo ſpettro, la macchia rotonda cangierà il ſuo colore ſecondo, che vengano li colori intercetti; ma ſe il pettine ſi muova troppo velocemente onde queſte mutazioni non ſi percepiſcano diſtintamente, la macchia apparirà ſempre bianca, come prima. (*b*)

a Opt. Lib I. part. 2 exper. 11.

b Ibid. prop 4. 6.

23. Oltre queſta bianchezza, che riſulta da una compoſizione uniforme di tutte le ſorte di colori, il noſtro Autore ſpiega ancora in particolare gli effetti di altre miſture meno compoſte; delle quali alcune compongono altri colori, che raſſomigliano in parte alcuni de' ſemplici, ed altre producono colori diverſi da ciaſcuno di quelli. Per eſempio una miſtura di roſſo, e giallo compone un colore in apparenza ſimile all'aranciato, che nella immagine, o nello ſpettro ſolare giace tra quelli; ſiccome una compoſizione di giallo, ed azzurro ſi prattica in tutte le tinte, per far un verde; ma il roſſo e'l violetto compoſti fanno un pavonazzo differente da ognuno de' colori priſmatici, e queſti congiunti al giallo, o turchino fanno ancora nuovi colori. In oltre vi è una regola da oſſervare quì, che quando più differenti colori ſono fra di loro meſcolati, il color, che proviene dalla meſcolanza, divien languido, e degenera in bianchezza. Così quando il giallo, il verde, ed il turchino ſono meſcolati inſieme, il compoſto ſarà verde; ma ſe a queſto aggiungete il roſſo, e'l violetto, il colore diverrà primieramente debole, e men vivo, ed infine aggiungendovi più di queſti colori, ritornerà al bianco, o qualche altro colore. (*c*)

c Opt. p. 51.

24. Vi è ſolamente una coſa rimarcabile di que' colori compoſti, li quali ſono ſimili in apparenza ad uno de' ſemplici; ed è, che ogni ſemplice veduto per un priſma conſervarà ſempre il ſuo colore; ma li compoſti riguardati per un ſimile vetro, verranno diviſi nei ſemplici, di cui quelli ſono l'aggregato. E per queſta ragione ogni corpo illuminato da un lume ſemplice, apparirà diſtintamente per un priſma oſſervato, e ſaranno viſibili le ſue parti più minute; come può facilmente provarſi colle moſche, o altri tali piccoli corpi, che hanno parti aſſai piccole; ma riguardato iſteſſamente, quando viene illuminato da colori compoſti; apparirà confuſo, nè ſaranno oſſervabili le più ſottili ſue parti. Come il priſma ſepari queſti colori compoſti, e ſimilmente come divida li raggi del Sole ne' ſuoi colori, non è ſtato per anche ſpiegato; ma queſto riſervaſi per il terzo Capo.

25. Frat-

25. Frattanto ciò ch' è ſtato detto, baſterà penſo a dar' un ſaggio del metodo di ragionare del noſtro Autore, e ad illuſtrare in qualche maniera la propoſizione, che ſi è avvanzata nel preſente Capo.

26. Vi ſono metodi di ſeparare li raggi eterogenei della luce del Sole per rifleſſione, che perfettamente coſpirano con queſto raziocinio, e lo confermano di vantaggio. Uno de' quali metodi può eſſer queſto. Sia A B nella figura 129. che rappreſenti una fineſtra chiuſa di una camera oſcura; C un pertuggio per ammetter li raggi del Sole; D E F, G H I due priſmi talmente applicati inſieme, che li lati E F, G I ſieno contigui, e li due lati D F, G H paralelli; in queſta maniera la luce paſſerà per eſſo loro ſenza alcuna ſeparazione in colori: ſe ella viene di poi ricevuta da un terzo priſma I K L, ella ſarà diviſa in modo di formare ſopra qualche corpo bianco P Q li colori ordinarj, il violetto in m, l'azzurro in n, il verde in o, il giallo in r, ed il roſſo in s. Ma perchè non accade giammai, che le due ſuperfizie aggiacenti E F, e G I perfettamente ſi tocchino, una parte ſola del lume incidente ſopra la ſuperfizie E F verrà traſmeſſa, ad una parte ſarà riflettuta, ora la parte riflettuta ſia ricevuta da un quarto priſma Δ Θ Λ, e paſſando per eſſo dipinga ſopra un qualche corpo bianco Z Γ li colori del priſma, il roſſo in t, il giallo in u, il verde in vv, il turchino in x, il violetto in y. Se li priſmi D E F, G H I ſi comincino lentamente a girare, mentre rimangono fra di loro contigui, li colori ſopra il corpo P Q non cargieranno ſenſibilmente la loro ſituazione ſino a tanto, che li raggi divengano alquanto obbliqui alla ſuperfizie E F; e all' ora la luce incidente ſopra la ſuperfizie E F; comincierà ad eſſer' intieramente riflettuta. E prima di tutto il lume violetto ſarà intieramente riflettuto, e perciò ſparirà in m, apparendo in vece in v, e creſcendo il lume violetto, che vi cade ſopra, gli altri colori rimangono come innanzi. Se li priſmi D E F, G H I ſi girino un poco più intorno, onde li raggi incidenti divengano un poco più inclinati alla ſuperfizie E F, il turchino rifletterà totalmente, e ſparirà in n, ma comparirà in x, facendovi il colore più intenſo, e ſi può continuare lo ſteſſo, finchè li colori ſianſi ſucceſſivamente rimoſſi dalla ſuperfizie P Q all' altra Z Γ. Ma in qualche caſo per eſempio quando il violetto, ed il turchino hanno abbandonata la ſuperfizie P Q, e appariſcono ſopra dell'altra Z Γ reſtando il verde il giallo, e 'l roſſo ſolamente ſopra la ſuperfizie P Q; ſe la luce venga ricevuta ſopra una carta tenuta in qualche luogo del ſuo paſſagio tra l'eſcita dalli priſmi D E F, G I H, e la ſua incidenza ſul priſma I K L, ella apparirà del colore compoſto di tutti li colori, che ſi vedono ſopra P Q; e il raggio rifleſſo ricevuto ſopra un pezzo di carta bianca tenuta in qualche luogo tra li priſmi D E F, e Δ Θ Λ, eſibirà un color compoſto di quelli di cui la ſuperfizie P Q è privata, meſcolati colla luce del Sole:

laddove prima che alcuna parte della luce venisse riflettuta dalla superfizie D F, li raggi tra li prismi G H I, ed I K L apparirebbero bianchi; siccome pure il raggio riflesso sarà innanzi, e dopo la total riflessione, purchè la differenza della refrazione cagionata dalle superfizie D F, e D E non sia considerabile. Io chiamo quì bianco il lume del Sole, come ho fatto per tutto; ma è cosa più esatta attribuirgli qualche cosa d' una tintura giallicia, cagionata dai colori più brillanti, che abbondano in esso; la qual precauzione è necessaria esaminando li colori di un tratto riflesso di lume, quando sono in esso tutti e due, il violetto, e l' azzurro: imperciocchè questa tintura giallicia della luce del Sole fa che l' azzurro non vì sia così intieramente visibile, come lo sarebbe, se la luce fosse perfettamente bianca; ma fa inclinare un tratto di lume piuttosto ad una pallida bianchezza.

CAPITOLO II.

Della Proprietà de' Corpi, da cui dipendono li loro colori.

1. DOpo aver dimostrato nell' ultimo capo, che la differenza tra li colori de' corpi veduti alla luce scoperta del giorno, è solamente questa, che alcuni corpi sono disposti a rifletter raggi di un colore nella più grande abbondanza, ed altri corpi, raggi di qualche altro colore; l' ordine ora dimanda, che esaminiamo più particolarmente quella proprietà de' corpi, che loro dà questa differenza. Il nostro Autore dimostra, che ella non è altro, che la differente grossezza delle particole, che compongono ciascun corpo: lo che, io dubbito, che non abbia a sembrare un paradosso non piccolo. E inverità tutto il presente Capo appena comprenderà alcuna asserzione, che non sia quasi incredibile, sebbene le ragioni di quanto si dice, sono così forti, e convincenti, che sforzano il nostro assenso. Nel primo Capo abbiamo spiegate le proprietà della luce senza la minor conghiettura di quelli, che hanno precedute le discoperte del nostro Autore; nondimeno non è difficile l' abbracciarle tostochè si conosce, che gli sperimenti ne provano la realità; ma alcune delle proposizioni da stabilirsi quì, saranno, io temo, considerate quasi al di là di ogni credenza non ostante che gli argomenti, co' quali si sono stabilite, non ammettano risposta. Imperciocchè si prova dal nostro Autore, che li corpi sono resi trasparenti dalla piccolezza de' loro pori, e divengono opachi per averli larghi; e dippiù che li corpi più trasparenti riducendosi ad una grande tenuità, diventeranno meno pervj alla luce.

2. Ma siccome era opinion ricevuta, e tuttavia rimane così stabilita tra tutti quelli, che non hanno studiata questa Filosofia, che la luce riflette da' corpi dall' incontrarsi, che fa nelle loro parti solide,

lide, risaltando da quelle, come fa una palla da giocare, o altra sostanza elastica, urtando contro di una superfizie dura, e resistente; egli sarà proprio di cominciare dal dichiarar la sentenza del nostro Autore circa questo punto; che dimostra con più argomenti, che questa riflessione non può farsi in alcun modo mercè una tal causa: (a) ed io esporrò alcune poche delle sue prove, rimettendo il Lettore al nostro Autore stesso per il restante.

a Opt. Lib. II. prop. 8.

3. Sarà ben noto, che quando la luce cade su qualche corpo trasparente, per esempio un vetro, parte di questa è riflettuta, e parte trasmessa; per ispiegar la qual cosa è facile il dire, che una parte di luce entra nei pori del vetro, ed una parte s' incontra colle sue parti solide. Ma quando la luce trasmessa giunge all' altra superfizie del vetro, nell' uscir fuori dal vetro all' aria, vi è cagionata come una forte riflessione, e piuttosto qualche cosa di più forte. Ora non è da potersi concepire, come la luce troverebbe tante solide parti nell' aria per urtarvi dentro, quante nel vetro, o anche in maggior numero di queste. E per accrescer la difficoltà; se pongasi dell' acqua di dietro al vetro, la riflessione divien molto più debole. Come potiamo dir dunque, che l'acqua abbia più poche parti solide, in cui debba urtar la luce, di quello che ne abbia l' aria? E se potessimo dirlo, qual ragione può rendersi dell' esser la riflessione più forte, quando l' aria è rimossa dal di dietro del vetro con uno stromento per votarla, che quando l' aria riceve li raggi della luce? Oltredichè la luce può essere talmente inclinata alla superfizie posteriore del vetro, che ella abbia ad esser riflettuta intieramente, il che succede, quando l' angolo, che li raggi fanno colla superfizie, non eccede $49. \frac{1}{3}$ gradi in circa; ma se l' inclinazione sia un poco accresciuta, una gran parte della luce sarà trasmessa, e come la luce in un caso non abbia ad incontrar altro, che parti solide d' aria, e con un sì piccolo cangiamento della sua inclinazione a ritrovar pori in grande abbondanza, egli è totalmente inconcepibile. Nè si può dire, che la luce rifletta, per incontrarsi nelle parti solide del vetro; imperciocchè senza far alcun cangiamento nella sua superfizie, ma solamente in luogo d'aria collocando acqua contigua al vetro, una gran parte di questa luce sarà trasmessa, che non trovava passaggio per l' aria. Dippiù nell' ultimo sperimento recato quì sopra nel capo precedente, quando col girare li prismi DEF, GHI, la luce azzurra diveniva intieramente riflettuta, nel mentre l' altra era trasmessa al maggior grado, non è possibile d' assegnare alcuna ragione, per cui li raggi producenti l' azzurro non avessero ad incontrarsi se non in parti solide d' aria tra li prismi, e 'l rimanente della luce nella medesima obbliquità avesse a trovar pori in abbondanza. Anzi dippiù quando due vetri si toccano l' un l' altro, non si fa alcuna riflessione affatto; sebbene egli non

non apparisce nel minor modo, come li raggi avessero ad isfuggire più parti solide del vetro, quando è contiguo all'altro vetro, che quando è contiguo all'aria. Ma in fine secondo questa supposizione non si può comprendere come le sostanze più liscie avessero a riflettter la luce in quella maniera regolare, in cui troviam, che lo fanno; imperciocchè quando un forbito specchio è coperto nella superfizie con dell'argento vivo, non possiamo supporre, che le parti della luce sieno di tanto più grosse, che quelle dell'argento vivo, che non abbiano punto ad esser disperse nella riflessione come particelle di marmo fatte cadere sopra un pavimento ineguale. La sola cagione di una riflessione così uniforme, e regolare deve esser qualche causa più segreta, diffusa uniformemente sopra tutta la superfizie del vetro.

4. Ora poichè la riflession della luce dei corpi, non dipende dall' incontrarsi colle loro parti solide, si dee pensare a qualche altra ragione. E primieramente non si dubbita più, che le menome parti di quasi tutti li corpi non sieno trasparenti, come anche il microscopio ce le rappresenta; (a) ed oltre a ciò si può sperimentarlo con questo metodo. Pigliate una tenue lametta d'un corpo de' più opachi, ed applicatela ad un piccolo foro aperto per la introduzion della luce in una camera oscura; per opaco, che parer possa questo corpo all'aperto chiaro del giorno, egli scoprirà nondimeno sufficientemente la sua trasparenza in queste circostanze; purchè solamente siasi ben'assottigliato il corpo. Li metalli bianchi per verità non si dimostrano così facilmente trasparenti in queste sperienze, riflettendo eglino quasi tutta la luce su di loro incidente, alla prima lor superfizie; la cagione di che apparirà in ciò che segue. (b) Ma nondimeno queste sostanze ridotte, che sieno in parti di straordinaria sottigliezza, coll'essere sciolte nell'acqua forte o in simili liquori corrosivi, divengono ancora esse trasparenti.

a Opt. L. Lib. II. par. 3. prop. 2.

b §. 17. infr.

5. Poichè dunque la luce trova libero il passaggio per le parti minime de' corpi, consideriamo la larghezz de' loro pori, e troveremo, che qualunque raggio di luce sia passato per mezzo di qualche parte di un corpo, ed arrivato all'altra sua superfizie, se egli vi trova un'altra particola contigua, egli passerà senza interrompimento per questa particola contigua, egli passerà senza interrompimento per questa particola; come la luce passerà per un pezzo di vetro, nell'altro, che è in contatto con quello, senza alcun' impedimento, o che alcuna parte ne venga riflettuta: ma siccome la luce uscendo dal vetro, o da qualche altro corpo trasparente, verrà in parte riflettuta in dietro, se ella entra nell'aria, o in altro corpo trasparente d'una densità differente da quella del corpo, onde è uscita; lo stesso accadrà nel passaggio della luce per ogni particola di un corpo, qualunque volta all'uscire da questa particola, ella non incontra altre particole contigue, ma le bisogna entrare in un poro; imperciocchè in questo caso ella non passerà punto avanti

con

con tutte le sue parti, ma ne verranno alquante riflettute indietro. Così ciascuna volta, che la luce entra in un poro, ella sarà in parte riflettuta; talchè niuna cosa sembra più necessaria alla opacità, che l'avere le particole, di cui un corpo è composto, toccanti in pochi punti, e li pori numerosi, e larghi, onde possa la luce esserne in parte riflettuta, e nel rimanente penetrare così profondamente, che non potendo tornar fuori dal corpo, per le numerose riflessioni abbia a soffocarsi, e smarirsi; (*a*) il che con tutta probabilità succede qualunque volta ella incontra in parti solide del corpo, tutta la luce, che fa così non essendo riflettuta in dietro, ma arrestata, e privata di ogni moto ulteriore. (*b*)

a Opt. Lib. II. Par 3. prop. c.

b L. II. Opt. pag. 241.

6. Questa nozione della opacità è grandemente confermata dall' osservare, che li corpi opachi divengono trasparenti col riempiere li pori d'una qualche sostanza, che abbia prossimamente la stessa densità, che le lor parti. Così quando una carta è inumidita di acqua, o di oglio; quando la tela si tinge nell'acqua, quando le si dà l'oglio, o la vernice, ovvero quando la pietra *oculus mundi* s'immerge nell'acqua; (*c*) tutte queste sperienze confermano la prima asserzione, che la luce non è riflettuta dall'abbattersi nelle parti solide de' corpi; e poi la seconda, che il suo passaggio è impedito dalle riflessioni, a cui soggiace ne' pori; poichè noi troviamo in queste sperienze, che ella passa in maggior abbondanza per li corpi, quando il numero delle loro parti solide è accresciuto, solamente col togliere molte di queste riflessioni; il che si fa riempiendo li pori d'una sostanza, che sia quasi della stessa densità, che sono le parti del corpo stesso. In oltre come riempiendo li pori di un corpo opaco si fa trasparente, così dall'altra parte vuotando li pori d'un corpo trasparente, o separandone le parti, rendesi opaco; come fa il sale, o la carta umida, venendosi a diseccare, il vetro, essendo ridotto in polvere, o fattane aspra la superfizie; ed egli sarà noto, che li vasi di vetro scuoprono le fissure, o crepature colla loro opacità. Così l'acqua stessa diviene impervia alla luce coll'esser formata in piccole bolle, già facendo schiuma, ovvero mescolandola, ed agitandola con qualche quantità di un liquore, con cui ella non incorpori, come è l' oglio di trementina, o quello d'olive.

c Ibid. p. 224.

7. Un certo sperimento elettrico fatto dal Sig. Hauksbee può non esser utile per avventura a rischiarare la presente speculazione, dimostrando, che si ricerca qualche cosa dippiù, oltre la mera porosità, per trasmetter liberamente qualche altra sottile, e delicata sostanza. Lo sperimento è questo; che un cannello di vetro fregato, finchè se gli cavi la sua qualità elettrica, agiterà un foglio di rame; incluso in un vaso di vetro sebbene ad una distanza, che vi potrebb'esser qualche corpo di mezzo; nondimeno il medesimo cannello perderà tutto il suo flusso sopra il detto foglio di rame,

per la frappofizione d'un pezzo di finiffimo velo, li cui pori sono di gran lunga più larghi, e più patenti, che quelli del vetro.

8. Così ho procurato di appianarmi la ftrada, quanto io poteva, per ifviluppare ancora maggiori fegreti in natura; imperciocchè pafferò già a dimoftrar la ragione, per cui li corpi apparifcono di differenti colori. Il mio Lettore non v' ha dubbio refterà forprefo, quando lo informerò, che la cognizione di quefto è didotta da certi fperimenti giocofi, con cui li fanciulli fi divertifcono nel foffiare quelle bolle d'acqua refe più tenaci per la foluzion del fappone; e che quefte bolle, fecondo che grado per grado diventano più, e più fottili, fino a crepare, cangiano fucceffivamente li fuoi colori per la fteffa caufa, che li corpi naturali confervano i fuoi.

9 Il noftro Autore dopo preparata l'acqua col fappone, onde fi rendeffe più tenace, vi foffiò dentro, e la bolla, che ne forfe, poftala fotto un vetro, acciò non foffe irregolarmente agitata dall'aria, offervò, che l'acqua fcendendo, cangiava la groffezza di quella veffica, facendola minore, e minore per gradi, finchè quella crepò; e comparivano fucceffivamente colori nel vetro, che la rinchiudeva, li quali fi fpargevano in guifa di annelli, che circondavano il bicchiere, e vi difcendevano fempre più, finchè al fondo fvanivano con lo fteffo ordine, con cui gli fteffi comparivano. (a) Li colori emergevano con queft'ordine; prima il roffo, indi l'azzurro; a cui fuccedeva una feconda volta il roffo, e feguiva immediatamente l'azzurro; dopo quefto il roffo una terza volta, feguitato dall'azzurro, a cui fuccedeva un'quarto roffo, ma feguito dal verde; dopo quefto un' ordine più numerofo di colori, prima roffo, poi giallo, indi verde, dopo quefto azzurro, e infieme violetto; quindi nuovamente roffo, giallo, verde, azzurro, violetto fi feguitavano l'uno l'altro per ordine, e infine roffo, giallo, bianco, azzurro, a cui fuccedeva una macchia ofcura, che appena rifletteva alcun lume, febbene il noftro Autore trovò, che faceva qualche ofcura rifleffione, perche l'immagine del Sole, o di una candela, vi fi poteva difcernere debolmente; e queft' ultima macchia fi dilatava più, e più, finchè poi la bolla d'acqua crepava. Quefti colori non erano femplici, od incompofti, fimili a quelli, che fono rapprefentati dal prifma, quando fi prende la dovuta diligenza per fepararli; ma erano fatti da una varia mefcolanza di quei colori femplici, come fi dimoftrerà nel proffimo capo; e perciò que' colori, a cui hò dato quì il nome di azzurro, verde, o roffo, non erano del tutto fimili fra di loro: ma differenti, come fegue. L'azzurro, che appariva proffimo alla macchia ofcura, era un color puro, ma debole, come l'azzurro del Cielo; il bianco proffimo ad effo un bianco forte, ed intenfo, più chiaro di quello, ch'era riflettuto prima, che alcun de' colori apparifle. Il giallo, che precedeva quefto, era dapprincipio mediocre, ma tofto fi facea dilavato; e il roffo,

a Ibid. Obf. 17. &c.

roſſo, che andava innanzi al giallo, dapprincipio aveva una tintura di ſcarlato, inclinante al violetto; ma toſto cangiava in un brillante maggiore; il violetto della ſerie ſeguente, era carico, con poco, o nulla di roſſo; l'azzurro un color vivo, ma degenerava aſſai dall'azzurro nell'ordine ſeguente: il verde era tutto dilavato, e pallido, il giallo, e il roſſo erano vivi, e pieni, più di tutti li gialli, che apparivano tra alcun de' colori; negli ordini precedenti il violetto era roſſiccio, ma l' azzurro, come appunto ſi è ora detto, il più brillante di tutti; il verde alquanto miglior, che nell'ordine, che appariva innanzi ad eſſo, ſebben'era un bel verde di ſalice; il giallo in piccola quantità, ma brillante; il roſſo di queſt' ordine non era puro; quelli, che apparivano prima, erano ancora più oſcuri, eſſendo dilavati, e imbrattati, come pure li tre primi azzurri.

10. Ora egli è evidente, che queſti colori erano prodotti ſu 'l bicchiere dalla veſcica d'acqua, a miſura, ch' ella diveniva per gradi più, e più ſottile; ma qual foſſe la ſua preciſa groſſezza nelle parti, ove ciaſcun di queſti colori appariva, non ſi poteva determinarlo con queſti ſperimenti; ma trovoſſi bensì con un'altro mezzo, val' a dire, prendendo il vetro obbiettivo di un lungo teleſcopio, che ha una piccola conveſſità, e collocandolo ſopra un vetro piano, coſicchè lo toccaſſe in un punto, e verſando allora dell'acqua tra tutti, e due; apparivano li medeſimi colori, che nella veſcica, in forma di circoli, o di annelli, che circondavano il punto, in cui li vetri toccavanſi; il qual'appariva nero per difetto di rifleſſione, come il vetro nella veſcica ſuddetta, quando è reſa ſottiliſſima; (a) dopo queſta macchia viene un circolo azzurro, e dopo di queſto un bianco; e così nello ſteſſo ordine di prima, contando dalla ſuddetta macchia oſcura. E da quì innanzi io parlerò de' colori, chiamandoli del primo, del ſecondo, o d' altro ſuſſeguente ordine, conforme ſaranno li primi, li ſecondi, ec. contandoli dalla macchia nera nel centro di queſti annelli; ch'è l'ordine contrario a quello, in cui ſi dovrebbero menzionare, a noverar il primo, ſecondo, terzo, ec. nell'ordine, in cui ſono prodotti un dopo l'altro ſu 'l bicchiere dalla ſopraddetta veſcica.

a Ibid. Obſ. 10.

11. Ora dal miſurar li diametri di cadauno di queſti annelli, e dal conoſcer la conveſſità del vetro del teleſcopio, può determinarſi con grand'eſattezza la groſſezza dell'acqua, ch'è a ciaſcun di queſti annelli; per eſempio la ſua groſſezza, dove è riflettuto il bianco del primo ordine, e di $3\frac{7}{8}$ parti incirca di quelle, che ſono in un pollice 1000000. (b) E queſta miſura dà la groſſezza sì dell' acqua tra li vetri, che della veſcica, ov'ella appariſce di queſto color bianco; ſebbene il corpo traſparente, che circonda l'acqua in queſti due caſi ſia differente: imperciocchè il noſtro Autore trovò, che la condizione del corpo ambiente non alterava punto la ſpe-

b Ibid. p. 206.

ſpezie del colore, ſebben poteſſe alterarne la forza, e la chiarezza; imperciocchè certi pezzi di vetro così ſottili, che apparivano colorati, eſſendo inumiditi dall'acqua, avevano con ciò li loro colori men vivi, e reſi più pallidi; ma egli non ha oſſervato, che le loro ſpezie punto ſi cangiaſſero: coſicche la groſſezza d'ogni corpo traſparente determina il ſuo colore, per qualunque corpo paſſi la luce, arrivando a quello. (a)

a Oſſ. 21.

12. Ma egli ſi trovò, che varj corpi traſparenti, ſebbene non della ſteſſa groſſezza rappreſentavano lo ſteſſo colore: imperciocchè ſe li vetri mentovati di ſopra ſi ponevano uno ſu l'altro ſenza l'acqua tra le lor ſuperfizie, l'aria ſteſſa rendeva li medeſimi colori, che l'acqua, ma più ſparſi, dimodocchè ciaſcun annello aveva un diametro maggiore, e tutti nella medeſima proporzione; coſicchè la groſſezza dell'aria, propria per ciaſcun colore era nella la ſteſſa proporzione più larga, che la groſſezza dell'acqua, addattata allo ſteſſo effetto. (b)

b Oſſer. 5. conſr. con la 10.

13 Se noi eſaminiamo con diligenza tutte le circoſtanze di que' colori, che novereremo nel proſſimo Capo, non ſaremo ſorpreſi, che il noſtro Autore le prenda, per avere una grande analogia alli colori de' corpi naturali. (c) Imperciocchè la regolarità di quelle varie, e ſtrane apparenze, che loro appartengono, e che fanno la parte più miſterioſa dell'azione tra la luce, e li corpi, come nel ſeguente Capo dimoſtreremo, è ſufficiente a convincerci che il principio, da cui queſte provengono, è della più grande importanza nelle opere della natura; e perciò ſenza quiſtione è conſiderato non meno, che la fonte per dare ai corpi li loro varj colori, al qual fine egli ſembra eſattamente proporzionato. Imperciocchè ſe una qualche ſoſtanza traſparente della groſſezza propria a produr qualche colore ſi divideſſe in ſottili filamenti, o ſi metteſſe in pezzi, non apparirebbe che queſti riteneſſero altro che lo ſteſſo colore, ed un' ammaſſo di tali frammenti formerebbe un corpo di queſto colore. Coſicchè egli è fuori di diſputa, che la cauſa per cui li corpi ſono di queſto, o di quell' altro colore, ſieno le particelle di differente grandezza, di cui quelli ſono compoſti. Il che viene ancora confermato dall'analogia tra li colori di ſottili lamine, e li colori di varj corpi. Per eſempio quelle lamine non veggonſi dello ſteſſo colore, quando ſi riguardano obbliquamente, e quando direttamente ſi vedono; imperciocchè ſe gli annelli, e li colori tra un vetro conveſſo, ed un piano ſi vedono primieramente in un modo diretto, e poi in differenti gradi di obbliquità, gli annelli ſi oſſerveranno ſempre più dilatarſi ſecondo, che l'obbliquità andrà creſcendo; (d) lo che prova che una ſoſtanza traſparente tra li vetri non rappreſenta lo ſteſſo colore nella ſteſſa groſſezza, in tutte le ſituazioni dell' occhio: come appunto li colori nella ſteſſa parte del corpo di un Pavone ſi cangiano, ſecondo che egli cangia poſitura riſpetto alla luce.

c Ibid. Prop 5.

d Oſſer. 7.

Li co-

Li colori pure delle fete, delle tele, e d'altre fostanze, cui l'acqua, o l'oglio possa penetrar' intimamente, divengono languidi, e deboli, restando li corpi inzuppati di questi fluidi, e ricuperano la lor chiarezza di nuovo, alloracchè si rasciugano; come appunto si era detto innanzi, che le lame del vetro divengono fosche, ed oscure per essere inumidite. A questo si può aggiungere, che li colori da i pittori usati, si cangiano alquanto dal venir macinati con perfezione, certamente per la diminuzione delle loro parti, le quali particolarità congiunte insieme, e molte altre, che si potrebbero estrarre dal nostro Autore, danno una prova abbondante del presente punto. Io soggiungerò solamente una cosa di vantaggio: quelle lamine trasparenti trasmettono per entro a loro tutto il lume, che non riflettono; cosicchè guardando per esse, rappresentano que' colori, che risultano dal privar' il lume bianco del color riflettuto. Ciò si proverà comodamente co' vetri sovvente menzionati; per cui riguardando si vedono annelli colorati, come fa il lume riflettuto, ma con un' ordine opposto; imperciocchè la macchia di mezzo, che dall'altra veduta apparisce negra per difetto di lume riflettuto, vedesi ora del tutto bianca; presso a questa macchia il lume apparisce tinto di un rosso gialliccio dove innanzi appariva un circolo bianco, ora ne apparisce un'oscuro, e così del resto. (a) Ora nella stessa maniera la luce trasmessa per un foglio d'oro in una camera oscura, apparisce verdiccia, per la perdita del lume giallo, che dall'oro riflettesi.

a Osserv. 9.

14. Quindi egli segue, che li colori de' corpi danno un probabile fondamento per farvi delle conghietture, concernenti la grandezza delle loro particole componenti. (b) La mia ragione di chiamarle conghietture si è la difficoltà di fissar certamente l'ordine di alcun colore. Il nostro Autore giudica, che il verde de' vegetabili sia del terzo ordine, parte a causa della intensione del loro colore, e parte per li cangiamenti, che soffrono quando vengono a seccarsi, piegando primieramente ad un verdiccio, o ad un giallo più perfetto, e poi alcuni di loro ad un aranciato, o rosso; li quali cangiamenti sembrano esser prodotti dalle loro particole agitate, o leggermente mosse, che cominciano a condensarsi per l'esalazioni della loro umidità, e forse dall'aumentarsi ancora dall'aggiunta delle parti terrestri, ed oleose di quest'umido. Come li mentovati colori nascano dall'aumentarsi la mole di queste particole, è cosa evidente, vedendosi questi colori esser fuori dell'annello verde tra li vetri, e perciò formarsi dove la sostanza trasparente, che li riflette, e più grossa. E che l'aumentazione della densità delle particole colorifiche debba cospirar'alla produzione del medesimo effetto, sarà evidente, se noi ci risovverremo di quel, che si è detto della differente grandezza degli annelli, quando l'aria è rinchiusa tra li vetri, e quando l'acqua vi si trova di mezzo; con che provavamo,

b Ibid. Prop. 7.

che una sostanza d'una maggior densità, che l'altra da lo stesso colore in una minor grossezza. Ora le mutazioni oprate similmente nella densità, o gradezza delle parti de' vegetabili per causa del loro disseccamento, non sembrano maggiori di quello, che bastano per cangiar' il lor colore in quelli dello stesso ordine; ma il giallo, ed il rosso del quarto ordine non sono del tutto proprj a convenire con quelli, in cui queste sostanze si cangiano, nè il verde del secondo ordine è sufficientemente buono per esser colore de' vegetabili; cosicchè il lor colore deve esser necessariamente del terzo ordine.

15. Il colore azzurro di sciroppo di viole supponsi del terzo ordine dal nostro Autore; imperciocchè gli acidi, come l'aceto, con questo sciroppo lo cambiano in rosso, e li sali di tartaro, o altri alcali, mescolati con esso lo rendono verde. Na se l'azzurro dello sciroppo fosse del secondo ordine, il color rosso, che gli acidi vi producono, assottigliando le sue parti, dovrebbe essere del primo ordine, e del secondo il verde, che vi producono gli alcali coll' ingrossarne le parti, laddove niuno di questi colori è del tutto sufficiente, e massime il verde per corrispondere a quelli prodotti da'tali cangiamenti; ma il rosso può ben trovarsi sufficiente del secondo ordine, ed il verde del terzo; nel qual caso l'azzurro deve esser pure del terzo ordine.

16. Il colore azzurro del Cielo dal nostro Autore si fa del primo ordine, che ricerca le parti più piccole di ogni altro colore; e perciò deve essere rappresentato ancora dai vapori, innanzicchè questi siansi abbastanza adunati in nuvola per produrre altri colori.

17. Il bianco più inteso, e luminoso è del primo ordine; se riesce men forte, è una mescolanza dei colori di tutti gli ordini. Egli fa dell' ultima sorte di colore de' panni lini, della carta, e d' altre sostanze simili; ma il bianco de' metalli è della prima sorte. Queste ne sono le ragioni. Si è dimostrato, che l' opacità di tutti li corpi proviene dal numero, e dalla forza delle riflessioni, che per entro a loro si fanno, ma tutte le sperienze dimostrano, che la più forte riflessione si fa in quelle superfizie, che sono di mezzo a' corpi trasparenti della più differente densità. Tra gli altri esempj di questo, gli sperimenti di sopra ce ne porgono uno; imperciocchè quando l'aria solamente si trova rinchiusa tra li vetri, gli annelli colorati non solo si dilatano di vantaggio, che quando vi è l' acqua di mezzo, come è stato detto di sopra, ma sono ancora tanto più luminosi, e brillanti. Egli ne segue dunque, che qualunque mezzo penetri li pori de' corpi se ve n' ha alcuno, quelle sostanze debbono essere le più opache, la densità delle cui parti è più differente dalla densità del mezzo, che riempie li loro pori. Ma si è provato sufficientemente nella prima parte di questo trattato, che non vi è alcun mezzo denso collocato ne' pori dei corpi, o almeno, che vi passi per entro con libertà. E ciò provasi ancora del presente sperimento: imperciocchè quando l' aria è rinchiusa dalla sostanza più densa del

fa del vetro, gli annelli dilatansi, come si è detto, e rimirarli obbliquamente; e ciò fanno talmente, che in differenti obbliquità la medesima grossezza dell'aria rappresenterà tutte le forze de' colori. La bolla dell'acqua sebbene circondata dalla sostanza più sottile di aria, cangia similmente il suo colore riguardandola obbliquamente; ma non affatto quanto nell'altro caso, imperciocchè in quello il medesimo colore può vedersi, quando gli annelli si vedono il più obbliquamente, ad una grossezza dodeci volte più che quello compariva sotto una vista diretta; laddove in quest'altro caso la grossezza non si trova mai considerabilmente crescere più della metà. Ora li colori de' corpi non dipendendo solamente dalla luce, che vi cade sopra perpendicolarmente, ma ancora da quella, che vi cade con tutti li gradi di obbliquità; se il mezzo ambiente le loro particole fosse più denso di queste, ogni sorte di colore sebbene necessariamente da loro riflettuta in sì gran copia, che sarebbe il colore di tutti li corpi bianco, o grigio, o certamente un bianco dilavato, ed imperfetto; Ma dall'altra parte se il mezzo ne' pori de i corpi fosse assai più raro delle loro particole, il colore riflettuto sarebbe così poco cangiato dalla obbliquità dei raggi, che quello prodotto da i raggi, che cadono prossimamente perpendicolari, potrebbe cotanto abbondare nel lume riflettuto, che darebbero al corpo il loro proprio colore con poca mistura. A questo si può aggiungere, che quando la differenza delle sostanze contigue trasparenti è la medesima, un colore riflettuto dalla sostanza più densa ridotta in una sottile lamina, e circondata dalla più rara, sarà più gagliardo, che lo stesso colore, quando è riflettuto da una sottile lamina formata della sostanza più rara, e circondata dalla più densa; siccome il nostro Autore ha sperimentato col soffiare vetro molto sottile ad una lumpana di fornace, che rappresentava al chiaro colori più vivi, di quello fa l'aria tra due vetri. Da queste considerazioni è manifesto, che in caso di somiglianza in tutte le altre circostanze, li corpi più densi saranno li più opachi Ma egli è stato osservato innanzi, che que' metalli bianchi possono difficilmente farsi così sottili, se non dissolvendoli in liquori corrosivi, onde si rendano trasparenti; sebben nissuno di essi è così denso, che l'oro, il che prova, che la loro grande opacità abbia qualche altra cagione ancora oltre la loro densità; e niuna è più propria a produr quest'effetto, che una tal grossezza delle loro particole, che le abiliti a rifletter' il bianco del primo ordine.

18. Per produrre il nero le parti debbono essere più piccole, che per la rappresentazione di ogn'altro colore, cioè di una grossezza corrispondente a quella della vescica d'acqua, mercè cui quel poco, o nulla di lume riflettuto apparisce senza colore; ma ancora non debbon'elleno esser troppo piccole; perchè ciò le farebbe trasparenti per difetto di riflessioni nelle parti interiori del corpo, sufficienti ad arrestar la luce dal suo passaggio per esso; ma debbono essere di

una mole confinante con quella, che lo dispone a rifletter l'azzurro debole del primo ordine, il che dà una ragione evidente, per cui li corpi neri ordinariamente partecipano un poco di questo colore. Vediamo ancora perchè li corpi sciolti dal fuoco, o per la putrefazione volgono al nero: e perchè nel macinare il vetro sopra lastre di rame, il polverio di vetro, il ramo, e l'arena, con cui quello si è macinato, divengono assai neri; e insieme perchè queste sostanze nere comunicano così facilmente alle altre il suo colore: mentre le loro particole per ragione della sua gran piccolezza ricuoprono le parti più grosse delle altre, e loro si frammezzano.

19. Finirò questo Capo con una rimarca sopra l'eccedente grande porosità ne'corpi necessariamente ricercata in tutto ciò, ch'è stato quì accennato; la quale debitamente ponderata deve apparir sorprendente; ma per avventura sarà materia di maggior sorpresa, quando io affermi, che la sagacità del nostro Autore ha discoperto un metodo, per cui li corpi possono facilmente divenir tali; anzi come della minima parte di materia possa formarsi un corpo di qualsivoglia grande dimensione, e ciò non ostante, niuno de'pori di questo corpo sia più grande della minore assegnabil grandezza; quantunque le parti del corpo si tocchino in maniera, che il corpo stesso sia duro, e sodo. (a) Il metodo è questo: supponete un corpo composto di parti di tali figure, che ponendosi insieme li pori, che si trovano fra di esse, possano questi eguagliar la dimension delle parti; come ciò possa eseguirsi, e pure il corpo sia duro, e sodo, non è difficile a capirsi; e li pori di un tal corpo possono esser fatti di ogni grado proposto di piccolezza. Ma la materia solida di un corpo così formato occuperà solamente la metà dello spazio occupato dal corpo; e se ciascuna particola componente sia composta di altre minori particole, secondo la stessa regola, le parti solide di un tal corpo non occuperanno, che la quarta parte del suo volume; se ognuna di queste minori particole sia nuovamente composta nella stessa maniera, le parti solide di tutto il corpo non saranno, che un' ottavo della sua grandezza; e così continuando la composizione, le parti solide del corpo potranno avere una sì piccola proporzione che si voglia a tutta la grandezza del corpo, e ciò non ostante il corpo per la contiguità delle sue parti sarà capace di esser duro in qualche grado. Il che dimostra, che tutto il globo della Terra, anzi tutti li corpi insieme, che conosciamo nell' Universo, potrebbero esser composti, per quanto noi li conosciamo, di una porzion di materia solida, che non passasse quella quantità, che si può ridurre ad un globo di un pollice solo in diametro, od anche a meno. Noi vediamo dunque come li corpi con questo mezzo possono farsi di una rarità sufficiente a trasmetter la luce con quella libertà, che troviamo farsi da' corpi pellucidi. Sebbene qual sia la reale struttura de' corpi, non però lo sappiamo.

(a) Opt. p. 248.

C A-

CAPITOLO III.

Della Refrazione, Riflessione, ed Inflessione della luce.

1. TAnto dei colori de' corpi naturali, il nostro metodo ci porta, specolazioni ancora più grandi, e fino a penetrare nelle cagioni di tutto ciò, che finora si è riferito. Imperciocchè qui dee spiegarsi, come gli prismi separino li colori della luce del Sole; ciò, che discoprimmo nel primo capo; e perchè quelle sottili lamine trasparenti, di cui ragionammo nell' ultimo, e in conseguenza le parti de' corpi colorati riflettano quella diversità di colori, solamente per esser di differenti grossezze.

2. E primieramente, egli è provato dal nostro autore, che li colori della luce del Sole sono manifesti dal prisma, perchè li raggi vi soggiacciono a differenti gradi di refrazione; che li raggi, che fanno il violetto, il quale si dipinge nella parte superiore dell' immagine colorata nel prismo sperimento del Capo Primo, sono li più refratti, che quelli, che fanno l' indaco lo sono alquanto meno de' violetti, ma più degli azzurri; e questi più dei verdi; li verdi più de' gialli; li gialli più di quei di color d' arancia; e questi più dei rossi, che meno di tutti sono refratti. La prima prova di ciò, che li raggi di colori differenti sono refratti inegualmente, si è questa. Se prendete un corpo, e ne dipingete una metà di rosso, e l' altra di azzurro; vedendolo allora per mezzo di un prisma, quelle due parti sembrano separate una dall' altra: il che non può accader' altrimenti, che per lo rifrangersi dal prisma la luce di una metà più, che la luce dell' altra. Ma la metà azzurra sarà la più refratta; imperciocchè se il corpo riguardasi per il prisma in tal situazione, che il corpo apparisca salito insu per la refrazione, come un corpo dentro un catino d' acqua, nello sperimento mentovato nel primo Capo, sembra innalzato per la refrazione dell'acqua, cosicchè vedasi ad una maggior distanza, che quando il catino è vuoto, allora la parte azzurra sembrerà più alta della rossa; ma se la refrazione del prisma si faccia per la via opposta, la parte azzurra sarà più depressa dell' altra. In oltre, disponendo in croce dei fili di seta nera sopra cadauno di questi colori, ed essendo il corpo ben' illuminato, se li raggi, che ne partono, siano ricevuti da un vetro convesso, talchè questo col refrangerli porti l' immagine del corpo sopra un foglio bianco, che si tenga di là del vetro; si vedrà, che li fili neri sopra la parte rossa della immagine, e quelli sopra l' azzura non appariscono distintamente a uno stesso tempo nella immagine, ch' esce dal vetro: ma se il foglio si tenga in maniera, che li fili sopra la parte azzurra possano vedersi distintamente, non lo si potranno quelli sopra la parte rossa, ma dovrà esser' allontanato di più il foglio dal vetro convesso, per far visi-

bili

bili li fili sopra di questa parte; e quando la distanza è abbastanza grande per far, che li fili si vedano su'l rosso, divengono confusi nell' altra parte. E quindi apparisce, che li raggi, che partono da ciascun punto della parte azzurra del corpo sono riuniti più presto dal vetro convesso, che li raggi, che partono da ciascun punto del rosso. (a) Ma queste due sperienze provano, che li raggi, li quali fanno l' azzurro, tanto nella piccola refrazione del vetro convesso, quanto nella più grande del prisma, restano piegati dalla sua dirittura più de' raggi, che fanno il rosso.

a Nevv. Opt. l. 1. prop. 1. par. 1.

3. Con ciò sembra di già, che si renda ragione dello spettro colorato, formato dal rifrangersi la luce del Sole per un prisma; sebbene il nostro Autore passa ad esaminar questo punto in particolare, e prova, che li diversi raggi colorati in questo spettro sono refratti in differenti gradi; dimostrando, come si colloca un prisma in tal positura, che se tutti li raggi fossero refratti d'una stessa maniera, lo spettro diverrebbe rotondo; laddove in questo caso, se l' angolo fatto dalle due superfizie del prisma, per le quali passa la luce, ch'è l'angolo D F E nella fig. 126. sia di 63. o 64. gr. incirca, l'immagine invece di esser rotonda, sarà cinque volte così lunga, che larga, differenza, che basta per dimostrar la grande ineguaglianza nella refrazione de' raggi, che vanno all'estremità opposte della immagine. Per non lasciar alcuno scrupolo, che non sia r imosso, il nostro autor' è particolare nel dimostrar con un gran numero di sperienze, che questa ineguaglianza di refrazione non è casuale, e ch' ella non dipende d'alcuna irregolarità del vetro; nè che ciascun raggio resta al suo passar per lo prisma spaccato, e diviso, ma che al contrario ogni raggio del Sole ha il suo grado proprio di refrazione, che gli compete; secondo il qual' è più, o meno refratto sempre in una maniera, nel passare per una sostanza trasparente. (b) Che li raggi non siano spaccati, e moltiplicati dalla refrazione del prisma, il terzo degli sperimenti rapportati nel nostro primo Capo apertamente lo dimostra: imperciocchè se ciò fosse, e quindi provenisse la lunghezza dello spettro nella prima refrazione, non ne sarebbe meno dilatata la larghezza della refrazion' a traverso della prima nel secondo prisma; laddove la larghezza non n' è punto aumentata; ma solo è portata l' immagine a' un' obbliqua positura, per cagion della parte superiore de' raggi, li quali erano già innanzi più refratti che la parte inferiore, e continuano ad allontanarsi più dal suo corso. Ma lo sperimento più espressamente addattato a provar questa regolare diversità di refrazione, è quel, che segue. (c) Drizzando due tavole A B, C D (nella fig. 130.) in una camera oscura, ad una propria distanza, ed una di queste A B essendo vicina allo scuro della finestra E F, restando solamente spazio fra di loro per collocarvi il prisma G H I; onde li raggi entrando per il foro V S dello scuro della finestra, dopo esser passati per il prisma, siano

b Ibid.

c Opt.

fiano fatti paſſare per un più piccol foro K, fatta nella tavola A B, e quindi uſcendo giungano all'altro L fatto nella tavola C D, della ſteſſa grandezza, che il foro K, è piccolo quanto baſta, per traſmetter li raggi di un color ſolo in una volta; ſia un'altro priſma N O P collocato dietro la tavola C D, per ricever li raggi, che paſſano per li fori K, ed L, e queſti raggi dopo eſſer refratti da queſto priſma, cadano ſu la ſuperzie bianca Q R. Suppoſto prima, che la luce violetta paſſi per li fori, e ſia refratta dal priſma N O P in ſ, la quale ſe il priſma N O P foſſe rimoſſo, paſſerebbe dritta ad VV. Se il priſma GHI ſi giri lentamente, nel mentre che le tavole, ed il priſma NOP rimangono immobili, in poco tempo cadrà un'altro colore nel foro L, che a levar via il priſma NOP, paſſerebbe, come li primi raggi, al medeſimo punto VV; ma la refrazione del priſma NOP non porterà queſti raggi ad ſ, ma a qualche luogo men diſtante da VV, come in t. Ora ſupponete, che li raggi, li quali vanno in ſ, ſiano quelli, che fanno l'indaco. Egli è manifeſto, che le tavole AB, CD, ed il priſma NOP reſtando immobili, li raggi e del violetto, e dell'indaco, hanno una ſimile incidenza ſopra del priſma N O P, poichè ſono egualmente inclinati alla ſua ſuperfizie OP, e vi entrano per la ſteſſa parte di queſta ſuperfizie; il che dimoſtra, che li raggi dell'indaco ſono men divertiti dal proprio corſo, per la refrazione del priſma, che quelli del violetto, in una perfetta parità di tutte l'altre circoſtanze. Inoltre, ſe il priſma GHI ſi gir'intorno, finchè li raggi, che fanno l'azzurro, paſſino per il foro L, queſti cadranno ſopra la ſuperfizie O R, al di ſotto di t, come in u, e ſono perciò ſottopoſti ad una minor refrazione, che li raggi, che fanno l'indaco. E così procedendo, ſi troverà, che li raggi del verde ſono refratti meno, che quei dell'azzurro; e così degli altri, ſecondo l'ordine, col quale ſi trovano nello ſpettro colorato.

4. Queſta diſpoſizione di differenti raggi colorati ad eſſer refratti gli uni più degli altri, dal noſtro Autore ſi chiama il loro grado riſpettivo di refrangibilità. E poichè queſta differenza di refrangibilità ſi diſcuopre così regolare, il proſſimo paſſo a farſi era di cercar la regola, ch'ella oſſerva.

5. Egli è un principio comune in Optica, che il ſeno dell'angolo d'incidenza ha una proporzion coſtante col ſeno dell'angolo refratto. Se A B (nelle fig. 131. 132.) rappreſenta la ſuperfizie di qualche ſoſtanza refrattiva, per eſempio d'acqua, o di vetro, è C D un raggio di luce incidente ſopra queſta ſuperfizie al punto D, ſia D E il raggio, dopo ch'egli ha paſſata la ſuperfizie A B; ſe il raggio paſſa dall'aria nella ſoſtanza, la cui ſuperfizie è A B, (come nella fig. 131.) egli verrà divertito da queſta ſuperfizie, e ſe paſſa da queſta ſoſtanza nell'aria, verrà a queſta ſuperfizie rivolto (come nella fig. 132.) ma tirando F G per il punto D, perpendicolare ad eſſa ſuperzie A B, l'Angolo C D F fatto dal raggio incidente, e da queſta per-

pen-

pendicolare si chiama l'angolo d'incidenza, e l'angolo E D G fatto da questa perpendicolare, e dal raggio, dopo la refrazione, chiamasi l'angolo refratto. E a descriver' il circolo H F I G da un' intervallo, che tagli C D in H, e D E in I, allora le perpendicolari H K, I L facendosi cadere sopra F G; H K si chiama il seno dell'angolo C D F angolo d' indicenza, ed I L seno dell' angolo E D G, angolo refratto. Il primo di questi seni si chiama seno dell'angolo d'incidenza, o più brevemente seno d' incidenza, l'ultimo è il seno dell' angolo refratto, o seno di refrazione. E trovasi per numerosi sperimenti, che qualunque proporzione il seno d'incidenza H K abbia al seno di refazione I L in un caso, conserverà la stessa proporzione in tutti li casi; ch'è a dire, la proporzione tra questi seni resterà inalterabilmente la stessa nella stessa sostanza refrattiva, qualunque sia la quantità dell'angolo C D F.

6. Ma perchè gli Scrittori d' Optica non hanno osservato, che ciascun raggio del lume bianco era diviso dalla refrazione, come quì si è spiegato, questa regola da loro raccolta può esser' intesa solamente in grosso di tutto il raggio dopo la refrazione, ma non di ciascuna sua parte, o al più solamente della parte di mezzo del raggio. Era dunque incombenza del nostro Autore, trovar con qual legge li raggi erano divisi un dall'altro; se ciascun raggio appartc aveva questa proprietà, e la separazion si faceva con una proporzione tra li seni d' incidenza, e di refrazione, differente in ogni spezie di raggi; o se la luce era divisa con qualche altra regola. Ora egli prova con un certo sperimento, che ogni raggio ha il suo seno d' incidenza proporzional al suo seno di refrazione; e dippiù con ragionamenti matematici dimostra, che dev' esser così, su la condizion solamente, che li corpi refrangano la luce, con l'agire sopra di lei, in una direzion perpendicolare alla superfizie del corpo refrangente, e sempre in un grado eguale sopra una medesima sorte di raggi in distanze eguali. (*a*)

a Opt. pag. 67. 68. ec.

7. In appresso c' insegna il nostro grande Autore, a trovar la refrazione di tutti li raggi di mezzo, con la refrazione dei più refrangibili, e di quelli, che io son meno di tutti. (*b*) Il metodo è questo: se il seno d' incidenza sia al seno di refrazione nei raggi, che sono li men refrangibili, come A a B C (nella fig. 133.) e al seno di refrazione nei più refrangibili, come A a B D; prendendo C E eguale a C D, e poi dividendo talmente E D in F, G, H, I, K, L, che ED, EF, EG, EH, EI, EK, EL, E C siano proporzionali alle otto lunghezze delle corde musicali, che suonano le note in un' ottava, essendo E D la lunghezza della chiave, E F quella del tuono sopra questa chiave, E G, la lunghezza della terza minore, E H della quarta, E I della quinta, E K della sesta maggiore, B L della settima, ed E C della ottava sopra questa chiave, ch'è quanto dire, se le linee E D, E F, E G, E H, E I, E H, E L, E C abbiano la stessa

b Ibid. Lib. I. part. 2. prop. 3.

pro-

proporzione, che li numeri 1, $\frac{9}{8}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{9}{8}$, $\frac{1}{2}$, rispettivamente allora B D, B F saranno li due limiti dei seni di refrazione de' raggi, che fanno il violetto, cioè a dire li raggi del violetto non avranno tutti precisamente lo stesso seno di refrazione, ma niuno d'essi ne avrà un maggiore di B D, nè un minore di F B, sebbene vi sono raggi violetti, che corrispondono qualche seno di refrazione, che può prendersi tra que' due: Nella stessa maniera BF, e B G sono i limiti dei seni di refrazione de' raggi, che fanno l'indaco; BG, BH li limiti spettanti ai raggi dell'azzurro; B H, B I quelli, che appartengono ai raggi verdi; BI, B K li limiti per il giallo; BKBL per l'aranciato; e finalmente B L, e B C sono gli ultimi confini per li seni di refrazione, spettanti ai raggi, da cui si fa il rosso. Queste sono le proporzioni, con cui li raggi eterogenei dalla luce restano separati fra di sè nella refrazione.

8. Quando la luce passa dal vetro all'aria, il nostro Autore trova, che A è a B C, come 50. a 77. e la stessa A a B D, come 50. a 78. E quando ella esce da qualche altra sostanza, che la rifrange, all'aria, l'eccesso del seno di refrazione di qualche specie di raggi sopra il loro seno d'incidenza ha una costante proporzione, ch'è la stessa in ciascuna specie, all'eccesso del seno di refrazione della stessa sorte di raggi sopra il seno d'incidenza nell'aria, uscendo dal vetro; purchè li seni d'incidenza nel vetro, e nell'altra sostanza siano eguali. Il nostro Autore ha verificato questo col trasmetter la luce per prismi di vetro, rinchiuso in un vase prismatico d'acqua; e da tali sperienze cava le seguenti osservazioni: che qualunque volta la luce passando per varie superfizie, che dividono diverse sostanze trasparenti; per refrazioni contrarie emerge nell'aria in una direzion parallela a quella della sua incidenza, ella apparirà bianca ad ogni distanza dal prisma, ovunque prenderete a risguardarla; ma se la direzione della sua emergenza sia obbliqua alla sua incidenza, allontanandosi dal luogo della emergenza, li suoi orli appariranno colorati; lo che prova, che nel primo caso non vi è ineguaglianza nella refrazione di cadauna specie di raggi, ma che quando una specie è refratta in maniera, ch'emergendo sia parallela ai raggi incidenti, ogni sorte di raggi dopo la refrazione sarà parimenti parallela al medesimo raggio incidente, e a ciascun'altro: laddove al contrario, se li raggi di alcuna sorte sono obbliqui al lume incidente, le diverse specie saranno obblique una all'altra, e da questa obbliquità verranno per gradi a separarsi. Di quà egli diduce ed il sopraccennato teorema, e quest'altro pure; che in ogni sorte di raggi la proporzion del seno d'incidenza al seno di refrazione nel passaggio del raggio da una sostanza refrangente in un'altra, è composta della proporzione, che il seno d'incidenza avrebbe al seno di refrazione nel passaggio di questo raggio dalla prima sostanza in una

 ter-

terza, e della proporzione, che il ſono d'incidenza avrebbe al ſeno di refrazione nel paſſaggio del raggio da queſta terza ſoſtanza nella ſeconda. Da un così ſemplice, e piano ſperimento il noſtro giudizioſiſſimo Autore ha didotti queſt' importanti teoremi; dal che noi potiamo comprendere, quanto eſatto, e circoſpetto ſia ſtato in tutta l'opera della ſua Optica; che non oſtante la ſua gran particolarità nello ſpiegar la ſua dottrina, e la raccolta de' numeroſi ſperimenti, che ha fatti per riſchiarar' ogni dubbio, che poteſſe naſcere; ancora ha uſata nello ſteſſo tempo la più gran cautela in far tutto nella maniera la più ſemplice, e la più facile.

9. Il noſtro Autor non aggiunge, che una rimarca ancora ſopra la refrazione; ed è queſta: poſto, che la refrazione ſi formi nella maniera, ch' egli ha ſuppoſto, dall'eſſer la luce premuta dalla potenza refrattiva perpendicolarmente verſo la ſuperfizie del corpo refrangente, e in conſeguenza portata a muover più velocemente in eſſo corpo, che prima della ſua incidenza; operi, o no queſta Potenza egualmente a tutte le diſtanze, purchè ſolamente queſta Potenza nello ſteſſo corpo ad una ſteſſa diſtanza rimanga ſenza variazione la medeſima, in qualunque inclinazion di raggi incidenti; egli oſſerva, che la Potenza refrattiva in diverſi corpi ſarà, in proporzion duplicata delle tangenti dei minori angoli, che poſſa far la luce refratta con le ſuperfizie de' corpi refrangenti. (*a*) Queſta oſſervazione può ſpiegarſi così. Quando la luce paſſa in una ſoſtanza refrangente, e ſtato già dimoſtrato, che il ſeno d'incidenza ha una coſtante proporzione al ſeno di refrazione. Poſto, che la luce debba paſſare nel corpo refrangente, A B C D (fig 134.) nella linea E F, e cada ſopra di eſſo al punto F; e quindi ſi avanzi nel corpo ſu la linea FG: ſi guidi H I per F, perpendicolare alla ſuperfizie AB, ed un circolo KLMN ſi deſcriva dal centro F. Poi dai punti O, e P, dove queſto circolo taglia il raggio incidente, e refratto, condotte le perpendicolari O Q, P R, la proporzion di O Q a P R reſterà la ſteſſa in tutte le differenti obbliquità, in cui può cadere il medeſimo raggio di luce ſopra la ſuperfizie A B. Ora O Q è minore di F L, ſemidiametro del circolo, K L M N, ma più il raggio E F è inclinato verſo la ſuperfizie A B, maggiore ſarà O Q, e più ſi approſſimerà alla grandezza di F L. Ma la proporzione di O Q a P R rimanendo ſempre la ſteſſa, quando O Q è più grande, P R creſcerà ancora; coſicchè più il raggio incidente E F è inclinato verſo la ſuperfizie A B, più ancora ſarà inclinato alla ſteſſa il raggio F G dopo la refrazione. Ora guidandoſi la linea F S T in maniera, che N eſſendo perpendicolare ad F I, ſia ad F L ſemidiametro del circolo nella proporzion coſtante di P R ad O Q; allora l'angolo N F T ſarà quello, che io intendo per il minore di tutti que' che poſſono farſi dal raggio refratto con queſta ſuperfizie, imperciocchè il raggio dopo la refrazione avvanzerebbe ſu queſta linea,

a Opt. Lib. II. part. 3. prop. 10.

. . . . . se avesse a giungere al punto F, che giace su la stessa superfizie AB; poichè se il raggio incidente giungesse al punto F in qualche linea tra AF, ed F H, il raggio dopo la refrazione passerebbe innanzi su qualche linea tra F T, ed F I. Qui menando N V V perpendicolare ad F N, questa linea N V V nel circolo K L M N si chiama la tangente dell'angolo N F S. E questo premesso, il senso della mentovata proposizione si è questo: siano nella fig. 135. due sostanze rifrangenti A B C D, ed E F G H; si prenda un punto, come I, nella superfizie A B, e dal centro I con un semidiametro si diffegni il circolo K L M; similmente si prenda nella superfizie E F un qualche punto, come N, per centro, e con lo stesso semidiametro di prima si diffegni il circolo O P Q. L'angolo B I R sia il minore, che la luce refratta possa fare con la supetfizie AB, e l'angolo F N S il minore, che la luce pure refratta formar possa con l'altra superfizie E F. Quì se LT si guidi perpendicolare ad A B, e P V perpendicolare ad E F; tutta la Potenza, con cui la sostanza A B C D opra su la luce sarà a tutta la Potenza, con cui opera la sostanza EFGH pure su la luce, in una proporzion duplicata di quella, che LT avrà a PV.

10 Dal comparare secondo questa regola le Potenze refrattive d'una quantità di corpi si ha trovato, che li corpi untuosi, li quali abbondano più di parti sulfuree, rifrangono la luce a proporzion della loro densità due, o tre volte più degli altri; ma che quei corpi, li quali sembra che ricevano nella loro composizione una proporzion simile di parti sulfuree; hanno le loro Potenze refrattive, proporzionali alle loro densità, come apparisce fuori di contraddizione, comparando la Potenza refrattiva d'una sostanza così rara, ch'è l'aria, con quella del vetro comune, o del cristallo di rocca, sebbene queste sostanze siano 2000. volte più dense, che l'aria; anzi la stessa proporzione si è trovato aver luogo, senza differenza sensibile, nel comparar l'aria con un pseudo topacio, e col vetro d'antimonio, sebbene lo pseudo topacio sia 3500. volte più denso dell'aria, ed il vetro d'antimonio, non ne sia meno, che 4400. volte più denso. Questa Potenza nell'altre sostanze, come sono li sali, l'acqua comune, lo spirito di vino, ec. sembra, che abbia una maggior proporzione alle loro densità, che in quelle innanzi nomate, secondo che abbondano di zolfo più di queste: il che fà concluder al nostro Autore, come probabile, che li corpi oprino su la luce principalmente, se non in tutto, per mezzo dei loro zolfi; la qual sorte di sostanza entra in qualche grado nella composizione di tutti li corpi. Di tutte le sostanze, esaminate dal nostro Autore, non ve n'ha alcuna, che abbia una potenza refrattiva così grande, rispetto alla sua densità, che il diamante.

11. Il nostro Autore finisce queste osservazioni, e tutto ciò, ch'egli ha esposto relativamente alla refrazione, con rimarcare, che l'azion tra la luce, e li corpi è scambievole, poichè li corpi sulfurei, che sono ri-

  no ri-

no ridotti in fuoco più prontamente di tutti dalla luce del Sole, raccolta sopra di essi con un vetro ustorio, agiscono più sopra la luce, in refrangendola, di quello fanno gli altri corpi della stessa densità. E in oltre, che li corpi più densi, che ora provammo agir di vantaggio su la luce, concepiscono maggior calore, esposti al Sol della state.

12. E così avendoci noi spediti di quello si rapporta alla refrazione, dobbiamo indrizzarci a parlare dell' altra operazione dei corpi su la luce, nel rifletterla. Quando passa la luce per una superfizie, che divide due corpi trasparenti, differenti in densità, parte di essa solamente è trasmessa, restandone l' altra parte riflettuta. E se la luce passa da un corpo più denso in un più raro, trovandosi molto inclinata alla suddetta superfizie, niuna parte di essa in fine passerà avanti, ma sarà intieramente riflettuta. Ora quella parte di luce, che soffre la maggior refrazione, sarà totalmente riflettuta, in una minore obbliquità di raggi, che quella parte di luce, ch' è soggetta ad un minor grado di restazione; come consta dall' ultimo sperimento, riferito nel primo capo; dove secondo che li prismi D E F, G H I (nella fig. 129.) si facevano girar' intorno di sè, la luce violetta era primieramente del tutto riflettuta, poi l' azzurra, appresso a questa la verde, e così del resto. In conseguenza di ciò il nostro Autore stabilisce questa proposizione, che la luce del Sole è di una differente riflessibilità, que' raggi essendo li più riflessibili, che sono li più refrangibili. E da questo, in compagnia d'altri argomenti, ricava, che la riflessione, e la refrazion della luce sono prodotte da una medesima causa, questi differenti effetti accadendo solo per la differenza delle circostanze, onde quella è accompagnata. Un' altra prova di questo prendendosi dal nostro Autore da ciò, ch'egli ha discoperto del passaggio della luce per sottili lamine trasparenti, cioè, che ogni spezie particolare di luce, per esempio, li raggi, che fanno il rosso, entrano, ed escono da una tal lamina, se questa sia di una certa grossezza; ma s' ella sia d' un' altra mole, la luce stessa non la passerà, ma ne sarà riflettuta indietro; nel che si vede, che la grossezza della lamina determina, se la potenza, con cui essa lamina agisce sopra la luce, la rifletterà, o soffrirà d' esser passata.

13. Ma questa ultima sorprendente proprietà dell' azione tra la luce, e li corpi somministra la ragione di quello, ch'è stato detto nel capo antecedente, intorno li colori de' corpi naturali; e deve perciò esser' illustrata, e spiegata più in particolare, siccome cosa, ch' è propriissima a sviluppare la natura dell' azione dei corpi sopra la luce.

14. E per cominciare, ponendo il vetro obbiettivo di un lungo telescopio sopra un vetro piano, come si era proposto nel precedente Capo, al giorno aperto verranno rappresentati annelli di varj colori come si è riferito; ma se in una camera oscurata lo spettro colorato sia formato dal prisma, come nel primo sperimento nel Capo Primo, e li vetri siano illuminati dalla riflession dello spettro, gli annel-

annelli non rappresenteranno in questo caso la diversità de' colori innanzi descritti, ma appariranno del color della luce, che cade sopra li vetri, vedendosi oscuro tra gli annelli. Il che prova, che la sottil lamina d'aria, ch'è tra li vetri, a qualche grossezza riflette il lume incidente, in altro luogo non lo riflette, ma trovasi, che per quelli la luce ha il suo passaggio, imperciocchè tenendo li vetri nella luce, che passa dal prisma allo spettro, per esempio a tale distanza dal prisma, che varie sorte di luce debbano esser separate abbastanza l'une dall'altre; quando una sorte particolare di luce cade su li vetri, troverete, che tenendo un pezzo di foglio bianco in piccola distanza di là de' vetri, a quelli intervalli, dove apparivano su li vetri gli annelli oscuri, la luce è trasmessa in modo, che dipinge su'l foglio annelli di luce di quel colore, che cade su li vetri. Questo sperimento ci manifesta per tanto l'ammirabil proprietà della riflessione, che cioè in quelle sottili lamine ella ha quella relazione, che si è dimostrata, alla grossezza della lamina. In oltre misurando con diligenza li diametri di ciascun' annello si è trovato, che toccandosi li vetri, dove apparisce la macchia oscura nel centro degli annelli, fatti dalla riflessione, dove l'aria è due volte di quella grossezza, a cui la luce del primo annello è riflettuta, là essendo ancora trasmessa la luce, fa il primo annello oscuro; dove la lamina ha tre volte quella grossezza, che rappresenta il primo annello lucido, ella di nuovo riflette la luce, che fa il secondo annello lucido; quando la grossezza è quattro volte, quanto la prima, la luce è di nuovo trasmessa, e fa il secondo annello oscuro; dove l'aria è cinque volte della prima grossezza, si fa il terzo annello lucido; dov'ella ha sei volte questa prima grossezza, apparisce il terzo annello oscuro, e così proseguendo; di modo che le grossezze, a cui la luce vien riflettuta, sono in proporzione a questi numeri, 1, 3, 5, 7, 9, ec. e le grossezze, dove la luce viene trasmessa, sono nella proporzione di questi, 0, 2, 4, 6, 8, ec. E queste proporzioni tra le grossezze, che rimandano, e tramandano la luce, restano le stesse in tutte le situazioni dell'occhio, o si prenda a rimirar gli annelli obbliquamente, o si riguardino perpendicolarmente. E quì dobbiamo ancora osservare, che la luce non meno quando è riflettuta, che quando viene trasmessa, entra nella lametta sottile, e vien riflettuta dall'altra sua superfizie; imperciocchè come innanzi si è rimarcato, alterandosi il corpo trasparente di dietro alla sua posterior superfizie, si altera il grado di riflessione, come quando un sottil pezzo di vetro di Moscovia, ha la sua posterior superfizie tinta nell'acqua, e così inumidito fa un colore più fosco; il che dimostra, che la luce giunge fino all'acqua; altrimenti la sua riflessione non ne sarebbe alterata. Ma questa riflessione dipende ancora da qualche potenza, che si propaga dalla prima superfizie alla seconda; imperciocchè sebben fatta alla seconda superfiéie, ella dipende ancora dalla prima, perche dipende dalla distan-

diſtanza tra le ſuperfizie; e in oltre il corpo, per cui paſſa la luce alla prima ſuperfizie influiſce ſu la rifleſſione; imperciocchè in una lametta di vetro di Moſcovia, con l'inumidire la ſuperfizie, che riceve prima la luce, ſi diminuiſce la rifleſſione, ſebbene non intieramente, quanto ſi ſarebbe con l'inumidire la ſuperfizie di dietro. Poichè dunque la luce paſſando per queſte ſottili lamette, a qualche groſſezza è riflettuta, ma ad altre traſmeſſa ſenza rifleſſione, è manifeſto, che queſta rifleſſione è cagionata da qualche potenza, propagata dalla prima ſuperfizie, che ſucceſſivamente intralaſcia, e ritorna. Così ciaſcun raggio apparte è diſpoſto ad alternar le rifleſſioni, e le traſmiſſioni ad egual'intervalli; e queſta diſpoſizione a ritornar ſucceſſivamente il noſtro Autore la chiama il ſito di facile rifleſſione, e di facile traſmiſſione. Ma queſti ſiti, che oſſervano la medeſima legge di ritornare ad egual'intervalli, ſia che le lamine ſi rimirino perpendicolarmente od obbliquamente, in differenti ſituazioni dell'occhio, cangiano la loro grandezza. Imperciocchè quello, che innanzi è ſtato oſſervato, riguardo di quegli annelli, che appariſcono alla luce del giorno, ha ſimilmente luogo in quelli rappreſentati dalla luce ſemplice; e nomatamente in queſto, che gli uni, e gli altri variano di grandezza, ſecondo il differente angolo, in cui ſi rimirano; e il noſtro Autore ſtabiliſce una regola, per determinare la groſſezza della lametta d'aria, che rappreſenterà lo ſteſſo colore ſotto differente obbliquità di viſta. (a) E la groſſezza della lamina aerea, che in differenti inclinazioni di raggi rappreſenterà all'occhio lo ſteſſo colore nel chiaro del giorno, varia ancora ſecondo la medeſima regola. (b) Egli ha inventato pure un metodo di comparar nella veſcica d'acqua la proporzion tra la groſſezza della ſua coperta, che rappreſentava un colore, nel vederla perpendicolarmente, e la ſua groſſezza, quando il medeſimo colore appariva ſotto una viſta obbliqua; ed ha trovato, che la ſteſſa regola ſimilmente vi aveva luogo. (c) Ma in oltre, ſe li vetri ſiano illuminati ſucceſſivamente da varie ſpecie di lume, gli annelli appariranno di una differente grandezza; nel lume roſſo ſaranno più larghi, che nel color d'arancia, in queſto più, che nel giallo, nel giallo più, che nel verde, meno nell'azzurro, meno ancora nell'indaco, e meno, che in tutti, nel violetto; il che dimoſtra, che la medeſima groſſezza della lamina aerea, non è propria a rifletter tutti li colori, ma che un color'è riflettuto; dove un'altro ſarebbe ſtato traſmeſſo; e come li raggi, che ſono più efficacemente refratti, formano gli annelli più piccoli, è ſtabilita dal noſtro Autore una regola per determinar la relazione, che il grado di refrazione di ciaſcuna ſpecie di colori ha con la groſſezza della lamina, dove ſon'eglino riflettuti.

15. Da queſte oſſervazioni il noſtro Autore dimoſtra la ragione della gran varietà di colori, che appariſcono in quelle ſottili lamette

a *Opt. Lib. II. part. 3. prop. 15.*

b *Ibid. part. 1. obſer. 7.*

c *Ibid. obſ. 19.*

mette al bianco lume del giorno. Imperciocchè cadendo cotesta bianca luce sopra la lamina ciascuna parte di luce forma un' annello del suo proprio colore; e gli annelli di differenti colori non essendo della medesima grandezza, si mescolano diversamente fra di loro, e formano quella gran varietà di tinte. (a)

16. In certi sperimenti, fatti dal nostro Autore con grossi vetri, egli trovò, che quei siti di facile riflessione, e trasmissione ritornavano alcune mille volte, e quindi confermò il suo ragionamento sopra di essi. (b)

17. Dopo tutto, il nostro grand' Autore conchiude da alcuni sperimenti da esso lui fatti, che la ragione, per cui li corpi trasparenti refrangono parte del lume incidente, e ne riflettono l'altra, si è, perchè qualche parte del lume, allorchè giunge alla superfizie del corpo, è in un sito di facile trasmissione, e parte di esso in un sito di facile riflessione; e per la durevolezza di questi siti egli pensa, esser probabile, che la luce sia posta in questi siti dalla sua prima emissione del corpo luminoso; e che questi siti continuino a ritornare ad intervalli eguali senza fine, se quest' intervalli non siano cangiati dall' ingresso della luce in qualche sostanza refrattiva. (c) similmente egli ha pensato a determinare la mutazione, che si fa degl' intervalli dei siti di facile trasmissione, e riflessione, quando la luce passa da uno spazio trasparente, o da una sostanza in un' altra. La sua regola è questa, che quando la luce passa perpendicolarmente alla superfizie, che divide due sostanze trasparenti, quest' intervalli nella sostanza, da cui passa la luce, agl' intervalli nella sostanza, in cui ella entra, hanno la medesima proporzione, che ha il seno d' incidenza al seno di refrazione. (d) Dippiù è da osservarsi, che sebbene li siti di facile riflessione ritornano a costanti intervalli, pure la potenza riflessiva non opera, che alla superfizie, o presso alla superfizie, dove la luce soffrirebbe refrazione, e se la grossezza di qualche corpo trasparente sarà minore degl' intervalli dei siti, quest' intervalli appena saranno disturbati da un tal corpo, ma la luce lo passerà senz' alcuna riflessione. (e).

18. Ciò, che sia questa potenza in natura, da cui quest' azione tra la luce, e li corpi è prodotta, il nostro Autore non l'ha rinvenuto. Ma gli effetti, ch'egli ha scoperti di questa potenza sono ammirabili, e intieramente lontani da ogni conghiettura, che giammai si abbia concepita sopra di essi: ma da queste sue discoperte non v' ha dubbio, si ha a didurre questa potenza, se potremo mai arrivare a conoscerla. Il Sig. Kav. Is. Nevvton ci ha avvertiti in generale della sua opinione intorno a questo; che probabilmente ciò devesi a qualche sottile, ed elastica sostanza, diffusa per l' Universo, in cui dalli raggi della luce possono eccitarsi tali vibrazioni, che passino per mezzo ad essa, il che la farà oprare così diversamente sopra la luce in differenti luoghi, onde faccia nascer quell' alternativa di si-

ti di

a Opt. Lib. II. par. 2. p. 199. &c

b Ibid. par. 4.

c Opt. Lib. II. par. 5. prop. 17.

d Ibid. prop. 17.

e Ibid. prop. 13.

ti di rifleſſione, e di tranſmiſſione, di cui ora parlammo. (*a*) Egli è di opinione, che una tal ſoſtanza poſſa produrre queſto, ed altri effetti in natura, ſebbene ſia così rara da non apportare alcuna ſenſibil reſiſtenza ai corpi in moto; (*b*) e perciò non ſia incompatibile con quello; ch'è ſtato detto di ſopra, che li Pianeti muovono in ſpazj liberi da ogni reſiſtenza. (*c*)

a *Opt. Qu. 28. &c.*
b *Ved. la concl. Q. 2.*
c *Lib. II. Cap. 1.*

19. Per far' una diſcoperta più piena di queſt' azione tra la luce, e li corpi, il noſtro Autore cominciò un' altr' ordine di ſperimenti, in cui trovò, che la luce era ſoggetta a qualche azione de' corpi ſolidi nel paſſar vicina alle loro eſtremità, in particolare tutti li corpi piccoli, quali ſono li capelli di un'uomo, e ſimili tenuti ad un ſottil tratto di luce del Sole, gettano un' ombra eſtremamente larga. E in uno di queſti ſperimenti l'ombra è ſtata 35. volte più larga del corpo. (*d*) Si ha oſſervato, che queſte ombre erano tinte agli orli di colori. (*e*) Queſto è ciò, che il noſtro Autore ha chiamato Infleſſione del lume; ma come ci fa ſapere, di eſſere ſtato interroto dal proſeguire abbaſtanza queſti ſperimenti, non è duopo, che io trattenga li miei Lettori con un ragguaglio più particolare di queſt' articolo.

d *Opt. Lib. III. Obſ. 1.*
e *Ibid. Obſ. 2.*

CAPITOLO IV.

Dei Vetri d'Optica.

1. IL Sig. Kav. Iſ. Nevvton avendo didotto dalla ſua dottrina della luce, e dei colori un ſorprendente miglioramento, che ſi poteva fare dei Teleſcopj, del che intendo di dar quì una ſpiegazione, permetterò primieramente in generale qualche coſa concernente queſti ſtromenti.

2. Da ciò, che di ſopra è ſtato detto, ſi comprenderà, che quando la luce cade ſu la ſuperfizie del vetro obbliquamente dopo il ſuo ingreſſo nel vetro è più inclinata alla linea menata per il punto d'incidenza perpendicolarmente a queſta ſuperfizie, di quello che era innanzi. Suppoſto, che un raggio di luce eſca dal punto A (nella fig. 136.) e cada ſopra un pezzo di vetro B C D E, la cui ſuperfizie B C, ſu la qual cade il raggio, e di figura sferica, o globoſa, ed ha per centro F; ſe il raggio avanzando ſu la linea A G, vien' a cadere ſopra la ſuperfizie B C al punto G, e ſi meni la linea F G H: queſto raggio dopo il ſuo ingreſſo nel vetro paſſerà ſu qualche linea, come G I, più inclinata verſo la linea F G H, di quello che vi ſia la linea A G; imperciocchè la linea F G H è perpendicolare alla ſuperfizie B C, al punto G. Per queſta ragione, ſe un momento di raggi procedenti da qualche punto, cadan ſopra una ſuperfizie di vetro conveſſa sferica, verranno piegati (come ſi rappreſenta nella fig. 137.) coſicchè ſi uniſcano molto proſſimamente inſieme intorno la linea menata per il centro del vetro dal punto, onde li raggi ſteſſi pro-

procedono; la qual linea da quì innanzi si chiamerà l' asse del vetro; ovvero il punto, onde procedono li raggi, può esser così vicino al vetro, che dopo il loro ingresso, continuino a spargersi, ma non tanto, quanto facevano prima; talchè se li raggi fossero continuati indietro, (come nella fig. 138.) si unirebbero insieme intorno l'asse ad un luogo più rimoto dal vetro, di quello sia il punto, da cui attualmente procedono. In queste, e nelle seguenti figure A dinota il punto, a cui li raggi si riferiscono prima della refrazione, B quello, a cui sono diretti dopo, e C il centro della superficie refrangente. Quì potiam' osservare, ch' è possibile formar' il vetro d' una tal figura, che tutti li raggi, che partono da un punto, si riducano di nuovo dopo la refrazione esattamente in un punto su l'asse del vetro. Ma ne' vetri di una forma sferica, sebbene ciò non accade, nondimeno li raggi, che cadono dentro una moderata distanza dall' asse, si riuniranno estremamente vicini un' all' altro. Se la luce cade sopra una superfizie concava sferica, dopo la refrazione, si spargerà più presto, che innanzi (come nella fig. 139.) se li raggi non procedano da un punto tra il centro, e la superfizie del vetro. Se supponiamo, che li raggi della luce, li quali cadono sopra il vetro, non vengano da un qualche punto, ma muovano in modo da tender tutti ad un qualche punto nell' asse del vetro di là della superfizie, quando il vetro ha una superfizie convessa, li raggi si uniranno nell' asse più presto di quel, che altrimenti farebbero (come nella fig. 140.) se il punto, a cui tendono, non è tra la superfizie, e il di lei centro. Ma se la superfizie è concava, non si uniscono così presto; anzi forse si fanno divergenti. Ved. fig 141. 142.

3. Inoltre, perchè la luce passando dal vetro nell'aria, per la sua refrazione è allontanata dalla linea menata per il punto d' incidenza, perpendicolarmente alla superfizie refrangente, più di quello che n' era prima; la luce, che si sparge da un punto, in passando per una superfizie convessa del vetro, nell'aria, o si spargerà meno, che innanzi (come nella fig 143.) o si unirà intorno all' asse di là del vetro (come nella fig. 144.) ma se li raggi della luce procedessero verso un punto nell' asse del vetro, la refrazione li farebbe unir più presto intorno quest' asse, come nella fig. 145. Se la superfizie del vetro è concava, li raggi, che vengono da un punto, si spargeranno più presto (come nella fig. 145.) ma li raggi, che tendono ad un punto nell' asse del vetro saranno raccolti intorno all' asse più lungi dal vetro (come nella fig. 147.) o anche saranno fatti divergenti, (come nella fig 148.) se il punto, a cui li raggi sono diretti, non giace tra la superfizie del vetro, ed il suo centro.

4. Li raggi, che si spargono da un qualche punto, sono detti divergenti; e que', che muovono verso un punto, si chiamano convergenti. Il punto nell' asse del vetro, ove li raggi si raccolgono dopo la refrazione, è detto il foco di questi raggi.

5. Formando un vetro di due superfizie convesse sferiche (come nella fig. 149.) dove il vetro A B è composto delle superfizie ABC, e ADB, la linea menata per li centri delle due superfizie, come la linea E F, chiamasi l'asse del vetro; e li raggi, che da un punto di quest' asse partono divergenti, per la refrazione del vetro, si faranno convergenti verso qualche parte dell'asse, o almeno come divergenti da un punto più rimoto dal vetro, che quello, ond' essi partivano; imperciocchè le due superfizie cospirano insieme a produrre questo effetto sopra de' raggi. Ma li raggi convergenti, mercè d'un tal vetro tanto più presto si accosteranno. Lavorando un vetro di due superfizie concave (come il vetro A B nella fig. 150.) la linea C D menata per li centri, da cui sono descritte quelle due superfizie, chiamasi l'asse del vetro. Un tal vetro renderà li raggi divergenti, che procedono da qualche punto nell' asse del vetro, tanto più divergenti, quanto il luogo, da cui procederanno, sarà più vicino ad esso, che il punto, onde attualmente procedono. Ma li raggi convergenti o saranno resi meno convergenti, o fatti divergenti.

6. In questi vetri li raggi procedenti da un punto vicino all' asse, avranno la stessa affezione, che a proceder dall'asse stesso; e que' che convengono verso un punto ad una piccola distanza dall' asse, soffriranno lo stesso effetto dal vetro, che se fossero convergenti verso un punto dell' asse stesso. In questa maniera un corpo luminoso, esposto ad un vetro convesso può formare una immagine sopra qualche corpo bianco, tenuto di là dal vetro. Ciò si può facilmente provare con un vetro di specchio comune. Imperciocchè tenendo un tal vetro tra una candela, ed un pezzo di foglio bianco, se le distanze della candela, del vetro, e del foglio siano ben' aggiustate, apparirà distintamente l'immagine della candella sopra il foglio, ma situata a rovescio: del che la ragion' è questa. Sia A B (nella figura 151.) il vetro, C D un oggetto, che s' incrocia coll' asse del vetro Il raggio di luce, ch' esce dal punto E, dove l' asse del vetro s' incrocia con l' oggetto, è talmente refratto dal vetro, che lo incontra di nuovo al punto F. Li raggi, che partono divergendo dal punto C dell' oggetto, s' incontreranno di nuovo incirca alla medesima distanza dal vetro; ma dall' altra parte dell' asse, come in G; imperciocchè li raggi s'incrociano con l'asse del vetro. In simil guisa li raggi, che procedono dal punto D, s' incontreranno intorno ad H, dall' altro lato dell' asse. Niuno dei raggi, nè quei, che procedono dal punto E nell' asse, nè quei, ch' escono da C, o D s' incontreranno di nuovo esattamente in un punto solo; ma nondimeno in un luogo, com' è quì supposto in F, G, ed H, si raccoglieranno così strettamente in uno, che faranno un' immagine distinta sopra di qualche corpo proprio a rifletterli, e tenuto in questa distanza.

7. Se l' oggetto è troppo vicino al vetro, onde li raggi non possono farsi convergenti dopo la refrazione, usciranno dal vetro, come venis-

venissero divergenti da un punto più distante del vetro, che quell' onde essi realmente procedono (come nella fig. 152.) dove li raggi, che vengono dal punto E dell' oggetto, che giace su l'asse del vetro A B, escono dal vetro, come provenissero dal punto F, più lontano dal vetro, che E; e li raggi procedenti dal punto C escono dal vetro, come venissero dal punto G; e quelli usciti dal punto D emergono dal vetro, come procedessero dal punto H. Quì il punto G è dal lato stesso dell' asse, che il punto C; e H dal lato stesso, che D. In questo caso ad un' occhio collocato di là dal vetro, l' oggetto apparirebbe, come se questo fosse nella situazione G F H.

8. Se il vetro A B fosse stato concavo, (come nella fig. 153.) ad un' occhio di là dal vetro, l' oggetto C D, doveva apparire nella situazione G H, più appresso al vetro di quello sia realmente Quì pure l' oggetto non sarà rivoltato; ma il punto G sarà dal lato stesso dell' asse, che il punto C, ed H dallo stesso, che D.

9. Quindi si può intendere, perchè gli occhiali fatti con vetri convessi ajutino la vista in un' età avanzata, imperciocchè l' occhio in quest' età diviene incapace a veder gli oggetti distintamente, se non quelli, che sono discosti a una considerabil distanza: e di quà tutti gli uomini, quando sono vicini ad aver bisogno di occhiali, si osserva, che leggono alla lunghezza di un braccio, e tengono l' oggetto in una maggior distanza di quello, che innanzi praticavano. Ma quando un' oggetto è rimosso a una distanza troppo grande dalla vista, non può vedersi chiaramente, perchè una minor quantità di luce dall' oggetto entrerà nell' occhio, o tutto l' oggetto apparirà ancora più piccolo. Ora con l' ajuto di un vetro convesso un' oggetto può tenersi vicino, e nondimeno li raggi, che ne procedono, entreranno nell' occhio, come se fosse l' oggetto più lontano.

10. Nella stessa maniera un vetro concavo serve à coloro, che hanno corta vista. Imperciocchè l' oggetto, riguardo a questi, dev' esser portato estremamente vicino all' occhio, per esser da loro veduto distintamente; ma con un tal vetro l' oggetto può esser rimosso ad una conveniente distanza, e nondimeno li raggi della luce entreranno nell' occhio, come se venissero da un luogo assai più vicino.

11. D' onde provengano questi difetti della vista, che in vecchia età gli oggetti non possono vedersi distinti, in una moderata distanza, e in una vista corta, senza esser troppo accostati all' occhio, s' intenderà facilmente, quando sarà spiegata in generale la maniera, in cui si fa la visione: il che ora proccurerò di fare, per esser meglio inteso in quel, che segue. L' occhio è formato, come si rappresenta nella fig. 154. Egli è d' una figura globosa, la cui parte anteriore un poco più protuberante del resto, è trasparente. Di sotto a questa parte trasparente vi è una piccola raccolta d' un umore in apparenza simile all' acqua, ed ha ancora la stessa Potenza refrattiva, che l' acqua comune; si chiama l' umor' acquoso, e riempie lo

ſpazio ABCD nella fig. Dopo queſto giace il corpo DEFG, queſto è ſolido, ma traſparente, è compoſto di due ſuperfizie conveſſe, quella di dietro EFG lo è più, che quella d'avanti EDG. Tra la membrana eſteriore ABC, e queſto corpo EDGF, è collocata quella membrana, che rappreſenta li colori, li quali ſi vedono intorno la viſta dell'occhio: e la macchia nera, che chiamaſi viſta, o pupilla, è un foro in queſta membrana, per cui entra la luce, con la quale vediamo. Queſta membrana è attaccata ſolamente dal ſuo giro eſteriore, ed ha una Potenza muſcolare, con cui ella dilata la pupilla in una luce debole, e la riſtringe in una forte. Il corpo DEFG ſi chiama l'umor criſtallino, ed ha una Potenza refrattiva maggiore, che l'acqua. Dietro a queſto, il corpo dell'occhio è riempito di quell'umore, che ſi dinomina vitreo; queſto ha la ſteſſa Potenza refrattiva, che l'acqua. Al fondo dell'occhio verſo la parte interna accanto del naſo, com'è in H, diffondeſi il nervo Optico, ſopra tutta la concavità dell'occhio, fin dentro la piccola diſtanza, ch'è da C ad A. Ora eſſendo poſto un'oggetto, come IK, innanzi all'occhio, li raggi della luce, ch'eſcono da ciaſcun punto di queſt'oggetto, ſono talmente refratti dalla ſuperfizie conveſſa dell'umor'acqueo, che ſi rendono convergenti; dopo queſto eſſendo ricevuti dalla ſuperfizie conveſſa EDG dell'umor criſtallino, che ha una maggior Potenza refrattiva, che l'acqueo, li raggi entrati in queſta ſuperfizie, ſi fanno ancora più convergenti, ed uſcendo dalla ſuperfizie EFG in un'umore di una Potenza refrattiva minore, che quella del criſtallino, ſono reſi ancora più convergenti Da tutte queſte ſucceſſive refrazioni ſon'eglino portati convergenti al fondo dell'occhio, talchè s'imprime ſopra il nervo una diſtinta immagine dell'oggetto, come LM. E con queſto mezzo ſi vede l'oggetto.

12. E' ſtata fatta una difficoltà nell'eſſer dipinta al roveſcio l'immagine dell'oggetto ſopra del nervo, coſicchè la parte ſuperiore dell'oggetto s'imprime ſu la parte inferiore dell'occhio. Ma io penſo, che queſta difficoltà ſvaniſca, conſiderando ſolamente, che ſotto, e ſopra ſono termini puramente relativi all'ordinaria poſitura dei noſtri corpi; e che li noſtri corpi, quando ſi vedono con l'occhio, vi fanno non meno, che gli altri oggetti a roveſcio la loro immagine, coſicchè le immagini dei noſtri corpi, e degli altri oggetti s'imprimono ſu gl'occhi con la ſteſſa relazione l'une all'altre, che hanno eſſi medeſimi in realtà.

13. L'occhio può ben vedere gli oggetti egualmente diſtinti in diverſe diſtanze; ma in uno ſteſſo tempo ad una ſola diſtanza. Perche l'occhio poſſa accomodarſi a differenti diſtanze, ſi ricerca qualche mutazione ne' ſuoi umori. E' mia opinione, che queſta mutazione ſi faccia nella figura dell'umor criſtallino, come mi ſono sforzato di provare in altro luogo.

14. Se ſarà troppo piatto uno degli umori dell'occhio, eſſo refran-

frangerà troppo poco il lume; ch'è il caſo dell'età avaozata. Se ſiano queſti troppo conveſſi, lo refrangono troppo; come in quelli, che hanno una corta viſta.

15. Così ſpiegato il modo, in cui ſi fa la viſion diretta, iò paſſo a dar qualche ragguaglio dei teleſcopj, con cui ſi vedono più diſtintamente gli oggetti lontani, e de' microſcopj, che ingrandiſcono l'apparenza dei piccoli. E primieramente la più ſemplice ſorte di teleſcopio è compoſta di due vetri, o tutti, e due conveſſi, od un conveſſo, e l'altro concavo. Uno del primo genere di teleſcopj è rappreſentato nella fig. 155. e uno del ſecondo nella fig. 156.

16. Nella fig. 155. A B rappreſenta il vetro conveſſo, più vicino all'oggetto, e C D l'altro vetro più conveſſo, e vicino all'occhio. Poſto, che il vetro obbiettivo A B formi l'immagine dell'oggetto in E F; coſicchè tenendo in queſto luogo un foglio di carta bianca, l'oggetto vi compariſca; e ſuppoſto ancora, che li raggi, li quali paſſano il vetro AB, e ſi uniſcono circa F, vadano all'occhio, per il vetro CD, e vi ſi refrangono: tirando ſolamente tre raggi nella figura, que' che paſſano per l'eſtremità del vetro A B, e que', che paſſano per lo mezzo, ſe il vetro CD ſia collocato a tal diſtanza dall' immagine EF, che li raggi, che paſſano per il punto F, dopo eſſer paſſati per il vetro, ſi facciano divergenti, quanto li raggi, che vengono da un' oggetto a tal diſtanza dall'occhio, che poſſa vederſi diſtintamente, queſti eſſendo ricevuti dall'occhio, vi faranno al fondo una diſtinta rappreſentazione del punto F. In ſimil guiſa li raggi, che paſſano per il vetro obbiettivo A B al punto E dopo eſſer paſſati per il vetro dell'occhio C D faranno nel fondo dell'occhio una diſtinta rappreſentazione del punto E. Ma ſe l'occhio ſia collocato dove queſti raggi, che procedono da E, s'incrociano con quelli, che procedono da F, l'occhio riceverà in un tempo ſteſſo l'impreſſione diſtinta di ambedue queſti punti; e in conſeguenza di tutte le parti di mezzo dell'immagine EF, ch'è a dire, l'occhio vedrà diſtintamente l'oggetto, verſo cui il teleſcopio è rivoltato. Il luogo dell' occhio è incirca il punto G, ove li raggi HE, HF s'incrociano, che paſſano per il mezzo del vetro obbiettivo AB ai punti E, ed F; ovvero dove il foco ſarebbe formato dai raggi, che vengono dal punto H, e ſono refratti dal vetro CD. Per giudicare, quanto un'oggetto è ingrandito da queſto ſtromento, dobbiamo prima oſservare, che l'angolo EHF, in cui l'occhio al punto H vedrebbe l'immagine E F è proſſimamente lo ſteſso, che l'angolo in cui l'oggetto vedrebbeſi per una viſione diretta; ma quando l'occhio è in G, e vede l'oggetto per mezzo del teleſcopio, egli lo vede ſotto ad un'angolo maggiore; imperciocchè li raggi, che vengono da E, ed F, e s'incrociano in G, fanno un'angolo maggiore, che li raggi, li quali paſsano dal punto H a queſti punti E, ed F. L'angolo in C è maggiore dell'angolo in H, a proporzione, che la diſtanza tra li vetri

AB,

A B, e C D è maggiore della distanza del punto G dal vetro C D.

17. Questo telescopio rovescia gli ogetti, poichè li raggi, che vengono dalla dritta dell'oggetto vanno al punto E, ch' è il lato manco dell' immagine; e quei, che vengono dalla sinistra dell'oggetto, vanno in F, ch' è il lato dritto dell' immagine. Questi raggi s' incrociano di bel nuovo in G cosicchè li raggi, che vengono dalla dritta dell' oggetto, vanno alla dritta dell' occhio; e quelli, che dalla sinistra, alla sinistra si portano. E per tanto in questo telescopio l' immagine nell' occhio ha la medesima situazione, che l'oggetto; e poichè nella vision diretta l' immagine nell' occhio è situata a rovescio, quì la situazione essendo ritta, l' oggetto non dee apparir ritto. Questo non è alcun' inconveniente per gli Astronomi nelle osservazioni celesti; ma per gli oggetti quì su la terra si costuma di aggiunger due altri vetri convessi, che possano di nuovo voltar l'oggetto (come è rappresentato nella fig. 157.) o pure si usa un' altra sorte di telescopio col vetro concavo dell' occhio.

18. In quest' altra sorte di telescopi l' effetto è fondato su gli stessi principj, che quei della prima. La distinzione dell' apparenza si conseguisce nella stessa maniera. Ma quì il vetro oculare C D (fig. 156.) è collocato tra l' immagine E F, e il vetro obbiettivo A B. In questa maniera li raggi, che vengono dalla mano dritta dell'oggetto, e passano verso E il manco lato dell' immagine, essendo intercetti dal vetro oculare, sono portati al lato manco dell'occhio; e quei, che vengono dalla sinistra dell'oggetto, vanno alla dritta dell' occhio; cosicchè la impressione nell' occhio facendosi a rovescio, l' oggetto apparisce nella medesima situazione, che quando vedesi con l'occhio nudo. Quì dev' esser l'occhio posto tutt' appresso del vetro. Il grado, a cui questo stromento ingrandisce gli oggetti, si trova così. Li raggi, che passano per il vetro A B in H, dopo la refrazione del vetro oculare C D, si concepiscano divergenti, come se venissero dal punto G; dunque li raggi, che vengono dall' estremità dell' oggetto, entrano nell' occhio sotto l'angolo, che si fa in G; talchè quì pure l'oggetto resterà ampliato nella proporzione della distanza tra li vetri, alla distanza di G dal vetro oculare.

19. Lo spazio, che si può discoprire in una vista sola con questo telescopio, dipende dalla larghezza della pupilla dell' occhio, imperciocchè come li raggi, che vanno ai punti E, F dell' immagine, sono alquanto distanti un dall' altro, quando escono dal vetro C D, se sono più dilatati, che la larghezza della pupilla, egli è evidente, che non possono tutt' in uno entrar nell' occhio. Nell' altro telescopio l' occhio è collocato nel punto G, ove li raggi, che vengono dal punto E, o F s'interfecano insieme, e perciò devono entrar' insieme nell' occhio. A questo riguardo, li telescopj di due vetri convessi sono capaci d' una più ampia vista, che questi di un concavo. Ma in quelli pure l' estension della vista è limitata; imperciocchè il vetro

troculare per la refrazione, che si fa verso le sue estremità, non rappresenta così distintamente l'oggetto, come vicin' al mezzo.

20. Li microscopj sono di due sorte. Una è solo un vetro assai convesso, per cui mezzo l'oggetto, può esser assai approssimatò all' occhio, e nondimeno esser veduto distintamente. Questo microscopio ingrandisce le cose a proporzione, che l'oggetto essendo approssimato all' occhio, farà un' impressione più estesa su'l nervo optico. L'altra sorte formata di vetri convessi produce il suo effetto nella stessa maniera, che il telescopio. Sia l'oggetto AB (nella fig. 158.) collocato sotto il vetro CD, e col suo mezzo si formi un' immagine di quest' oggetto. Sopra di questa sia collocato il vetro GH; per cui mezzo li raggi procedenti dai punti A, e B, siano refratti, come sta espresso nella figura. In particolare li raggi, che da ciascuno di questi punti passano per il vetro CD, s'incrocino in I, e quì sia collocato un' occhio. L'oggetto vi apparirà più largo veduto per lo microscopio, che senza di questo, a proporzione, che l'angolo fatto dalla intersecazione di questi raggi in I, sarà maggiore dell' angolo, che sarebbero le linee tirate da I ad A, e B; val' a dire, in una proporzione composta di quella della distanza dell'oggetto AB da I, alla distanza di I dal vetro GH, e della proporzione della distanza tra li vetri alla distanza dell'oggetto AB dal vetro CD.

21. Ora passerò a spiegar l'imperfezione di questi stromenti, cagionata dalla differente refrangibilità della luce, che viene da qualsisia oggetto. Questa fa, che l'immagine non si formi nel foco del vetro obbiettivo con una perfetta distinzione; cosicchè se il vetro oculare ingrandisce di troppo l'immagine, questa imperfezione dev'esser visibile, e far che quella tutta apparisca confusa. Il nostro Autore per esser più pienamente convinto, che la differente refraagibilità di varie sorte di raggi è sufficiente a produrre questa irregolarità, si sottopose alla fatica di un dilicato, e difficile sperimento, il cui processo è stato esposto diffusamente, per provar che li raggi della luce siano refratti diversamente non meno nelle piccole refrazioni dei vetri di un telescopio, che nelle più grandi di un prisma; tanto è stato diligente nel ricercar la vera cagione di quest' effetto. Ed egli vi avrà usata, io suppongo, maggior cautela, perchè di questo si assegna comunemente innanzi di lui un' altra ragione. Ella era opinione di tutti li Matematici, che questo difetto dei telescopj provenisse dalla figura, con cui li vetri sono lavorati; una superfizie sferica refrangente non raccogliendo in un preciso punto tutti li raggi, che vengono da ciascun punto di un oggetto, com'è stato detto di sopra. (a) Ma dopo che il nostro Autore ha provato, che in queste piccole refrazioni così bene, che nelle maggiori, il seno d'incidenza dal vetro nell' aria, al seno di refrazione, ne' raggi, che fanno il rosso, è come 50. a 77. e in quei, che fanno l'azzurro, come 50. a 78. passò a comparare le ineguaglianze della refrazione

a §. 2.

pro-

procedenti dalla refrangibilità de' raggi, con le ineguaglianze, che seguirebbero dalla figura del vetro, se fosse la luce uniformemente refratta. Per questo proposito egli osserva, che se li raggi procedenti da un punto così rimoto dal vetro obbiettivo di un telescopio, che si reputi parallelo, il qual'è il caso de' raggi, che partono dai corpi celesti; la distanza, che ha dal vetro il punto, in cui li raggi meno refrangibili si raccolgono sarà alla distāza, alla quale si uniscono li raggi più refrangibili, come 28. a 27. e perciò il minore spazio, in cui tutti li raggi possono esser raccolti, non sarà minore, che la 55.ª parte della larghezza del vetro. Imperciocchè se A B (nella fig. 159.) sia il vetro, CD il suo asse, E A, E F due raggi di luce paralleli a quest' asse, ch' entrano nel vetro appresso le sue estremità: dopo la refrazione, la parte men refrangibile di questi raggi s' incontri in G, e la più refrangibile in H; allora, com'è stato detto, G I sarà ad I H, come 28. a 27. val'a dire, G H sarà la 28.ª parte di G I, e la 27.ª di di H I; quindi se K L, ed M N si facciano una per G, e l'altra per H, perpendicolari a C D, M N sarà la 28.ª parte di A B, larghezza del vetro, e K L la 27.ª parte della stessa; cosicchè OP il minore spazio, in cui li raggi siano raccolti, sarà verso il mezzo come la media fra quelle due, ch'è la 55.ª parte di A B.

22. Questo è l' errore, che nasce dalla differente refrangibilità dei raggi di luce, che il nostro Autore trova di gran lunga eccedere l'altro, il qual segue dalla figura del vetro. In particolare, se il vetro del telescopio sia piato da un lato, e convesso dall' altro, quando il piatto è voltato verso l'oggetto, per una proposizione, ch' è stata stabilita, l'errore, che proviene dalla figura, e incirca 5000. volte minorè dell' altro. Quest' altra ineguaglianza è così grande, che li telescopj non farebbero quello stesso, che fanno, se non fosse la luce, che non riempie egualmente tutto lo spazio O P, per cui si sparge, ma ch' è molto più densa verso il mezzo di questo spazio, che verso l'estremità. E in oltre, non tutte le sorte di raggi fanno su'l senso un' impression'egualmente forte, mentre il giallo, e l'aranciato sono più forti, in appresso a questi il rosso, e il verde; l'azzurro l'indaco, e il violetto sono più deboli, e men chiari, ed egli è provato, che il giallo, l'aranciato, e tre quinti della metà più lucida del rosso, appresso l'aranciato, altrettanto della metà più lucida del verde appresso il giallo, si raccoglieranno in uno spazio, la cui larghezza non supera $\frac{1}{250}$ della larghezza del vetro. E gli altri colori, che cadono fuori di questo spazio, come sono più deboli, ed oscuri di questi, saranno similmente più dilatati; e perciò difficilmente saranno sensibili in comparazione degli altri. Conforme a questo si è la osservazione degli Astronomi, che li telescopj tra venti, e sessanta piedi in lunghezza rappresentano le stelle fisse di 5. o 6. e al più di 8. o 10. secondi di diametro. Laddove altri argomenti dimostrano, che

esse

esse non ci appariscono di alcuna sensibil grandezza, se non in quanto la loro luce vien dilatata dalla refrazione. Una prova, che le Stelle fisse non ci appariscano sotto alcun sensibil' angolo, si è, che quando la Luna passa sotto alcune di loro, la sua luce non isparisce per gradi, come quella de' Pianeti nella medesima occasione, ma svanisce in una volta.

23. Essendo per tanto il nostro Autore convinto, che li telescopj non erano capaci di esser portati ad una perfezione di molto maggiore di quella, che hanno al presente, per le refrazioni, ne fabbricò uno di riflessione, in cui non si fà alcuna separazione della differente luce colorata; imperciocchè in ogni sorte di luce, li raggi dopo la riflessione hanno il medesimo grado d' inclinazione alla superfizie, da cui sono riflettuti, che avevano alla loro incidenza; cosicchè quei raggi, che vengono alla superfizie in una linea, ne partiranno ancora in una linea sola, senza separarsi più fra di loro. In conformità a questo egli è successo così felicemente nell' attentato, che una sorte di questi stromenti, che non eccedeva sei pollici in lunghezza, eguagliava un telescopio ordinario, la cui lunghezza era di quattro piedi. Si sono recentemente lavorati stromenti di questo genere d' una maggior lunghezza, che corrispondono pienamente all' aspettazione. (*a*)

a Transf. Filos. n. 378.

CAPITOLO V.

Dell' Arcobaleno, o sia dell' Iride.

1. Spiegherò di già l' Arcobaleno. La maniera, in cui è prodotto, intendevasi in generale, innanzi che il Kav. If. Nevvton discoprisse la sua teorìa dei colori; ma ciò, che producesse la diversità de' colori in esso, non si conosceva; il che l' obbligò a spiegare quest' apparenza particolarmente: noi lo imiteremo, come segue. Il primo, ch' espressamente dimostrasse formarsi l' Arcobaleno dai raggi del Sole riflettuti dalle goccie cadenti di pioggia, fu Antonio de Dominis. Ma questo fu poi spiegato più pienamente, e distintamente da Des Cartes.

2. Appariscono il più frequentemente due Iridi; sono tutt' e due cagionate dalla suddetta refrazione del lume Solare dalle goccie di pioggia; ma non da tutto il lume, che vi cade sopra, e ne è riflettuto. L' Iride interna è prodotta solamente da que' raggi, ch' entrano nella gocciola, e al loro ingresso sono refratti talmente, che si uniscono in un punto alla superfizie ulteriore della gocciola, come si rappresenta nella fig. 160. dove li raggi contigui *a b*, *c d*, *e f*, venendo dal Sole, e perciò quanto al senso paralleli, al loro ingresso nella gocciola ai punti *b*, *d*, *f*, sono talmente refratti, che s' incontrano insieme nel punto *g*, alla superfizie ulterior della gocciola. Ora es-

sendo questi raggi prossimamente dallo stesso punto della superfizie riflettuti, l'angolo d'incidenza di ciascun raggio al punto *g* essendo eguale all'angolo di riflessione, li raggi torneranno nelle linee *gb*, *gK*, *gl*, nella stessa maniera inclinati un'all'altro, che lo erano prima della loro incidenza al punto *g*, e saranno gli stessi angoli con la superfizie della goccia ai punti *b*, *K*, *l*, che ai punti *b*, *d*, *f*, dopo il loro ingresso; e perciò dopo la loro emersione dalla goccia, ciascun raggio sarà inclinato alla superfizie sotto l'angolo stesso, che quando vi entrava; onde le linee *bm*, *Kn*, *lo* in cui emergono li raggi, debbono esser parallele fra di loro, non meno che le linee *ab*, *cd*, *ef*, in cui erano incidenti. Ma questi raggi emergenti essendo paralleli non si spargeranno, nè saranno divergenti un dall'altro nell'uscir dalla goccia, e perciò entreranno in un' occhio convenientemente situato con una copia sufficiente per cagionarvi sensazione. Laddove tutti gli altri raggi, o quelli più vicini al centro della goccia, come *pq*, *rs*, o quei, che ne sono più lontani, come, *tu*, *vvx*, saranno riflettuti da altri punti nella superfizie posterior della goccia; e nomatamente il raggio *pq*, dal punto *y*; *rs* da *z*; *tu* da *α*, ed *vvx* da *β*. E perciò stante la loro riflessione, e la refrazione, che segue, saranno dispersi dopo la loro emergenza, e separati da'suddetti raggi, el'uno dall'altro; e perciò non possono entrar nell'occhio collocato per riceverli in una copia sufficiente ad eccitar qualche distinta sensazione.

3. L'Iride estrema è formata da due riflessioni fatte tra l'incidenza, e l'emergenza dei raggi, imperciocchè è da notare, che li raggi *gb*, *gK*, *gl*, ai punti *b*, *K*, *l*, non escono intieramente dalla goccia, ma sono in parte riflettuti indietro: sebbene la seconda riflessione di questi raggi particolari non forma l'altra Iride. Imperciocchè questa Iride è fatta da que' raggi, che dopo il loro ingresso nella goccia sono dalla sua refrazione uniti, prima che giungano all'altra superfizie, ad una distanza tale da essa, che quando cadono sopra di questa superfizie, possono esserne riflettuti in linee parallele, come rappresentano nella fig 161. dove li raggi *ab*, *cd*, *ef*, sono raccolti per la refrazion della goccia nel punto *g*, e quindi passando innanzi, danno nella superfizie della goccia ai punti *b*, *K*, *l*, onde sono riflettuti ad *m*, *n*, *o*, passando da *b* ad *m*, da *K* ad *n*, e da *l* ad *o* in linee parallele. Imperciocchè questi raggi dopo la riflessione in *m*, *n*, *o* s'incontreranno di nuovo nel punto *p*, alla stessa distanza da questi punti della riflessione *m*, *n*, *o*, ch'è il punto *g* dai primi *b*, *K*, *l*. Dunque passando questi raggi da *p* alla superfizie della goccia, vi cadranno sopra nei punti *q*, *r*, *s* sotto gli stessi angoli, che fanno essi raggi con la superfizie in *b*, *d*, *f* dopo la refrazione. In conseguenza, quando questi raggi emergono dalla goccia nell'aria, ciascun raggio farà con la superfizie della goccia lo stesso angolo, ch'egli faceva nella sua prima incidenza; talchè le linee *qt*, *ru*, *tvv*, in cui dalla goccia provengono, saranno parallele una all'altra, non men che le linee

ab,

ab, *cd*, *ef*, in cui pervennero alla goccia. In tal maniera questi raggi diverranno visibili ad uno spettatore comodamente situato: ma tutti gli altri raggi così quelli più vicini al centro della goccia, *xy*, *zα*, come quelli più rimoti *βγ*, *δε* saranno riflettuti in linee non parallele alle linee *bm*, *Kn*, *lo*; e in ispezie il raggio *xy*; nella linea *ζη*, il raggio *zα* nella linea *θκ*, il raggio *βγ*, il raggio *δε* nella linea *νξ*. Quinci cotesti raggi dopo la loro seconda riflessione, e susseguente refrazione saranno dispersi dai raggi di sopra mentovati, e loro stessi un dall'altro, e perciò resi invisibili.

4. Dippiù è da rimarcare, che se nel primo caso li raggi incidenti *ab*, *cd*, *ef*, e gli emergenti, che loro corrispondono, *bm*, *Kn*, *lo*, siano prodotti, finchè concorrono, faranno fra di loro un' angolo maggiore, che qualunque altro raggio incidente faccia con l' emergente, che gli corrisponde. E nell' ultimo caso, all' opposto, li raggi emergenti *qt*, *ru*, *svv* fanno co' raggi incidenti un' angolo più acuto, di quello è fatto da qualunque altro de' raggi emergenti.

5. Il nostro Autore ha esposto un metodo di ritrovar ciascuno di questi angoli estremi, essendo dato il grado di refrazione; dal qual metodo apparisce, che il primo di questi angoli è minore, e l' ultimo è maggiore, quanto più è grande la Potenza refrattiva della goccia, o la refrangibilità dei raggi. E quest' ultima considerazione finisce di compir la dottrina dell' Iride, e dimostra, come li colori di ciascun' arco sono disposti nell' ordine, in cui si vedono.

6. Suppongasi, che A (nella fig. 162.) sia l'occhio, B, C, D, E, F goccie di pioggia: M n, O p, Q r, S t, V vv particelle di raggi del Sole, ch' entrando nelle goccie B, C, D, E, F dopo una riflessione passino all' occhio in A. Ora M n sia prolungato in *n* finchè s' incontri col raggio emergente pure prolungato. O P si prolunghi finchè incontra il suo raggio emergente prolungato in *κ*, e Q r finchè incontra il suo in *λ*, ed S t finchè incontra il suo in *μ*, ed V vv finchè trova il suo raggio emergente prodotto in *ν*. Se l'angolo M *n* A sia quello, che deriva dalla refrazione de' raggi, che fanno il violetto, per il metodo, di cui quì abbiamo parlato, ne segue, che entrerà solamente nell' occhio il lume violetto dalla goccia B, tutti gli altri raggi colorati passando al di sotto, cioè tutti que' raggi che non sono dispersi, a segno di far sensazione, ma escono paralleli. Imperciocchè l' angolo, che que' raggi emergenti paralleli fanno con l' incidente nei raggi, che sono li più refrangibili, o che fanno il violetto, essendo minore, che l' angolo in qualunque altra sorte di raggi; niuno de' raggi, ch' emergono paralleli; salvo quelli, che fanno il violetto, entrerà nell' occhio sotto l' angolo M *n* A, ma gli altri, che fanno col raggio incidente M *n* un' angolo maggiore di questo, passeranno sotto dell' occhio In simil guisa se l' angolo Q *x* A conviene co' raggi, che fanno l' azzurro, li raggi azzurri solamente entreranno nell' occhio dalla goccia C, e tutti gli altri raggi colorati i sfug-

giranno l'occhio, li violetti passando di sopra, e gli altri colori di sotto. Oltre ciò, l'angolo Q λ A corrispondendo ai raggi, che fanno il verde, questi soli dalla goccia D entreranno nell'occhio, quelli, che fanno il violetto, e l'azzurro, passando per di sopra, e gli altri colori, cioè il giallo, e il rosso, per il di sotto. E se l'angolo S μ A corrisponde alla refrazione de' raggi, che fanno il giallo, sol questi verranno all'occhio dalla goccia E. E in fine se l'angolo V ν A appartiene a' raggi, che fanno il rosso, e sono li men refrangibili, solo essi dalla goccia F entreranno nell'occhio, gli altri raggi colarati passando di sopra.

7. Ora è evidente, che tutte le goccie d'acqua, che si trova in qualcheduna delle linee A κ, A λ, A μ, A ν, siano più lungi, o più appresso all'occhio, che le goccie B, C, D, E, F, daranno lo stesso colore, che queste, tutte quelle della medesima linea dando il medesimo colore; cosicchè la luce riflettuta da un numero conveniente di queste goccie diverrà bastante per esser visibile; dove la riflessione da una piccola goccia sola non sarebbe sensibile. Ma in oltre, è ancora manifesto, che menando la linea A Ξ dal Sole per l'occhio, cioè a dire parallela alle linee M n, O p, Q r, S t, V vv, e le goccie d'acqua essendo disposte tutte intorno di questa linea, il medesimo colore sarà rappresentato da tutte le goccie ad una stessa distanza da questa linea. Quindi egli segue, che quando il Sole è moderatamente elevato sopra dell'Orizonte, se piove alla parte opposta, e il Sole illumini le goccie nel mentre vanno cadendo, uno spettatore con le spalle rivolte al sole, deve osservare un'arco circolar colorato, che arriva all'Orizonte, ed è rosso al di fuori, poi giallo, indi verde, azzurro, e al termine di dentro violetto; solo quest' ultimo colore apparisce languido, essendo diluto dal bianco lume delle nuvole, e per un'altra cagione da menzionarsi dappoi. (a)

a §.11.

8. Così è spiegato l'arco interior, e primario. Le goccie di pioggia a qualche distanza fuori di quest' arco cagioneranno l'esterno, o secondario per due riflessioni della luce del Sole. Siano le goccie G, H, I, K, L, X Y, Z α, Γ β, Δ ι, Θ ζ, dinotano particelle di raggi, ch'entrano in ciascuna goccia. Ora è da osservare, che di questi raggi, quali fanno col raggio visibile refratto il maggior'angolo, che sono li più refrangibili. Supposto dunque che il raggio visibile refratto, che passa da ciascuna goccia dopo due riflessioni, ed entra nell'occhio in A, s'interfecchi co' raggi incidenti in π, ρ, σ, τ, φ, rispettivamente; è manifesto, che l'angolo Θ φ A è il più grande di tutti, dopo questo l'angolo Δ τ A, poi in grandezza sarà l'angolo Γ σ A, indi l'angolo Z ρ A, e il minor di tutti l'angolo X π A. Dunque dalla goccia L verranno all'occhio li raggi del color violetto, o li più refrangibili, da K gli azzurri, da I li verdi, da M li gialli, e da G li rossi; e lo stesso accadrà di tutte le goccie su le linee A π, A ρ, A τ, A φ, ed anche di tutte le goccie alla medesima distanza dalla linea.

nea.

nea A ☰ intorno a questa linea. Quindi apprisce la ragione dell'arco secondario, che si vede al di fuori dell'altro, avendo li suoi colori in un'ordine opposto, il violetto fuori, e il rosso di dentro: sebben li colori vi sono più deboli, che nell'altro, come formati da due riflessioni, e da due refrazioni; dove l'altro arco è fatto da due refrazioni, e da una sola riflessione.

9. Vi è un'altra apparenza nell'Arcobaleno descritta particolarmente cinque anni fa (*a*) ed è questa, che sotto la parte superiore dell'arco intorno appariscono sovvente due, o tre ordini di colori assai deboli, che fanno alternativamente archi di verde, e di un pavonazzo rossiccio. Al tempo, in cui si ebbe notizia di quest'apparenza io esposi li miei pensieri in ordine ad assegnarne la causa, (*b*) che quì ripeterò. Il Sig. Kav. Is. Nevvton ha osservato, che nel vetro pulito, e coperto d'argento vivo, si fa una riflession' irregolare, onde qualche piccola quantità di lume resta divisa dal lume principal riflettuto. (*c*) Se riconoscasi accadere lo stesso nella riflessione, con cui si fa l'Iride, questo pare sufficiente a produr l'apparenza ora mentovata.

a *Traz. Filos N. 375.*

b *Ibid.*

c *Opt. Lib. II. part. 4.*

10. A B (nella fig. 163.) rappresenti un globetto d'acqua, B il punto da cui li raggi d'una determinata spezie essendo riflettuti in C, e poi emergendo nella linea CD, giungano all'occhio, e cagionino l'apparenza di quel colore nell'Iride, il quale appartiene a questa spezie. Quì si suppone, che oltre quello è riflettuto regolarmente, qualche piccola parte di lume sia irregolarmente dispersa da ciascun lato; talchè dal punto B, oltre li raggi, che sono regolarmente riflettuti da B a C, alcuni altri dispersi muovano in altre linee, come in BE, BF, BG, BH, da ciascun lato della linea BC. Ora noi osservammo di sopra, (*d*) che li raggi del lume nel loro passaggio da una superfizie di un corpo refrangente ad un'altra, sono soggetti ad alternar li siti di facile trasmissione, e riflessione, succedendosi questi un all'altro ad eguali distanze; talmente che se li raggi arrivano alla ulterior superfizie in una sorte di questi siti, saranno trasmessi, se in un'altra, verranno più tosto riflettuti. Quindi li raggi, che procedono da B a C, ed emergono nella linea CD, essendo in un sito di facile transmissione, li raggi dispersi, che cadono a piccola distanza fuori di questi da un lato, o dall'altro (per esempio li raggi, che passano su le linee BE, BG) cadranno su la superfizie in un sito di facile riflessione, e non ne usciranno; ma que' dispersi, che passano a qualche distanza fuori di questi ultimi arriveranno alla superfizie del globetto in un sito di facile trasmissione, e la trapasseranno. Supponete passar questi raggi nelle linee BF, BH, il primo de' quali abbia avuto un sito più di facile trasmissione, e l'altro un sito meno, che li raggi, che passano da B in C. Ora tutti e due questi raggi, quando escono fuori del globetto, procederanno per la refrazion dell'acqua nelle linee FI, HK, che saranno inclinate pressocchè

d *C. 3. §. 14.*

egual-

egualmente ai raggi incidenti su 'l globetto, che vengono dal Sole: ma gli angoli della loro inclinazione saranno minori dell'angolo, in cui li raggi emergenti nella linea C D sono inclinati a quei raggi incidenti. E nella stessa maniera li raggi dispersi dal punto B ad una certa distanza fuori di questi escono dal globetto, mentre li raggi frapposti sono intercetti; e questi raggi emergenti saranno inclinati ai raggi incidenti su 'l globetto, ad angoli sempre minori di quelli, in cui li raggi F I, e H K sono inclinati agli stessi, e fuori di questi raggi ne usciranno altri, che saranno inclinati ai raggi incidenti ad angoli ancora minori. Ora per questo mezzo potranno formarsi, oltre l'arco principale, che contribuisce alla formazione dell'Iride, altri archi dentro ciascun principale del medesimo colore, sebben molto più languido; e questo per diverse successioni, finchè queste tolgano tutta la forza alla luce, che in ogni arco diviene più oscura, continuerà ad esser visibile. Ora come gli archi prodotti da ciascun colore, saranno diversamente mescolati insieme, la diversità de' colori osservati in questi archi secondarj può facilmente provenire da questo.

11. Nei colori più foschi questi archi possono estendersi fin sotto dell'arco, ed esser veduti distintamente. Nei colori più vivi, si perdono nella parte inferiore del lume principale dell'Iride; ma con tutta la probabilità contribuiscono a quella tinta rossa, che ordinariamente ha il pavonazzo dell'Iride, ed è più rimarcabile, quando questi colori secondarj apparis cono più forti. Comunque sia, questi archi secondarj nei colori più vivi possono estendersi con un lume assai debole al basso dell'arco, e tinger di rossiccio il pavonazzo di questi archi secondarj.

12. Le precise distanze tra l'arco principale, e gli archi più deboli dipendono dalla grandezza delle goccie in cui sono formati. Per separarli a ogni grado, è necessario, che la goccia sia d'un' eccessiva piccolezza. E' verisimile, che si formino questi nei vapori delle nuvole, quali l'aria posta in moto dal cader della pioggia, può seco trasportar con le goccie più grosse; e questa esser può la ragione, perchè questi colori apparis cano sotto la parte superiore dell'arco solamente, non discendendo molto basso questo vapore. Per una ulterior confermazione di questa cosa, questi colori si vedono più forti, o risaltano di vantaggio, quando la pioggia cade da nubi assai dense, che cagionano pioggie le più impetuose, al cader delle quali l'aria è più agitata.

13. Ad una simil' alternativa di siti di facile trasmissione, e riflessione, nel passaggio della luce per li globetti d'acqua, che compongono le nubi, il Sig. Kav. Is. Nevvton attribuisce alcuni di que' circoli colorati, che in certi tempi apparis cono intorno il Sole, e la Luna. (a)

a Opt. Lib. II. part. 4. obs. 13.

CON-

CONCLUSIONE.

1. AVendo terminato il Sig. Kav. If. Nevvton ciascuno de' suoi trattati filosofici con alcune riflessioni generali, ora io prenderò congedo da' miei Lettori con un breve ragguaglio di ciò, ch' egli ha esposto queste occasioni. Al fine de' suoi principj Matematici di Filosofia naturale ci ha dati li suoi pensieri circa la Divinità. Ove primieramente egli osserva, che la somiglianza, che trovasi in tutte le parti dell' Universo, mette fuori di dubbio, che tutto è governato da un' Ente Supremo, a cui si dee riferire l' originaria costituzione della natura, ch' evidentemente è l' effetto della scelta, e di un disegno. Quindi con le nozioni più sicure in Metafisica egli passa a ricercar la fonte dell' esistenza, e di alcuni attributi primarj della Divinità, facendo attenzione alla natura delle nostre idee di spazio, e di tempo, a cui non sapremmo assegnar nè principio, nè limiti, e dalle quali noi ricaviamo per una priorità solo di nostro raziocinio, non di natura, l' esistenza di un' esser Necessario, Indipendente, Immenso, ed Eterno.

2. Al fine del suo trattato di Optica ha proposti alcuni pensieri concernenti altre parti della natura, in cui egli non si è distintamente internato. Comincia da alcune particolari riflessioni su la luce, ch' ei non aveva pienamente esaminate. In particolare dichiara il suo sentimento su la potenza, per cui li corpi, e la luce oprano un sopra l' altro. In qualche luogo di questo libro aveva egli data qualche apertura al suo pensiero in ordine a questo, (a) ma qui espressamente dichiara la sua conghiettura, che noi di già mentovammo, (b) che questa potenza è collocata in un sottile spirito di una gran forza elastica diffuso pe l' Universo, che produce non solo questa, ma una quantità d' altre operazioni naturali. Egli non ritrova impossibile, che la potenza stessa di gravità, ne possa dipendere. A questa occasione rapporta una quantità di apparenze naturali, di cui le principali sono prodotte da sperimenti chimici. Da numerose osservazioni di questo genere pensa non restar dubbio, che le minime parti di materia quando sono in un prossimo contratto, agiscono efficacemente l' une su l' altre, ora essendo scambievolmente attratte, ed ora respinte.

a Opt. p. 255. b C. 3. §. 18.

3. La potenza attrattiva è più manifesta, che l' altra, imperciocchè le parti di ogni corpo stanno unite per questo principio. E il nome di attrazione, che il nostro Autore gli ha dato, è stato liberamente impiegato da moltissimi scrittori, e d' altrettanti contradetto. Egli si è lagnato sovvente con me, di non essere stato inteso su questa materia. Ciò, ch' egli dice su questo capo, non l' ha mai preteso una spiegazione filosofica di alcuna apparenza; egli ha voluto solamente indicare una potenza in natura, non osservata sin' ora di-

stinta-

ſtintamente, la cui cagione, e modo di oprare ſtima egli, che merita una diligente ricerca. Appagarſi della ſpiegazione d'un'apparenza, coll'affermare, che vi è una potenza generale di attrazione, non è perfezionar la noſtra cognizione in Filoſofia, ma piuttoſto muover il paſſo verſo le noſtre ulteriori ricerche.

LETTERA AL DOTTOR MEAD,

Sopra uno ſperimento, con cui ſi ha tentato di dimoſtrar la falſità della della comun' opinione, in ordine alla forza de' corpi in moto.

DI ARRIGO PEMBENTON.

Signore.

Leggendo il Trattato *de Caſtellis* del dotto *Sig. Poleni*, che voi mi avete fatto il piacer di mandarmi, varie curioſe ſperienze vi ho ritrovate, tra le quali ho incontrata quella di far cedere globi di egual grandezza, ma di diverſo peſo ſopra una ſoſtanza cadente, come ſono il ſevo, la cera, l'argilla, e ſimili, e ciò da altezze reciprocamente proporzionali ai peſi di eſſi globi. Queſto ſperimento m' impegnò ad una particolar' attenzione, ſiccome egli è ſtato portato col diſſegno di gettar' a terra uno de' primi Principj ſtabiliti nella Filoſofia Naturale. E la cognizione che ho della grande ſtima, che voi fate di queſta parte delle Umane Scienze, m' incoragiſce a diſturbarvi co' miei penſieri ſopra tale ſperimento; imperciocchè io non poſſo per modo alcuno ammettere la conſeguenza, che ſe ne cava, che poichè li globi fanno in queſto ſperimento egual' impreſſioni ſu la ſoſtanza molle, o cedente, per queſto dunque la percuotano con egual forza; con che ſi ha tentato di provar l'aſſerzione del *Leibnitz*, che la forza di uno ſteſſo corpo in diſcendere è proporzionale all'altezza, da cui egli ſcende; ovvero, in tutti li moti, proporzionale al quadrato della velocità, e non, come ſi penſa comunemente, alla velocità ſteſſa. All'oppoſto io credo, che queſto ſteſſo ſperimento provi la grande irragionevolezza della Nozione di *Mr. Leibnitz* in queſto propoſito.

Io toſto ſorpreſo, che uno Scrittore così diligente, come mi appariſce il Sig *Poleni*, nella eſattezza, con cui deſcrive li ſuoi ſperimenti, non abbia piuttoſto ſoſpettato del ſuo ragionamento in un caſo compoſto, che contraddetto talmente ad un principio di Filoſofia, così direttamente provato da una moltitudine di ſperimenti, in particolare da quelli, che il Sig. Kav *Iſ. Nevvton* raccomanda a queſto propoſito (*Princ. Phil. Natur. p.* 19.) e che in oltre è ſtabilito abondevolmente dalla ſua eſatta convenienza con tutte le oſſervazioni; eſſendo un principio, ſul quale tutte le apparenze ſin' ora oſ-

ſerva-

servate nel moto de' corpi, sono state spiegate per giusti, ed irrefragabili deduzioni; e noi troveremo, a ben ponderarlo, che anche il caso presente alla stessa regola si riduce.

Siccome l'uso delle sperienze in Filosofia naturale è quello di scoprire le cause delle cose, col rappresentare gli effetti semplici di queste cause, li quali accadono nel corso ordinario della natura; così a questo fine è necessario, che le nostre argomentazioni sopra gli sperimenti siano le più giuste, che possono farsi; elleno ad altro non servirebbero, che a condurci agli errori. La prima cosa necessaria per far legittime deduzioni da uno sperimento, è di determinarne il proprio uso; che io credo non siasi bene inteso nel soggetto, che maneggiamo. Certamente lo sperimento del *Poleni* è assai più proprio a informarci della legge, con cui le sostanze molli resistono al moto de' corpi, onde sono percosse, che a dimostrare le forze, con cui le percuotono essi corpi; imperciocchè siano le forze quali si vogliano, gli effetti devono essere differenti, secondo la differenza che vi può essere inerendo alla regola, che si osserva per una tal resistenza.

Ora questo sperimento dimostra, che se due globi in moto vadano contro porzioni eguali di una sostanza penetrabile, l'opposizione, che una tale sostanza fa al loro moto, sarà la stessa in ambedue, comunque siano differenti le velocità, con cui vi si portano. Questo è ciò, che io dimostro nella maniera, che segue.

I Siano A, e B due globi eguali in grandezza, ma di peso differente, li quali profondano egualmente in una sostanza, che cede; supposto, che le velocità, con cui muovono nella presente situazione, siano reciprocamente in *ragion sudduplicata* de' loro pesi; val' a dire, che la ragione del peso del globo A sia al peso del globo B *duplicata* della ragione della velocità del globo B alla velocità del globo A. Poiche dunque la ragione della quantità del moto nel globo A, o della forza, con cui essa si muove, alla quantità del moto nel globo B, o sia alla forza, con cui questo globo si muove, è composta della ragione del peso del globo A al peso del globo B, e della ragione della velocità del globo A alla velocità dell' altro globo B, la forza, con cui muove il globo A sta alla forza, onde muove l'altro B, come la velocità di questo globo B sta alla velocità di quell'altro globo A Ma se si faccia la medesima opposizione al moto de' globi, quando essi vanno contro eguali porzioni di una sostanza, che cede, l'effetto di questa opposizione, nel mentre li globi penetrano entro della sostanza per ispazj eguali, sarà proporzionale al tempo, in cui li globi muovono per questi spazj, o in cui fassi l'opposizione, se consideriamo questi spazj nel mentre nascono, o nella loro prima origine; l'effetto dunque di questa opposizione sarà reciprocamente proporzionale alla velocità di ciascun globo, e segnatamente la perdita momentanea di forza nel

globo A, farà alla perdita momentanea di forza nel globo B, come la velocità del globo B è alla velocità del globo A; e tutta la forza del globo A si è trovato aver la stessa ragione a tutta la forza del globo B; in conseguenza questi globi nel mentre penetrano per ispazj eguali nella sostanza, perdono parti della loro forza, che hanno la stessa proporzione a tutta la rispettiva lor forza: e perciò se le loro velocità sono in qualche tempo reciprocamente in *proporzion sudduplicata* de' loro pesi, cosicchè le forze, o li gradi di moto, con cui si muovono siano reciprocamente proporzionali alle loro velocità, le forze, con cui percuotono le sostanze molli, cadendovi, egualmente addentro, continueranno nella stessa proporzione; e perciò stante la teorìa della resistenza quì supposta, quando tutta la forza, e il moto di questi due globi si siano interamente perduti, essi avranno penetrato addentro nella sostanza ad eguali profondità.

Ora poichè nello sperimento del *Poleni* li globi, che cadono da altezze reciprocamente proporzionali a' lor pesi, percuotono la sostanza, che cede, con velocità reciprocamente in proporzion sudduplicata de' loro pesi, e l'effetto in tutti i casi si trova esser quello, che è quì dedotto dalla Teorìa della Resistenza che ho proposta; egli è dunque una sufficiente riprova della verità di questa Teorìa.

Solamente debbo quì avvertirvi, Signore, che io ho supposto, che i globi vengano arrestati da tutta la resistenza della sostanza, contro cui vanno; sebben' in rigore sono arrestati solamente dall' eccesso di questa resistenza sopra l'azion della gravità, da cui sono spinti. Ma io ho trascurata la considerazione dell'azion della Gravità, avendo questa una assai piccola proporzione alla Resistenza, come apparisce dall'esser li globi molto più presto arrestati da questa resistenza, che non lo sarebbero dall' azione della Gravità, se la sua forza fosse applicata dal giù in sù; imperciocchè da questa sola forza li globi non sarebbero arrestati; finchè non avessero misurati spazj uguali all'altezze dal punto, onde cadono fino alla sostanza resistente: le quali altezze hanno una grande proporzione alle profondità, a cui li globi in questo sperimento restano immersi nella molle sostanza, come col farne la prova ho ritrovato.

Così, se io non m' inganno, può esser rimossa la difficoltà, che accompagna questo sperimento. Ma come l' opinione di *Mr. Leibnitz* se ne diduce per mezzo di quest' assioma, che gli effetti sono proporzionali alle loro cause, cosicchè giudicandosi gli effetti esser quì li medesimi, si conchiude esser le medesime anche le cause; non sarà mal fatto, menzionar quì uno sperimento, dove questo assioma può esser applicato più giustamente, che nel nostro caso; dal quale sperimento l'opinion comune può essere stabilita. Questo sperimento è dal *Poleni* mentovato, come fatto dal *Mersenno*, sebben da esso sia stato fatto con poca esattezza; ma è stato poi ripetuto più volte nella seguente maniera. All'estremità di una bilancia

sìap-

si appicca un peso, e da un'altezza propria si lascia cadere su l'altra estremità un'altro peso, che percuotendola, eleverà la estremità, a cui erasi il peso appiccato, e tale altezza, che basterà appunto per porre in libertà una certa molla. Indi se un peso differente venga appiccato invece del primo, l'altezza, dalla qual deve scendere il cadente peso per elevare l'estremità della bilancia, a cui quell' altro peso si era appiccato, alla medesima altezza di prima, cioè tant'alto, che basta per liberar la mentovata molla si trova esser tale, che la velocità, con cui il cadente peso dà su la Bilancia in questo secondo caso, sarà alla sua prima velocità, come l' ultimo peso al primo; (*Ved. Gravesand Phys. Elem. To. I. pag.* 39.) salvo sol questo, che, come *Mersenno* avea rimarcato, quando il peso discende da grandi altezze, ricercasi un'altezza un poco maggiore di quella porta la Regola, per elevar l'altro peso, quanto desiderasi. Ma se il piegarsi del braccio della Bilancia, quando vien percosso con una gran forza, o se qualche aumento di fregagione in questo caso, cagioni la quì mentovata irregolarità, non abbiamo bisogno di ricercarlo a rigore; poichè cotesta irregolarità è ancora men compatibile con la nuova opinione, che lo siano gli effetti regolari dello sperimento. E perciò noi potiamo quindi comprendere, che lo stesso metodo di ragionare, il quale erroneamente applicato, si suppone provar' il sentimento di *Mr. Leibnitz*, concernente la forza de' corpi in moto, quando giustamente si usi, conferma l' altra opinione circa lo stesso soggetto.

Ma come ho avanzato dal principio di questa Lettera, che lo sperimento del Sig. *Poleni* non solo può conciliarsi con la comun dottrina del moto, come ora l' ho dimostrato, ma ancora ch' egli manifesta la grande irragionevolezza, se non l' assoluta assurdità dell' opinione di Mr. *Leibnitz*; così resta, che io mi accinga brievemente a provarlo.

II. Se due globi A, e B di eguale grandezza, ma di un differente peso, percuotendo una sostanza, che cede, con forza eguale, perdano in ogni caso tutto il lor moto a eguali profondità, è necessario, che in tutti i momenti, durante il lor moto, perdano gradi eguali di forza, quando danno sopra porzioni eguali della sostanza, penetrandone spazj eguali. Ciò si comprenderà facilmente da quel, che innanzi si ha detto. Ora poichè Mr. *Leibnitz* suppone, che la Potenza di gravità dia allo stesso corpo cadente gradi di forza proporzionali all'altezza, d'onde egli cade; secondo la sua opinione, dalla Potenza di gravità saranno aggiunti gradi eguali di forza al medesimo corpo in discendere per ispazj eguali; e in differenti corpi discendenti per ispazj eguali, li gradi di forza aggiunti saranno come la quantità della materia, o come il peso di ciascun corpo. Perciò mentre li globi A, e B penetrano per ispazj eguali nascenti nella sostanza molle, li gradi di forza, che aggiungerebbe

l'azion della gravità, se non fosse superata dalla resistenza di questa sostanza, sarebbero loro communicati in una tal proporzione, che la forza aggiunta al globo A, sarebbe alla forza aggiunta al globo B, come il peso del globo A al peso del globo B, o in ragion duplicata della velocità del globo B alla velocità del globo A. Ma poichè li globi perdono gli stessi gradi di forza, penetrando nella sostanza molle per eguali spazj nascenti, l'effetto della opposizione fatta da questa sostanza al moto de' globi, durante il tempo del loro passaggio per questi spazj nascenti, sarà ed il toglier loro un medesimo grado di forza, e in oltre quella forza aggiunta, che altrimenti avrebbero ricevuta dalla lor propria gravità. Ma dippiù l' opposizione fatta al moto del globo A, all'opposizione fatta al moto del globo B, sarà in ragion composta della ragion dell'effetto di questa opposizione, che fa la sostanza al moto del globo A, all'effetto dell' opposizione, fatta al moto del globo B dalla sostanza stessa, e della ragione del tempo, in cui vien fatta l'opposizione contro il secondo globo al tempo, in cui ella si fa contro il primo: la qual ultima ragione è la medesima, che la ragione della velocità del globo A alla velocità del globo B. Ma poichè è dimostrato che l'effetto dell' opposizione fatta dalla sostanza molle a questi globi è radoppiato, e che una parte dell'effetto della opposizione fatta al moto del globo A è uguale ad una parte dell'effetto della opposizione fatta al moto del globo B; e che l'altra parte dell'effetto della opposizione fatta al moto del globo A è all'altra parte dell'effetto della opposizione fatta al moto del globo B, in ragion duplicata della velocità del globo B alla velocità del globo A: una parte dell'opposizione stessa fatta al moto del globo A, sarà ad una parte dell' opposizione contro il moto del globo B, come la velocità del globo A alla velocità del globo B, e un'altra parte dell'opposizione al moto del globo A sarà all'altra parte dell'opposizione al moto del globo B, come la velocità del globo B alla velocità del globo A. Cosicchè quando li globi danno sopra porzioni eguali d'una sostanza cedente, l'opposizione al lor moto sarà in parte come la velocità de' globi, e in parte reciprocamente come le loro velocità. Quindi, poichè la sostanza resistente è di una tessitura uniforme, l'opposizione al moto d'uno dei globi nella sua presente situazione, e mosso con la sua presente velocità, sarà alla opposizione, che incontrerebbe nella medesima situazione, se fosse mosso con un'altra velocità, parte come la presente velocità a quest'altra, parte come quest'altra velocità alla presente. Ma per quella parte di opposizione fatta al globo, la quale è direttamente come la velocità, il globo non può esser mai del tutto arrestato; imperciocchè arrestandosi il globo, questa parte di opposizione al suo moto dovrebbe similmente cessare, e in conseguenza il peso del globo continuar a portarlo giù, quando almeno l'altra parte di opposizione al suo

moto

moto non lo prevenisse. Ma io aggiungo, che nè meno quest' ultima parte di opposizione fatta al suo moto è sufficiente per arrestarlo; impercioccbè il grado di questa opposizione stando reciprocamente come la velocità del globo, quando il moto del globo è del tutto estinto, ella diverrà infinitamente più grande di quel, che fosse in tutti i momenti, in cui il globo si trova in moto; cosicchè quando il globo fosse stato arrestato da questa parte di opposizione fatta al suo moto, la opposizione al moto del globo diverrebbe infinitamente grande; e perciò nissun grado di qualsisia forza sarebbe abile a spinger il corpo più avanti nella sostanza; e questo non può mai succedere. Oltre di ciò, non è necessario applicare tal forza di raffinati argomenti contro questa parte di resistenza; basterebbe solo considerare, quanto sia irragionevole la supposizione, che una resistenza cresca in tempo, che diminuisce la velocità del corpo, a cui quella vien fatta.

Così questo sperimento può adoperarsi per invalidare l'opinione stessa, a cui si pretende, che serva di fondamento. Ma se ne può fare ancora un'altro uso; imperciocchè servirà ad illustrare quello, che il grande Cav. If. Nevvton ha più d'una volta accennato, che la resistenza de' Fluidi, che proviene dalla tenacità delle loro parti, diminuisce in una proporzion minore, di quello che diminuisca la velocità de' corpi, a cui la resistenza vien fatta: Imperocchè come questa resistenza ha una grande analogia alla resistenza delle sostanze molli, o cedenti, di cui abbiam quì parlato, così ritrovammo, che la resistenza di queste forze non dipende molto dalla velocità del corpo, contro cui è applicata la resistenza.

E così, Signore, noi potiamo comprender, come tutte le sperienze cospirano a confermare, e metter' in chiaro quella forza stupenda di raziocinio, con cui si abilitò il nostro grande Filosofo nella maniera più sorprendente a rintracciare, e distinguere le molle delle operazioni naturali; Opera infinitamente più malagevole da eseguirsi, che li grandi avanzamenti da esso fatti nelle matematiche pure, ch' erano necessarj antecedentemente al suo grande successo nel ricercar le cognizioni della natura; imperciocchè in questa ultima ricerca ci ha lasciate prove non solo della più illimitata Invenzione, che si ricerca nelle più sottili specolazioni Geometriche, ma ci ha scoperto ancora il maggior discernimento, e il più consumato giudizio; poichè ne' suoi scritti Filosofici non si ha lasciato giammai sedurre da una ipotesi, nè da alcun altra di quelle varie fallacie, che my Lord *Bacon* nel suo *Novum Organon* conta tra le cagioni, che hanno arrestato il progresso della vera Filosofia.

Ma io porrò fine quì alla mia lunga lettera, per la libertà della quale non ho bisogno di far' un' apologia appresso di voi Signore, del cui gran candore da molti anni ho avuto un testimonio costante; e come frequentemente vi ho ammirato, che in mezzo ai vasti impieghi

pieghi della vostra professione, trovaste il tempo di attendere con un sì grande successo a tali varie sorte d'erudizione; così mi son compiacciuto sovvente a osservare, con qual benignità ricevete tutti coloro, che hanno fatto studio di qualche benchè menoma parte di utile Cognizione.

Poscritta.

Una settimana dopo, che io vi mandai la lettera contenente le mie osservazioni su lo sperimento del Sig. *Poleni*, ebbi la buona fortuna di udire un' eccellente, e dotto amico, a cui vi siete compiacciuto di mostrar la mia lettera, a fare un' argomento assai curioso, e forte, per prova del sentimento del Cav. If. Nevvton circa la resistenza de' fluidi, che io ho dedotta dallo sperimento di sopra mentovato, e come molto mi piacque, m' ingegnerò a daverne quì un ragguaglio nella seguente maniera.

Supponete pezzi di seta fina, o di simile sostanza sottile, distesi in piani paralleli, e fissati a piccole distanze un dall' altro: Indi, che un globo percuota perpendicolarmente il mezzo della seta, ch' è al dì sopra di tutti li pezzi, e col romper' attraverso di essi perda una parte del suo moto. Se li pezzi di seta siano di egual forza, si ricercherà lo stesso grado di forza per romper cadauno; ma il tempo, in cui cadaun pezzo resiste, sarà tanto più breve, quanto sarà più veloce il globo; e la perdita di moto nel globo, che sussegue al rompimento di cadauna seta, e che è un' effetto dell' averne superata la resistenza, sarà proporzionale al tempo, in cui la seta si oppone al moto del globo; di sortecchè il globo per la resistenza di cadauna pezza di seta perderà tanto meno del suo moto, quanto più veloce muove il globo, tanto più sete romperà durante un dato spazio di tempo; adunque il numero delle sete, che si oppongono al moto del globo in un dato tempo, essendo reciprocamente proporzionale all' effetto di cadauna seta su'l globo, la resistenza fatta da queste sete, ovvero la perdita di moto, la qual' elleno nel globo cagionano in un dato tempo, sarà sempre la stessa.

Ora se la tenacità delle parti de' fluidi osserva la stessa regola, che la coesione delle parti di queste sete; e segnatamente un certo grado di forza si ricerchi per separare, e disunire le particole coerenti, la Resistenza proveniente dalla tenacità de' fluidi deve osservare la stessa regola, che la resistenza delle sete, e perciò in un dato tempo la perdita del moto, alla quale un corpo soggiace in un fluido per la tenacità delle sue parti, sarà in tutti li gradi di velocità la medesima; ovvero in più poche parole, la parte di resistenza de' Fluidi, che proviene dalla coesione delle loro parti, sarà uniforme.

UNA ESPOSIZIONE

Di due, o tre ragionamenti della suddetta dissertazione.

„ Poichè qualche ragionamento della precedente Lettera potrebbe sembrare alquanto oscuro, ed inviluppato, ne daremo quì la sposizione, che ci pare la più chiara, e più naturale, e quale, in leggendo la stessa dissertazione, si cadda in pensiero.

„ I. L'argomento proposto al num. 2. nella dissertazione.

„ *Sperienza.*

„ CAdendo due globi di una stessa grandezza, ma di diverso peso da altezze reciprocamente proporzionali a' loro pesi sopra una molle sostanza vi fanno impressioni eguali.

„ Globi A, e B, Peso di A = 4. Peso di B = 1. Altezze una = 1. l'altra = 4 Forza di A = 1. 4. Forza di B = 1. 2. secondo il Metodo comune.

„ Ma si argomenta, queste Forze facendo effetti eguali, dovrebbero esser eguali, e lo sono prendendole per li prodotti dei pesi, e dei quadrati delle velocità, Dunque ec.

Risposta.

„ Ma possono le suddette Forze misurarsi solo col peso, e con le Velocità semplici, che nel nostro caso sono come 1. a 2., e non ostante gli effetti, che si producono nella molle sostanza, potranno esser eguali, per altri Principj. Non sarà dunque necessario rinunziare ad un Principio comune circa la quantità del moto, quando si possa salvar questo, e spiegar la sperienza.

Prova.

„ Per provar questo, è necessario provare, che A, e B penetrando nella sostanza molle ad eguale profondità, perdano parti della lor forza proporzionali alle rispettive loro forze totali, o pure reciprocamente proporzionali alle velocità loro, trascorrendo spazj nascenti, o minimi, che si reputino eguali. Imperciocchè si troverà, che dopo estinta la Forza totale di A, e di B, saranno questi penetrati ad eguale profondità. Ecco come. Posto come in Quistione, le forze totali esser come 4: 2 ovvero come 2: 1. e le velocità come 1: 2. ne seguirebbe, che se A percorrendo il primo spazio nascente perdesse 1 di forza; B percorrendone un eguale ne consumerebbe $\frac{1}{2}$ della sua; e così continuando si troverebbe, che al fine dell'estinzion delle forze rispettive li globi si sarebbero arrestati; ed essendo penetrati per spazj eguali, e di un'egual numero, si troverebbero discesi a eguale profondità. Dunque se A, e B penetrando nella sostanza molle perderanno gradi di forza proporzionali alle lor forze totali, o reciprocamente proporzionali alle loro velocità (ciò

„ che

„ che è lo stesso) avranno in fine trascorsi spazj eguali, e saranno
„ discesi a eguale profondità.
„ Ma di fatto perdono gradi di forza proporzionali alle lor for-
„ ze totali, o reciprocamente proporzionali alle loro velocità,
„ ciò, ch'è lo stesso.
„ Dunque ec.
„ Non rimane in questo argomento, che di stabilir la minore;
„ ciò che si può far in questa maniera.
„ Resistenze uniformi distruggono forze eguali, in tempi egua-
„ li, per ispazj eguali.
„ Dunque resistenze uniformi distruggono per ispazj; ineguali,
„ e in tempi ineguali, forze ineguali, cioè proporzionali agli spa-
„ zj, e ai tempi; imperocchè la resistenza è costante.
„ Dunque in tempi ineguali, ma per ispazj eguali si distrugge-
„ ranno forze solamente proporzionali ai tempi.
„ Ma i tempi nel nostro caso sono reciprocamente come le velo-
„ cità dei corpi, le cui forze si consumano dalla resistenza.
„ Dunque l'estinzioni di forza, per ispazj eguali, saranno re-
„ ciprocamente come le velocità dei corpi.
„ Ma nel nostro caso sono le forze totali di A, e B, come reci-
„ procamente le velocità di A e B.
„ Dunque le perdite saranno in ragion diretta delle forze totali,
„ o inversa delle velocità, che era la Minore da provarsi.
„ II. L'argomento proposto al num. II. nella Dissertazione.

„ *Sperienza.*

„ Cadendo due globi eguali da altezze reciprocamente propor-
„ zionali a loro pesi. fanno impressioni eguali nella molle so-
„ stanza, in cui s'immergono.
„ Supponendo ora col *Leibnitz*, che le forze di questi globi si
„ abbiano a misurare dal peso moltiplicato per li quadrati delle ri-
„ spettive velocità, ne nascerà un'assurdo per la sua sentenza, ch'è

„ *Ipotesi del Leibnitz.*

„ Due globi ineguali di peso, ed eguali di mole, cadendo in
„ una sostanza molle ad eguali profondità, e perdendo finalmente
„ il loro moto, poichè hanno forze eguali, nel trascorrere spazj
„ eguali perdono gradi eguali della forza, che hanno in principian-
„ do a penetrare, e oltre ciò quella forza, che la gravità va loro
„ successivamente aggiungendo; la qual'è in ragion delle altezze,
„ o de' quadrati della velocità; e la quale perciò (poste le altezze,
„ o gli spazj trascorsi eguali) nello stesso corpo è eguale, e in di-
„ versi proporzionale alle masse.

„ *Deduzione di un' assurdo.*

„ I. Poichè dove si distrugge più di forza, e in minor tempo, vi
„ è più di opposizione; dunque l'opposizione fatta dalla sostanza
„ resistente al globo A è all'opposizione fatta dalla stessa al glo-
„ bo B,

„ bo B, in ragion composta della diretta degli effetti prodotti dal-
„ la Resistenza, e inversa de' tempi; o diretta delle velocità,
„ cioè, chiamando *T*, *t* li tempi; *E*, *e* gli effetti, ec.

$$\text{„ Opp. A . Opp. B} :: \frac{E}{T} . \frac{e}{t} :: E \times V . e \times v.$$

„ II. Ma per ipotesi, l'effetto è in parte lo stesso in tutti, e due
„ li globi, cioè la distruzione di una parte eguale della forza egua-
„ le, che avevano prima, e parte dell'effetto (cioè la distruzione
„ della forza, che loro verrebbe aggiunta dalla gravità) è in ra-
„ gione inversa della duplicata delle velocità da' globi acquistate,
„ prima di urtare su la sustanza resistente; imperocchè nella
„ stessa ragione sono le loro masse, alle quali è proporzionale al
„ forza aggiunta dalla gravità, quando si trascorrano, come ac-
„ cade quì, spazj eguali.

„ Dunque le opposizioni, che si fannò a' globi, o alle loro for-
„ ze eguali, e con cui primieramente cadono su la sustanza (fa-
„ cendosi $E = e$) si esprimeranno con questa analogia.

$$\text{I.}^{a} \text{ Opp. A . Opp. B} :: E \times V . e \times v . :: V . v.$$

„ E le opposizioni, che si fanno a' globi per le forze dalla gra-
„ vità aggiunte, nel trascorrere „ spazj eguali entro alla molle
„ sustanza, si esprimeranno (per li num. 1. e 2.) con questa se-
„ conda analogia.

$$\text{II.}^{a} \text{ Opp. A . Opp. B} :: V \times v^2 . v \times V^2 :: \frac{V}{V^2} . \frac{v}{v^2} :: \frac{1}{V} . \frac{1}{v} :: v . V.$$

„ E perciò una parte dell'opposizione è come le velocità diret-
„ tamente, l'altra come reciprocamente le velocità stesse; cioè.

$$\text{Opp. A . Opp. B} :: V + \frac{1}{V} . v + \frac{1}{v} .$$

„ E questo è l'assurdo, che abbiamo proposto di dedurre. Im-
„ perciocchè quella parte di opposizione, ch'è come la velocità,
„ cessando insieme col moto del globo, non è bastante ad arresta-
„ re il globo intieramente, poichè la gravità seguiterebbe a farlo
„ discendere. Ma nè pur l'altra parte di opposizione lo può arre-
„ stare, poichè questa essendo in ragion' inversa della velocità,
„ se il globo si arrestasse, diverebbe $\frac{1}{0}$, cioè infinitamente più
„ grande di quello, che fosse, quando il globo era in moto. E
„ quindi ne seguirebbe, che non vi sarebbe forza tanto grande,
„ che la potesse superare, o spinger li globi più oltre; ciò, che sa-
„ rebbe un'assurdo. Assurdo è dunque il pretendere, che li globi,
„ per esser discesi egualmente nella sostanza molle, come nella spe-
„ rienza, abbiano forze eguali.

III. Illustrazione della sperienza proposta nella Proscritta.

„ Da questa sperienza fatta ne' globi di differente velocità, e la-
„ sciati cadere sopra zendadi, distesi, in piani paralleli, abbia-
„ mo, che la Resistenza di questo genere, fatta a' corpi in moto,
„ è sempre la medesima, in qualunque grado di velocità quel-
„ li siano, e quando siano eguali li tempi, in cui opera la re-
„ sistenza.

„ Imperocchè l'estinzioni di moto, cagionate dalla resistenza
„ in tempi eguali, qualunque siasi la velocità, sono eguali; pe-
„ rocchè se maggior' è la velocità, sarà minor l'estinzion di mo-
„ to., per cadaun de' supposti zendadi, ma il numero di questi sa-
„ rà maggiore; e *viceversa*, se la velocità è minore, sarà maggio-
„ re la perdita di moto, per cadaun de' supposti zendadi, ma il
„ numero de' medesimi sarà minore. Ciò si può didurre per le ana-
„ logie seguenti.

„ N.n:: U. u; cioè crescendo la velocità, cresce direttamente
„ il numero de' zendadi. Ma U. v:: d E. d e; cioè le differen-
„ ziali dell' *estinzioni*, ovvero l'estinzioni parziali sono reciproca-
„ mente come le velocità. Dunque

„ N. n:: d E. d e. Perciò

„ N x d e = n x d E: cioè gli aggregati dell' estinzioni parziali,
„ in tempi eguali, sono eguali. Dunque gli effetti di questa resi-
„ stenza essendo eguali, la resistenza sarà la medesima, qualun-
„ que sia la velocità. „

ESTRATTO DELLA DISSERTAZIONE

Del Dottissimo Signor

MARCHESE POLENI,

„ *In risposta all' Opinione della quantità delle forze ne' corpi in moto,*
„ *sostenuta nella dissertazione Epistolare del Sig. Pemberton,*
„ *recata quì innanzi in Italiano.* „

„ PRima di rispondere alla Dissertazione del Pemberton, in
„ particolare, impiega il dottissimo Sig. Marchese *Poleni* in
„ prima parte della sua Dissertazione in confutare alcune spiega-
„ zioni, del suo celebre sperimento fatte da altrui Autori, diver-
„ se dalla sua, e con cui si aveva preteso di opporsi alla conse-
„ guenza, che egli ne trasse.

„ Si avea detto, che lasciando cadere da diverse altezze un glo-
„ bo sopra una molle sostanza, la impressione doveva farsi in vero

„ a te-

„ a tenore non della semplice velocità, ma del suo quadrato, ciò
„ farsi però, perchè in questo effetto bisognava calcolare il tem-
„ po, in cui sarebbe il corpo riflettuto sino all'estinzion del suo
„ moto; il qual tempo impiegavasi nella rimozion delle parti del-
„ la sostanza sudetta, e pertanto una forza doppia, in doppio
„ tempo dover produrre effetto quadruplo, e quello di una forza
„ 3. in tempo 3. divenir 9. e così discorrendo. Ma due sbagli ritro-
„ va qui il nostro chiarissimo Autore; imperciocchè esser falso pri-
„ mieramente, che quel tempo, che dal corpo impiegherebbesi
„ nel suo riflettere fino all'estinzion del suo moto, ora impieghisi
„ dallo stesso nella rimozione delle parti della sostanza cedente;
„ perchè variando la densità di queste tali sostanze, & ritenendo
„ la stessa altezza della discesa del corpo, non cangerebbesi punto
„ il tempo, in cui si dovesse consumar l'azione del corpo stesso.
„ Secondariamente non si può dire, che nel caso, in cui la velocità
„ non persista la stessa, una velocità doppia moltiplicata per lo
„ tempo, in cui s'agisce dal corpo, e perciò in doppio tempo, ef-
„ fetto quadruplo debba produrre. Ma nel nostro caso la velocità
„ del globo, finchè agisce, ed è in moto, non persiste la stessa:
„ come si può dir dunque, che in tutti i momenti di tempo sia dop-
„ pia, o la stessa?

„ Si avea detto similmente, che in diversi globi cadenti da di-
„ verse altezze sovra l'argilla, o altra molle sostanza si trovereb-
„ bero forze eguali, senza moltiplicar li loro pesi reciprocamen-
„ te proporzionali alle altezze per li quadrati delle velocità; quan-
„ do la forza si estimasse dal peso, dalla velocità acquistata da' glo-
„ bi, allorchè sono arrivati all'argilla, e dal tempo, che da esso
„ loro s'impiega nello scavarvi le sue fosse. Ora se un peso è 3. e la
„ sua altezza 1., l'altro 1. e la sua altezza 3. le suddette velocità
„ rispettive saranno $\sqrt[2]{1}$, e $\sqrt[2]{3}$; indi esprimendosi anche li tempi
„ per li medesimi radicali, si avranno prodotti eguali, che rap-
„ presenteranno forze eguali ne' globi, di cui si tratta. Ma d'on-
„ de, dice il Sig. Marchese *Poleni*, ci può costare questa relazione
„ de' Tempi, che da' suddetti globi s'impieghino, nello scavar le
„ sue fosse? Perchè si hanno quelli così arbitrariamente da deno-
„ minare? Ed oltre questo, come per tutto il tempo, in cui il
„ globo si trova in moto, si può pretendere, che sussista la stessa
„ velocità, e sia sempre $\sqrt[2]{3}$, ovvero $\sqrt[2]{1}$? Certamente non si
„ può moltiplicare per un certo tempo una velocità, che in tutto
„ quel tempo non è costante; ed ella non è al certo costante,
„ per tutti li gradi, per cui dee passare, di sua diminuzione.

„ L'assurdità di questa supposizione, che li tempi spesi da glo-
„ bi nel formar le sue fosse, sieno come le radici delle altezze, da

„ cui diſcendono, fino alla ſoſtanza molle, ſi manifeſta ancora da
„ una ſpecolazione dell' eccellente Sig. Co: Riccato. Sia dic'egli
„ (nella figura qui anneſſa) l'altezza ABCD; in cui ſiano diſpo-
„ ſti li globi A, e B in quella ragione, che ricerca lo ſperimen-
„ to, delle maſſe loro all'altezze, in cui CD rappreſenta la foſſa,
„ che ſi dee formar dal globo A cadendo da A, non meno, che
„ dal globo B cadendo da B. Si meni ora la linea GF per A paral-
„ lela all'Orizonte: EA rappreſenti il tempo in cui diſcende il
„ globo A per AC; ed AF quello, in cui lo ſteſſo globo fa la foſ-
„ ſa CD. Dal vertice comune C per li punti E ed F, ſi deſcriva-
„ no due parabole CIF, e CHE; e poichè ſecondo la ſuppoſi-
„ zione, che ſi combatte, li tempi ſpeſi da' globi nel formar le
„ ſue cave, ſono come le velocità, e queſte ſono come le radici
„ delle altezze ſcorſe, ne ſegue, che anche li tempi ſaranno nel-
„ la ſteſſa ragione; cioè $\sqrt{AC} . \sqrt{BC} :: AF , BI$. Dunque BI
„ rappreſenterà il tempo, in cui fa il globo B la ſua cava CD.
„ Quindi deſcrivendo un'altra parabola DKG dal vertice D, ſi-
„ mile all'altra CHE, e ſolo differente di poſizione, l'applicata
„ GA rappreſenterebbe il tempo della diſceſa del globo A per
„ AD, ſupponendoſi libero, ed uniforme tutto lo ſpazio da A
„ fino a D; ſiccome le applicate AE, e BH rappreſentano i
„ tempi della diſceſa da A, e da B per gli ſpazj liberi AC, e B
„ C. Similmente l'applicata BK dovrebbe rappreſentare il tem-
„ po della diſceſa per lo ſpazio libero BD. Sottraendo dunque
„ dai tempi GA, e BK li tempi ſpeſi in diſcender per AC, e B
„ C cioè li tempi AE, BH, reſteranno li tempi GE, KH,
„ che ſaranno i tempi, in cui il globo A cadendo da A percorre-
„ rebbe lo ſpazio libero CD, e il globo B cadendo da B, lo ſteſſo
„ ſpazio pur libero CD. Ora che queſta conſeguenza fondata
„ ſulla preteſa ſuppoſizione della relazion de' tempi alle velocità,
„ ed alle altezze, ſia aſſurda, e aſſurda in conſeguenza la preteſa
„ ſuppoſizione, ſi dimoſtra così. Prendendo nell' aſſe AC co-
„ mune alle tre parabole il punto B in tal modo, che BI ſia egua-
„ le a KH, per le coſe dette, BI rappreſenterà il tempo, in cui
„ B cadendo da B fa la ſua cava CD; e KH rappreſenterà il
„ tempo, in cui lo ſteſſo globo dallo ſteſſo punto cadendo traſcor-
„ rerà lo ſteſſo ſpazio vuoto, o libero CD; ma per coſtruzione
„ BI, e KH ſono eguali; ſarebbero dunque eguali anche i tem-
„ pi, che ne ſono rappreſentati, il che è aſſurdo.

„ Da queſte conſiderazioni paſſa il Sig. Marcheſe *Poleni* alla ſe-
„ conda parte della ſua diſſertazione epiſtolare, e in eſſa dopo
„ aver eſpoſti li ragionamenti del Sig. Pemberton, e di alcuni al-
„ tri nelle tranſazioni Anglicane (tra' quali la ſpoſizione de' primi
„ non abbiamo più biſogno di riferire, avendola già fatta innan-
„ zi) riſponde a' ſuoi oppoſitori nella maniera, che ſegue.

„ Per

„ Per confeſſione del Sig. Pemberton (dice il Marcheſe *Poleni*,
„ la reſiſtenza della ſoſtanza molle, e cedente è coſtante, nè varia
„ punto per la diverſa velocità de' globi, ch'entro s'immergono.
„ Dunque per iſpazj eguali da eſſi traſcorſi produrrà eguali effetti,
„ cioè eſtinguerà in ambedue gradi eguali di forza. Nè vale ricor-
„ rer'al tempo, in cui queſti ſpazj ſi traſcorrono; imperciocchè il
„ tempo non aumenta una forza coſtante, e determinata, qual'è
„ la reſiſtenza; e ſi ſuperi queſta in maggiore, o in minor tempo,
„ non potrà fare maggiore, o minor'effetto ne' globi, contro di
„ cui ella agiſce. Eſtinguerà dunque in eſſi loro gradi eguali di for-
„ za, e non proporzionali, come ſi pretende alle riſpettive lor
„ forze.

„ Quanto allo ſperimento, che allegaſi come fatto primiera-
„ mente dal P. Merſeno, riſponde il Sig. Marcheſe *Poleni*, che non
„ fa al caſo della Quiſtione nel ſenſo, in cui da eſſo ſi agita, e fu
„ agitata nella dotta, ed elegante ſua opera *de Caſtellis*. Imper-
„ ciocchè farſi quiſtione ſu le forze vive de' corpi in moto, per
„ rapporto a quegli effetti, nella produzione de' quali interamente
„ ſi eſtinguono, come è il caſo de' globi, che muojono ſepolti
„ nell'argilla, nel ſevo gelato, e altre molli ſoſtanze, dopo aver-
„ le penetrate a una certa profondità. Ma nello ſperimento del
„ Merſeno, e ripetuto da altri non poterſi dire, che il globo, il
„ quale in un iſtante colpiſce una eſtremità della bilancia, e quin-
„ di rimbalza, conſumi tutta la ſua forza nella produzione dell'
„ effetto, di cui ſi tratta. Nella ſteſſa maniera, o con lo ſteſſo
„ principio, ſi può riſpondere allo ſperimento propoſto dal Signor
„ Pemberton nella ſua Poſcritta. Imperciocchè la rottura dei
„ zendadi, o dei fili di ſeta ſuſſegue all'incurvatura, e diſtenſion
„ loro, cagionata dal globo, che ſopra vi cade; e perciò dell'in-
„ tera forza, con cui ha operato il globo, non ſi può giudicar dall'
„ effetto del rompimento, non apparendo l'altra parte di forza,
„ che ſteſe, e ſtirò le fibrille, di cui coſtano quelle ſoſtanze. Al-
„ tri ſono queſti caſi; altro quello del noſtro eſattiſſimo Autore;
„ e perciò dic'egli, le conſeguenze di quelli non ſono oppoſte alle
„ conſeguenze del ſuo.

„ Per riſpondere alla nota difficoltà, che ſi prende dall'equilibrio
„ delle forze nelle ſtadere, e nelle Leve, ove quelle non dalli qua-
„ drati delle velocità moltiplicate nelle maſſe, ma dai prodotti del-
„ le velocità ſemplici, e delle maſſe ſi miſurano; fa avvertire il Sig.
„ Marcheſe *Poleni*, che il fatto dell'equilibrio non ſi dee provare
„ con un principio controverſo, qual'è il preſente della miſura del-
„ le forze, quando con un altro principio non controverſo poſſa
„ egualmente ſpiegarſi; e queſt'altro principio, di cui qualche Au-
„ tore ſi è ſervito, eſſer quello del centro di gravità di tutta la mac-
„ china, il quale ove ſtia nella linea di direzione, ſi fa equilibrio.

„ Fi-

„ Finalmente il dottiſſimo ſcrittore per ſalvar la conſeguenza,
„ ch'egli traſſe dal ſuo celebre ſperimento, contro alcuni altri
„ ſperimenti de' ſuoi avverſarj, crede ſufficiente, che bensì di-
„ ſtinguano la natura e le circoſtanze della ſua ſperienza da ciò,
„ che ſpecifica, e accompagna quelle degli altri, come ancora che
„ ben ſi fiſſi, e ſi concepiſca lo ſtato della ſua Quiſtione, in cui è
„ neceſſario aver ſempre preſente, ciò, ch'egli inteſe per forza
„ viva. Altre oſſervazioni incidenti e altri lumi belliſſimi, com'
„ è tutto quello, ch'è di queſto Autore potranno ſcorgerſi nella
„ ſteſſa ſua Diſſertazione latina, per lo addietro impreſſa, che
„ non ſi è quì poſta intera per cagione di maggior brevità. „

INDI-

INDICE DE' CAPITOLI.

LIBRO PRIMO

Concernente il moto de' Corpi in Generale.

LIBRO SECONDO.

LIBRO TERZO.

NOI REFORMATORI

DELLO STUDIO DI PADOA.

HAvendo veduto per la Fede di Revisione, ed Approbatione del P. F. Tomaso Maria Gennari Inquisitore, nel Libro intitolato: *Saggio sopra la Filosofia del Cav. Isacco Nevvton esposta con chiarezza dal Sig. Enrico Pemberton Tradotta dall' Inglese* non v' esser cos' alcuna contro la Santa Fede Cattolica, e parimente per Atteestato del Segretario Nostro, niente contro Prencipi, e buoni costumi, concedemo licenza a *Francesco Storti* Stampatore, che possi esser stampato, osservando gli ordini im materia di Stampe, e presentando le solite copie alle Pubbliche Librarie di Venezia, e di Padoa.

Dat. 9. Settembre 1732.

Gio: Francesco Morosini Cav. Ref.
Alvise Pisani Cav. Procur. Ref.
Pietro Grimani Cav. Procur. Ref.

Agostino Gadaldini Segret.

CATA-

CATALOGO

D' Alcuni Libri stampati appresso FRANCESCO STORTI.

ANno Benedittino, ovvero Vite de' Santi dell'Ordine di S. Benedetto, distribuite per ciascun giorno dell' Anno vol. 6. in 4.

Arte di viver contente le Religiose ne' Sacri Chiostri del Padre Lombardelli in 12.

Avvertimenti a'dilettanti del giuoco detto il Seminario in 12.

Dell'Amor di Gesù, e de' mezzi per acquistarlo, del P. Francesco Nepueu della C. D. G. in 24.

Bertoldo, Bertoldino, e Caccaseno, ridotto in venti Canti in ottava Rima con Annotazioni, e figure in Rame in 8.

Bossuet(*Monsig. Jacopo Benigno*)Istruzione sopra gli stati dell' Orazione. in 8.

--- Dello stesso Esposizione della Dottrina della Chiesa Cattolica in 12.

--- Dello stesso Spiegazione d'alcune difficoltà sopra le Orazioni della Messa. in 12.

Concilium Romanum a P. N. Benedicto XIII. Pontif. Max. celebratum anno universalis Jubilæi 1725. in 4.

Cozza (*Card. Laurentii*) Dubia Selecta circa sollicitationem in Confessione Sacramentali in 12.

Civiltà praticata in Francia fra le persone ben nate. in 12.

Considerazioni, e Discorsi sopra alcune Verità Cristiane dal P. Filiberto Barbieri della Comp. di Gesù, accresciuta dall' Autore in 12. vol. 2.

Cibo dell' Anima, Meditazioni per ciascun giorno del Mese sopra la Passione di Nostro Signor Gesù Cristo del P. Francesco Rainaldi della Compagnia di Gesù aggiuntivi i Colloquj ad ogni Considerazione con figure in Rame in 12.

Il Cristiano Divoto Guidato all' Altare ec. trad. dal Francese. Opera del P. Marchesélli Min. Conv. divisa in vol. 6. in 12.

Divozione agli Angeli, ed in particolare all' Angelo Custode del P. Paulo Barry della Comp. di Gesù in 12.

Dialoghi tra il Diavolo Zoppo, e il Diavolo Guercio trad. dal Francese in 12.

Emmanuele Volgarizzato, e compendiato da Gio: Lorenzo Guarnieri in 12.

Lezioni di Fisica spiegate al Collegio Reale di Francia da Giuseppe Privato di Molier, tradotte dal Francese vol. 3. in 8.

Midolla Letteraria del P. Steffano da Loreggia Min. Rif. in 8.

Notizia de' mancamenti che accadono nella Messa Privata di M. Luigi Gherardi Vesc. di Cortona in 12.

Orazioni Panegiriche recitate da diversi celebri Oratori per l'Esaltamento al Pontificato di Sua Emminen. Card. Prospero Lambertini ora Benedetto XIV. in 8.

Orazioni di Cicerone traddotte da M. Lodovico Dolce in 4. vol. 3.

Officia novissima Propria Sanctorum Ordinis Sancti Francisci, in 12.

--- Eadem in 4.

Prediche per l'Avvento del Padre Nicolò di Dijon Capuccino tradotte dal Francese in 4.

--- Per due Avventi del Padre Luigi Bourdaloue della Compagnia di Gesù tradotte dal Francese in 4.

--- e Panegirici Opera Postuma del P. Paolo Antonio Sani in 4.

Quaresimal del Padre Nicolò di Dijon Capuccino trad. dal Franc. vol. 2. in 4.

Rime dell' Avvocato Gio: Battista Zappi, e di Faustina Maratti sua Consorte in 12. vol. 2.

Saggio de' Supplementi alla Storia del Probab. del Concina dato in Luce dal P. Ghezzi Gesuita in 8. 1745.

Saggio di una nuova Teoria sopra la visione del Signor Georgio Berkeley tradotta dall' Inglese, in 8.

Sinonimi, ed Agg. Italiani raccolti dal P. Costanzo Rabbi Agost. 2. Edizione Veneta accresciuta, e migliorata in 4.

Solitudine Sac. per un giorno di ciascun mese in apparecchio ad una S. M. in 12.

Tau. I
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6
Fig. 7
Fig. 10
Fig. 13
Fig. 14
Fig. 16
Fig. 17
Fig 18
Fig 20
Fig. 21
Fig. 22
Fig. 24
Fig. 25
Fig. 27
Fig. 28

Tav. II

Fig. 31

Fig. 32

Fig. 34

Fig. 35

Fig. 36

39

Fig. 40

Fig. 41

Fig. 42

Fig. 43

Fig. 47

Fig. 48

Fig. 49

Fig. 51

Fig. 52

Fig. 53

Fig. 54

Fig. 55

Fig. 56

Fig. 57

Fig. 58

Fig. 61
Fig. 62
Fig. 63
Fig. 65
Fig. 66
Fig. 68
Fig. 69
Fig. 71
Fig. 72.
Fig. 74
Fig. 75
Fig. 76
Fig. 77
Fig. 78
Fig. 80.
Fig. 81.
Fig. 82

Tau. IV.
Fig. 85
A
B
C
D
E
F
G
H
I
K
Fig. 86.
Fig. 87
Fig. 88.
Fig. 89.

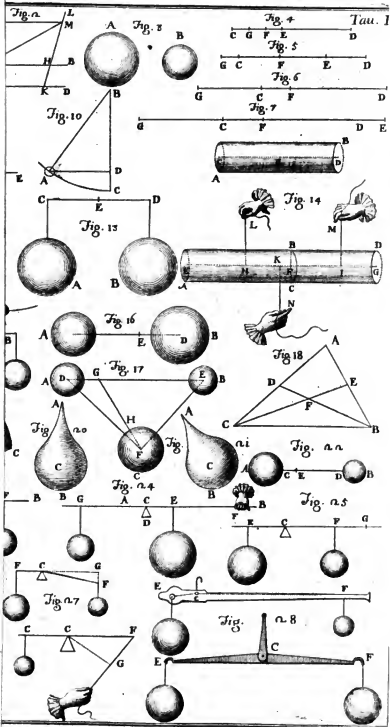
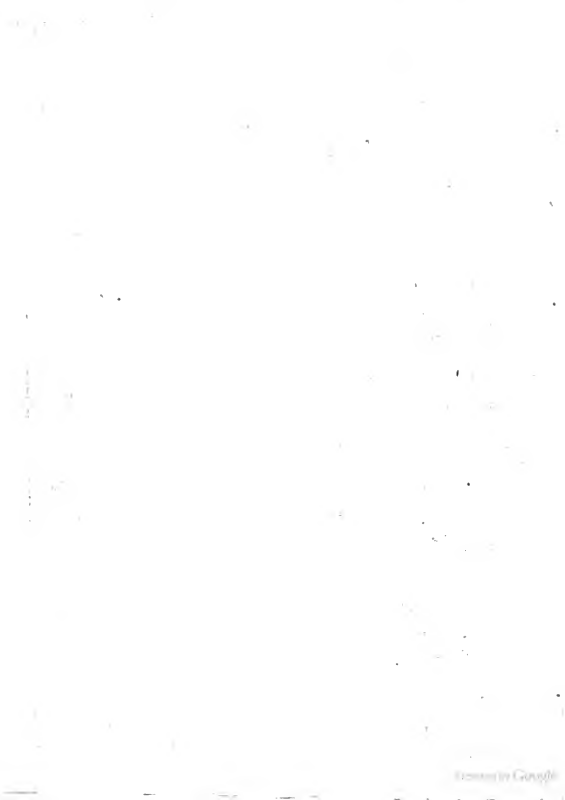
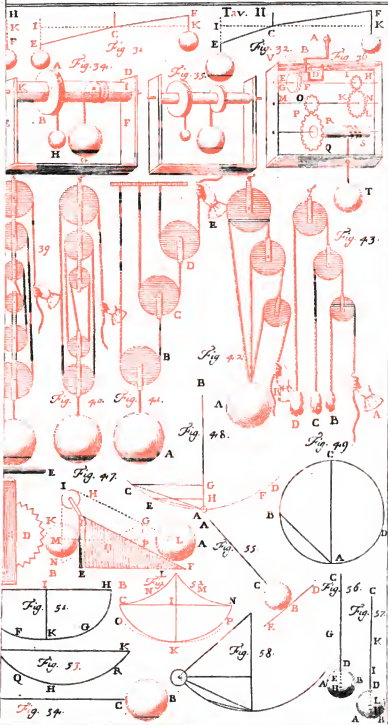
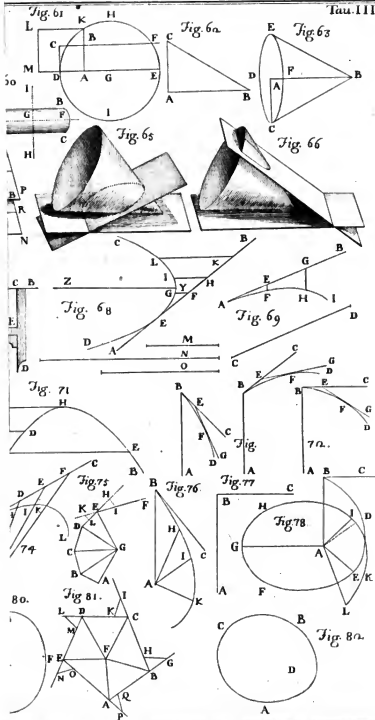
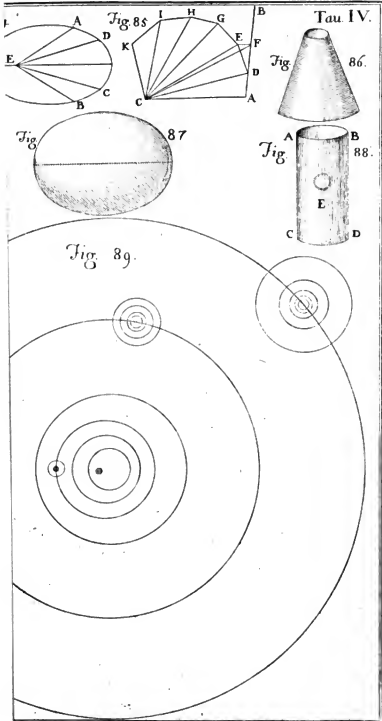
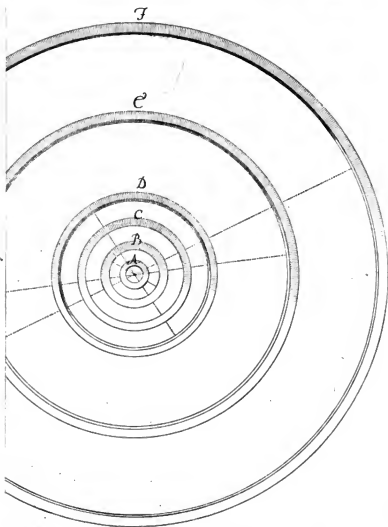



Fig. 90

Mercurio | *C. Orbita della Terra*

Venere. | *D. Orbita di Marte*

Giove | *F. Orbita di Saturno*

Tav. V
Fig. 90.
Fig. 97.
Fig. 96.
B
F
T
R
W
Q
X
V
C
I
A
E
A
M
N
G
K
L
P
D
O
H
S
C
H
D
T
G
E
S

Fig. 99
Fig. 100
Fig. 101
Fig. 102
D
F
T
C
E
M
G
H
B
N
L
A
K
P
O
I
Q
R
S

Tau. VIII
Fig. 105
103
Fig. 104
Fig. 107
Fig 106

Fig. K 111.
Fig. 115
Fig. 116
109
Fig. 117
Fig. 118
Fig. 120
Fig. 114
Fig. 121
119
Fig. 123
Fig. 124
Fig. 125

Tau: X

Fig. 127

Fig. 130

Fig. 131

Fig. 133

Fig. 134

Fig. 132

Fig. 135

Fig. 136

Fig. 138

Fig. 139

Fig. 141

Fig. 142

Fig. 144

Fig. 145

Fig. 147

Fig. 148

Tav XI
Fig 151
C
A
H
E
F
I
D
B
G
I
K
152
A
B
C
Fig 153
G
A
H
B
D
Fig 154
Fig 156
A
H
B
B
D
C
E
G
F
M
I
H
Fig
157
I
G
H
E
F
G
C
D
E
F
Fig
158
C
D
A
B
Fig 159
M
O
K
H
G
D
N
P
L

Tav XII
Fig. 162.
Θ
Δ
Γ
Z
X
L
K
I
H
G
V
S
Q
O
M
F
E
D
C
B
Fig. 163.
A
B
I
K
D
H
Fig. 161.
Ξ